NUOVI SAGGI

DELLA

CESAREO - REGIA ACCADEMIA

DI SCIENZE LETTERE ED ARTI

DI PADOVA

VOLUME PRIMO

PADOVA

PER NICOLÒ ZANON BETTONI

M. DCCC. XVII.

ALLA MAESTÀ IMPERIALE E REALE

DI

FRANCESCO PRIMO

IMPERATORE D' AUSTRIA

RE DI GERUSALEMME, UNGHERIA, BOEMIA, LOMBARDIA

VENEZIA, DALMAZIA, CROAZIA

SCHIAVONIA, GALIZIA E LODOMIRIA

ARCIDUCA D' AUSTRIA

DUCA DI LORENA, SALISBURGO, STIRIA, CARINTIA

CARNIOLA, ALTA E BASSA SLESIA

GRAN PRINCIPE DI TRANSILVANIA

MARGRAVIO DI MORAVIA

CONTE PRINCIPESCO DI HABSBURG E TIROLO

EC. EC.

SACRA MAESTÀ

Riceve grandissimo onore, ed assume gravissimo carico l'Accademia presentando a Vostra MAESTÀ questo Volume di Saggi: che l'essere accolta sotto agli auspicj d'un tanto MONARCA è argomento di singolare onorificenza, e a tanto invito rispondere degnamente, è debito sacro e solenne della nostra divozione. Perciò l'Accademia reputando seco stessa la dignità delle proprie funzioni, e l'altezza di quei destini che l'animo generoso di Vostra MAESTÀ le schiude davanti, prende oggimai nuovi spiriti, e dimenticando le passate vicende, solleva l'animo a nuove speranze. E questo Volume, che osiamo intitolare al Nome glorioso di Vostra MAESTÀ, questo sia segno e testimonio de'nostri sentimenti, promessa inviolabile di consecrare gl'ingegni e gli studii nostri a servigio del Trono, ad utile della Patria e della Società.

L'Accademia di Padova non potrà mai obbliare nè l'origine illustre che trasse dai Veneti, nè quello più fortunato risorgimento a che la invita il munifico genio di un CESARE che mostra congiunte all'Europa le virtù di Trajano e di Tito.

DI VOSTRA MAESTÀ I. R. A.

Padova li 26 giugno 1817.

Fedelissimi Devotissimi Ubbidientissimi Sudditi
Il Presidente e gli Accademici.

CATALOGO

DEI MEMBRI COMPONENTI L'I. R. ACCADEMIA

DI SCIENZE LETTERE ED ARTI DI PADOVA

CONSIGLIO ACCADEMICO

Presidente.

Signor Giovanni Santini, Professore O. di Astronomia Teorica e Pratica nell'I. R. Università.

Vice - Presidente.

Signor Cavaliere Dottore Valeriano Luigi Brera, Consigliere Attuale di S. M. I. R. A., Professore O. di Medicina Pratica, e di Clinica Medica nell'I. R. Università.

Direttore per la Classe delle Scienze Sperimentali.

Signor Dottore Girolamo Melandri, Professore O. di Chimica Generale e Farmaceutica nell'I. R. Università.

Direttore per la Classe delle Scienze Matematiche.

Signor Professore Antonio Collalto.

Direttore per la Classe di Filosofia Speculativa, e Belle - Lettere.

Signor Cavaliere Luigi Mabil, Professore O. di Eloquenza Latina ed Italiana, e Principj di Estetica nell'I. R. Università.

Segretario per le Scienze.

Signor Conte e Cavaliere Ab. Francesco Maria Franceschinis, Professore O. di Matematica applicata e Geodesìa nell'I. R. Università.

Segretario per le Lettere.

Signor Ab. Giuseppe Barbieri, Professore O. di Diritto Naturale Privato, Pubblico e delle Genti nell'I. R. Università.

Cassiere.

Signor Dott. Giuseppe Antonio Bonato, Professore O. di Botanica nell'I. R. Università.

Archivista - Bibliotecario.

Signor Avvocato Luigi Lanfranchi, Professore O. di Diritto Civile Austriaco, e Procedura Civile nell'I. R. Università.

SOCJ ONORARJ

S. A. I. R. l'Arciduca Giovanni Battista d'Austria, Principe Reale d'Ungheria, Boemia ec. ec., Cavaliere dell'Insigne Ordine del Toson d'Oro, Gran Croce dell'Ordine Militare di Maria Teresa, e dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, Generale di Cavalleria, Direttore dell'I. R. Corpo del Genio, e dell'I. R. Accademia Militare di Neustadt, Proprietario d'un Reggimento di Dragoni ec. ec. ec.

S. A. il Signor Clemente Venceslao Lotario, Principe di Metternich-Winneburg-Ochsenhausen, Duca del Regno delle due Sicilie, Cavaliere dell'Insigne Ordine del Toson d'Oro, Gran Croce di più Ordini, Cancelliere dell'Ordine di Maria Teresa, Curatore dell'I. R. Accademia delle Belle Arti di Vienna, Ciambellano, Consigliere Intimo Attuale, Ministro di Stato, delle Conferenze e delle Relazioni Estere di S. M. I. R. A. ec. ec. ec.

S. E. il Signor Conte Procopio de Lazansky, Barone di Buckovv, Signore di Ehiseb, ec. ec. Ciambellano e Consigliere Intimo di S. M. I. R. A., Cavaliere Gran Croce di più Ordini, Cancelliere Aulico di Boemia, Austria e Galizia, Presidente dell'Eccelsa Aulica Commissione Centrale Organizzatrice ec. ec.

S. E. il signor Conte Pietro di Goëss, Barone di Karolsberg e Morburg, Signore di Ebenthal, Pach ec. ec., Commendatore dell'I. R. Ordine Austriaco di Leopoldo, Cavaliere di Prima Classe dell'I. R. Ordine Austriaco della Corona di Ferro, Ciambellano e Consigliere Intimo di S. M. I. R. A., Governatore delle Provincie ex-Venete ec. ec.

Signor Barone e Cavaliere Andrea Giuseppe de Stifft, Consigliere di Stato e di Conferenze, e Primo Medico di S. M. I. R. A., Direttore dello Studio Medico nell'Impero Austriaco, e Presidente della Facoltà Medica nell'I. R. Università di Vienna.

S. E. il Signor Marchese Federico Manfredini, Consigliere Intimo di Stato di S. A. I. R. il Gran Duca di Toscana ec. in Padova.

S. E. il Signor Conte Giovanni Capodistria, Cavaliere Gran - Croce di più Ordini, e Segretario di Stato di S. M. l'Imperatore di tutte le Russie nel Dipartimento degli Affari Esteri in Pietroburgo.

S. E. il Signor Marchese Luigi Rangoni, Ciambellano e Ministro di S. A. R. il Serenissimo Duca di Modena.

Signor Cavaliere Giuseppe Mayer de Gravenegg, Consigliere Aulico di S. M. I. R. A. in Vienna.

Monsignor Preposto Cavaliere Luigi de Jüstel, Consigliere Aulico di S. M. I. R. A. in Vienna.

Monsignor Francesco Scipione Marchese e Cavaliere Dondi dall'Orologio, Vescovo di Padova, Conte di Piove di Sacco ec.

Signor Conte e Cavaliere Girolamo Polcastro in Padova.

Signor Conte e Cavaliere Giovanni Paradisi, Presidente nel C. R. Istituto di Scienze, Lettere ed Arti in Milano.

Signor Conte e Cavaliere Pietro Moscati, Direttore di Classe nel C. R. Istituto in Milano.

Signor Conte e Cavaliere Simone Stratico, Direttore di Classe del C. R. Istituto in Milano.

Signor Conte e Cavaliere Vincenzo Dandolo in Varese.

Signor Marchese Arborio di Breme in Milano.

Signor Cavaliere Gaudenzio Caccia in Novara.
Signor Conte e Cavaliere Giuseppe Luosi in Milano.
Signor Conte e Cavaliere Luigi Vaccari in Modena.
Signor Conte e Cavaliere Francesco Mengotti, Primo Consigliere di S. M. I. R. A. nel Governo di Venezia.
Signor Dottore e Professore Francesco Aglietti, Protomedico, ed I. R. Consigliere di Governo in Venezia.

SOCJ ATTIVI

Classe di Filosofia Sperimentale.

Signor Arduino Luigi, Professore O. di Agraria nell'I. R. Università.
Signor Professore Bonato suddetto.
Signor Consigliere e Professore Brera suddetto.
Signor Dottore Caldani Floriano, Professore O. di Anatomia nell'I. R. Università.
Signor Conte Dalla-Decima Angelo, Professore O. di Materia Medica nell'I. R. Università.
Signor Ab. Dal-Negro Salvatore, Professore O. di Fisica Sperimentale nell'I. R. Università.
Signor Dottore Dalle Ore Marcantonio, Professore Provv. d'Introduzione allo studio della Medicina e della Chirurgia nell'I. R. Università.
Signor Conte Da-Rio Nicolò, I. R. Intendente di Finanza in Padova.
Signor Dottore Fanzago Francesco, Professore O. di Patologia e Medicina Legale nell'I. R. Università.
Signor Dottore Gallino Stefano, Professore O. di Fisiologia nell'I. R. Università.
Signor Dottore Malacarne Gaetano, Professore Provv. di Fisica animale nell'I. R. Università.
Signor Dottore Mandruzzato Salvatore, Professore Emerito di Chimica Farmaceutica nell'I. R. Università.
Signor Dottore e Professore Melandri Girolamo suddetto.
Signor Dottore Montesanto Giuseppe, Professore Provv. di Storia e Letteratura Medica nell'I. R. Università.
Signor Dottore Penada Jacopo, Medico della Commis. Provinciale di Sanità.

Signor Dottore Renier Stefano Andrea, Professore O. di Storia Naturale nell' I. R. Università.

Signor Dottore Zecchinello Gio. Maria, Medico Consulente della R. Città di Padova, R. Ispettore alle Terme d'Abano e della Battaglia.

Classe di Matematica.

Signor Ab. Avanzini Giuseppe, Professore O. di Fisica Teorica nell' I. R. Università.

Signor Dottore Ab. Bertirossi Busata Francesco, Astronomo Aggiunto nell' Osservatorio dell' I. R. Università.

Signor Professore Collalto Antonio suddetto.

Signor Dottore Farini Giovanni, Professore O. d'Introduzione al Calcolo Sublime nell' I. R. Università.

Signor Conte e Cavaliere Ab. Franceschinis suddetto.

Signor Ab. Prof. Francesconi Daniele, Bibliotecario dell' I. R. Università.

Signor Professore Santini Giovanni suddetto.

Signor Ab. Zendrini Angelo, Professore Provv. di Elementi d'Algebra e Geometria nell' I. R. Università.

Classe di Filosofia Speculativa e Belle Lettere.

Signor Ab. Assemani Simone, Professore O. d'Ermeneutica e di Lingue Orientali nell' I. R. Università.

Signor Ab. Professore Barbieri suddetto.

Signor Ab. Furlanetto Giuseppe, Direttore della Tipografia nel Seminario Vescovile di Padova.

Signor Ab. Giuliani Giacomo, Professore O. di Scienze Politiche nell' I. R. Università.

Signor Avvocato Professore Lanfranchi suddetto.

Signor Cavaliere e Professore Mabil Luigi suddetto.

Signor Ab. Meneghelli Pier'Antonio, Sotto-Bibliotecario e Custode del Museo di Antichità e Numismatica dell' I. R. Università.

Signor Ab. Menin Lodovico, Professore di Fisica generale e Sperimentale nel Seminario Vescovile di Padova.

Signor Ab. Quaini Gregorio.

SOCJ EMERITI

Signor Cavaliere Ab. Bignami Angelo in Milano.

Padre G. A. Braus, Maestro nel Collegio dei Gesuiti in Reggio.

Signor Ab. Coi Giovanni, Rettore Emerito nel Seminario Vescovile.

Signor Ab. Magarotto Francesco, Professore di Elementi di Geometria ed Algebra nel R. Liceo di Vicenza.

SOCJ NAZIONALI

Signor Conte Alessandri Achille in Bergamo.

Signor Conte Bossi Luigi in Milano.

Signor Professore Brocchi G. A., Ispettore alle Miniere in Milano.

Signor Cavaliere Brunacci Vincenzo, Professore di Calcolo Sublime nell'I. R. Università di Pavia.

Signor Ab. Comparetti Pietro in Padova.

Signor Conte Corniani Marco, Ispettore alle Miniere in Venezia.

Signor Del-Bene Benedetto in Verona.

Signor Ab. Dianin Felice, Professore Provv. d'Istruzioni Religiose nell'I. R. Università.

Signor Conte Filiasi Giacomo in Venezia.

Signor Conte Franceschi Luigi, Supplente alla Cattedra di Calcolo Sublime nell'I. R Università.

Signor Ab. Giardini Elia, Professore O. di Codice Civile Austriaco, e Bibliotecario dell'I. R. Università di Pavia.

Signor Cavaliere Hager Giuseppe, Vice-Bibliotecario-Regio in Milano.

Signor Dottore Manzoni Antonio, Prof. di Clinica Chirurgica in Verona.

Signor Ab. Marsand Antonio, Professore O. di Economia Pubblica, Statistica, e Diritto Commerciale nell'I. R. Università.

Signor Ab. Meneghelli Antonio, Professore Provv. d'Introduzione Generale allo Studio Politico-Legale, e di Diritto Feudale nell'I. R. Università.

Signor Cavaliere Monti Vincenzo in Milano.

Signor Dottore Pieri Mario, Professore Provv. di Storia Universale e Particolare Austriaca, e del Regno Lombardo-Veneto nell'I. R. Università.

Signor Cavaliere Pindemonte Ippolito in Venezia.

Signor Cavaliere Ab. Pini Ermenegildo, Ispettore generale di Pubblica Istruzione in Milano.

Signor Dottore Pisoni Omobono, Professore Emerito d'Istituzioni Mediche nell'I. R. Università.

Signor Conte Ab. Ridolfi Angelo, Professore Provv. di Lingua e Letteratura Tedesca nell'I. R. Università.

Signor Dottore Ruggeri Cesare, Professore O. di Clinica Chirurgica e di Operazioni Chirurgiche nell'I. R. Università.

Signor Conte Cavaliere Scopoli Giovanni in Milano.

Signor Avvocato Sografi Antonio Simone in Padova.

Signor Conte Trevisan Girolamo, Vice-Presidente dell'I. R. Tribunale d'Appello Generale in Venezia.

Signor Ab. Zabeo Prosdocimo, Professore Provv. di Teologia Pastorale nell'I. R. Università.

Signor Ab. Zandonella Gio. Battista, Professore Provv. di Storia Ecclesiastica nell'I. R. Università.

SOCJ ESTERI

Signor Cavaliere Angeli Luigi, Archiatro Onorario di S. S. Pio VII., e Professore di Medicina e d'Ostetricia in Imola.

Signor Conte Balbo Prospero in Torino.

Signor Barone di Corvisart, Professore di Medicina in Parigi.

Signor Dottore Curtze Giorgio Luigi, Consigliere Medico presso S. A. S. il Duca di Anhalt.

Signor Dottore De -- Ancora Gaetano, Emerito Bibliotecario Regio in Napoli.

Signor Ab. Farini Pellegrino, Professore di Belle Lettere, e Rettore del Collegio di Ravenna.

Signor Dottore Fattori Santo, Professore di Anatomia nella Ducale Università di Modena.

Signor Ferroni Pietro, Regio Matematico in Firenze.

Signor Dottore Frank Luigi, Archiatro di S. M. la Principessa Imperiale Duchessa di Parma.

Signor Cavaliere Fuss Nicola, Consigliere Attuale di Stato di S. M. l'Imperatore di tutte le Russie, e Segretario Perpetuo dell'Accademia Imperiale delle Scienze di Pietroburgo.

Signor Ghiliossi Conte di Lemie Giuseppe Ignazio in Torino.

Signor Consigliere Harles C. G., Professore di Medicina nella Regia Università di Erlangen.

Signor Conte de Khuostof, Senatore e Cavaliere di S. Anna di Prima Classe in Russia.

Signor Barone de Lindenau, Direttore dell'Osservatorio Astronomico in Gotha.

Signor Cavaliere Ab. Maffei, Professore di Letteratura e di Lingua Italiana nel R. Liceo di Salisburgo.

Signor Dottore Rittich (Federico di) Consigliere di Corte di S. M. l'Imperatore di tutte le Russie.

Signor Cavaliere Rossi Luigi in Reggio.

Signor Dottore Cavaliere Ruffini Paolo, Presidente della Società Italiana, e Professore nella Ducale Università di Modena.

Signor Spada Andrea Consigliere di Corte, e Censore dell'Imperiale Biblioteca di Pietroburgo.

Signor Tyschen Olao Gerardo, Professore di Lingue Orientali in Rostoch.

Signor Wismayr Giuseppe, Supremo Consigliere Ecclesiastico di S. M. il Re di Baviera, e Membro Residente dell'Accademia R. delle Scienze di Monaco.

Signor Barone de Zach, Astronomo in Gotha.

SOCJ CORRISPONDENTI

Signor Dottore Aprilis Bartolommeo, Professore di Fisica nel R. Liceo di Udine.

Signor Bettoni Nicolò, Tipografo dell'I. R. Accademia.

Signor Dottore Bianchi Giovanni, Medico di Modena.

Signor Dottore Bianchi Giuseppe, Matematico in Modena.

Signor Dottore Bruni Carlo, Medico in Conegliano.

Signor Dottore Cavaliere Colli Giuseppe, Medico-Chirurgo Maggiore nelle Cesareo-Regie Armate.

Signor Cavaliere Coltellini Agostino di Cortona.

Signor Ab. Configliachi Luigi, Profes. di Botanica nel R. Liceo di Mantova.

Signor Dottore Dall'Oste Pietro, Medico Assistente, e Ripetitore della Cattedra di Clinica Medica nell'I. R. Università.

Signor Decol Pietro, Operatore del Laboratorio Chimico, e Pubblico Ripetitore di Chimica Generale e Farmaceutica nell'I. R. Università.

Signor Dottore Fapanni Agostino, Deputato della Congregazione Provinciale di Padova.

Signor Dottore Farnese Tommaso, Medico-Chirurgo in Firenze.

Signor Ab. Formentini Antonio, Custode della Biblioteca di Monsignor Vescovo di Padova.

Signor Gualandris Antonio.

Signor Ingegnere Letter Pietro Antonio, Ispettore d'acque e strade in Venezia.

Signor Losanna Matteo.

Signor Dottore Macoppe Marino, Custode del Gabinetto di Fisica Sperimentale, e Pubblico Ripetitore della stessa Scienza nell'I. R. Università.

Signor Dottore Malagò Pietro Paolo, Professore di Medicina e Chirurgia in Ferrara.

Signor Dottore Malfatto Luigi, P. Ripetitore di Calcolo Sublime nell'I. R. Università.

Signor Dottore Manzoni Luigi, Professore d'Ostetricia in Verona.

Signor Marabelli Francesco, Professore di Chimica Farmaceutica nell'I. R. Università di Pavia.

Signor Ab. Martinato Pietro, Arciprete di Zimella.

Signor Dottore Mazzoni, Medico-Chirurgo di Cesenatico.

Signor Cavaliere Metaxà Andrizzi Marino, di Cefalonia.

Signor Dottore Morelli Luigi, Professore di Medicina Pratica nell'I. Università di Pisa.

Signor Ab. Nocca Domenico, Professore di Botanica nell'I. R. Università di Pavia.

Signor Ab. Nodari Antonio, Professore dell'Accademia nel Seminario Vescovile di Padova.

Signor Dottore Olmi Agostino, Professore di Medicina in Firenze.

Signor Dottore Pasetti Floriano in Padova.

Signor Dottore Penolazzi Ignazio, Medico in Montagnana.

Signor Petrettini Spiridione in Corfù.

Signor Dottore Pilati N. N. in Brescia.
Signor Conte Pimbiolo degli Engelfreddi Antonio, Professore Emerito d'Istituzioni Mediche, e Direttore della Facoltà Medico-Chirurgico-Farmaceutica presso l'I. R. Università.
Signor Conte Pimbiolo degli Engelfreddi Francesco, Prefetto del Ginnasio.
Signor Dottore Quadri Gio. Battista, Professore di Chirurgia in Napoli.
Signor Consigliere Barone di Reichenbach in Monaco.
Signor Colonnello Romanò Luigi in Venezia.
Signor Dottore Ruggeri Gaetano, Medico in Venezia.
Signor Ab. Scarabello Nicolò di Este.
Signor Dottore Scolari Filippo, Impiegato presso l'Eccelso I. R. Governo Generale in Venezia.
Signor Cav. Serristori Luigi di Firenze.
Signor Dottore Soli-Muratori Fortunato, Legale in Modena.
Signor Ab. Svegliato Gio. Battista, Professore di Rettorica nel Seminario Vescovile di Padova.
Signor Ab. Tadini Placido in Bergamo.
Signor Dottore Tantini Francesco, Professore di Medicina nell'I. Università di Pisa.
Signor Dottore Thiene Domenico, Professore di Clinica Medica nello Spedale di Vicenza.
Signor Dottore Tonelli Giuseppe, Medico in Peliano presso Roma.
Signor Dottore Trinchinetti Giuseppe, Medico in Monza.
Signor Dottore Venanzio Girolamo, Relatore presso la Congregazione Provinciale di Padova.
Signor Dottore Venturi Luigi, Medico Primario della città di S. Severino.
Signor Ab. Vivorio Agostino in Vicenza.
Signor Dottore Zanini Paolo, Medico O. dello Spedale Civile di Venezia.
Signor Ab. Zurla Placido, Rettore del Collegio di S. Michele di Murano in Venezia.

APPENDICE

AL CATALOGO DEI MEMBRI

COMPONENTI LA C. R. ACCADEMIA DI SCIENZE LETTERE ED ARTI DI PADOVA

SOCJ ONORARJ

NOMINATI DURANTE LA STAMPA DEL PRESENTE VOLUME

S. E. il Signor Conte Francesco Saurau, Barone a Ligist, e Wolkenstein, Supremo Maresciallo Ereditario nella Stiria ec., Gran Croce dell'Ordine di S. Stefano Re d'Ungheria, Cavaliere di Prima Classe dell'Ordine Imp. Austriaco della Corona di Ferro, Croce d'oro dell'Ordine Civile, Gran Croce dell'Ordine di S. Ferdinando delle Due Sicilie, e dell'Ordine Costantiniano di S. Giorgio di Parma, Gran Croce del R. Ordine di Carlo III. di Spagna, Imp. Regio attuale Consigliere intimo, Ciambellano, e Supremo Cancelliere Ministro dell'Interno della Monarchia Austriaca.

S. E. Il Signor Conte Giacomo Mellerio I. R. Consigliere intimo attuale, Commendatore dell'Imp. R. Ordine di Leopoldo, e Aulico Cancelliere Lombardo-Veneto.

M. R. Signor Innocenzo Lang, Ch. R. delle Scuole Pie, Dottore di Filosofia, Imp. R attuale Consigliere Aulico, Direttore degli Studj pei Ginnasj dell'Austria sotto l'Enns, e dell'Imp. R. Convitto in Vienna, e Rettore della chiesa dell'Imp. R. Università di Vienna.

Signor Giovanni Debrois, Dottore in Filosofia e Diritto, Membro delle Imperiali Regie Auliche Commissioni di Legislazione Politica e Centrale d'organizzazione, Membro Onorario dell'Imp. Regia Accademia delle Belle Arti in Vienna, Socio estero della R. Boema Accademia delle Scienze.

Signor Luigi Barone di Türkheim, Dottore di Medicina, Referente negli affari Sanitarj, Vice-Direttore dello Studio Medico-Chirurgico nell' Impero Austriaco.

SOCJ NAZIONALI

Signor Ab. Dottor Jacopo Bonfadini, Prof. Ordinario di Filosofia Teoretica e Pratica nell' I. R. Università di Padova.

CENNI BIOGRAFICI

DEGLI ACCADEMICI DEFONTI

DOPO LA PUBBLICAZIONE DELLA STORIA DELL'ACCADEMIA

PREMESSA ALLA PARTE II DEL TOMO III

DE' SAGGI SCIENTIFICI E LETTERARJ

STAMPATO NELL'ANNO MDCCXCIV.

Dappoichè nel terzo Volume de' *Saggi* di quest'Accademia si annunciò la morte del P. Antonino Valsecchi, di Camillo Bonioli, e dell'Ab. Giambattista Nicolai, Professori di quest'antichissima Università, e Membri ragguardevolissimi della nostr'Accademia, soggiacquero molti altri nostri compagni allo stesso fatale destino, a' quali uopo è che noi rendiamo brevemente un tributo di onore, anche perchè a vanto ci torna che fosser nostri mentre viveano, e co' loro studj e con la lor fama il lustro accrebbero di questa Società Letteraria.

Il primo che mancò a' vivi dopo il Nicolai fu Alberto Zaramellini, che nato in Padova di nobile famiglia nel giorno primo di aprile dell'anno 1738, fu educato nel Collegio di S. Croce sotto la direzione de' Chierici Regolari della Congregazione di Somasca. Iniziato negli studj medici, ne ottenne la laurea; ma una certa predilezione ch'egli avea per le belle lettere e per le scienze razionali lo allontanò da quella carriera ch'ei già percorreva con onore, e per vie più secondare la propria inclinazione ricercò ed ottenne nell'anno 1765 una di quelle Cattedre nell'Università della Patria sua, che chiamavansi Cattedre *della Città*, e fu quella di Logica. Nell'anno 1770 interessando al Senato Veneto di promuovere la pubblica istruzione nelle Isole Jonie, con altri distinti soggetti inviò a Corfù il nostro Zaramellini incaricandolo di dettar ivi la filosofia. Erasi stabilito che per un quinquennio dovess'egli attendere a quella istruzione, ed infatti spirato il tempo prefisso ritornò alla Patria dopo di avere visitato le isole dell'Arcipelago, la Troade, le coste dell'Africa e quelle dell'Asia minore. In quel viaggio il Zaramellini volle essere accuratamente informato del clima, de' costumi, della religione, del commercio de' popoli e de' paesi che incontrava, formandone una relazione che rimase inedita presso gli eredi di lui. Reduce in Padova fu promosso nel 1778 dal Senato Veneto alla Cattedra di Fisica, ch'erasi resa vacante per la morte del celebre P. Colombo, ed in tale onorifico impiego cessò di vivere nel giorno 22 di settembre 1794. Nella istituzione dell'Accademia delle Scienze, Lettere ed Arti, avvenuta nell'anno 1779, il Zaramellini fu ammesso tra gli *Accademici Socj*, o *Socj ordinarj*, fino a che nell'anno 1787 entrò nella classe degli Accademici *pensionarj*. Oltre la Memoria intorno alla imitazione considerata come principio attivo morale, ch'è pubblicata negli Atti di questa Società, abbiamo alle stampe due Orazioni da lui dettate a nome della Patria sua all'occasione che due Veneti Podestà lasciarono il governo di questa Provincia. Inedite sono le altre dissertazioni che il Zaramellini comunicò all'Accademia, e quella singolarmente sulla schiavitù personale, della quale leggesi un brillante estratto nelle Relazioni Accademiche del nostro Segretario l'immortale Cesarotti.

Nuovo lutto provò l'Accademia poco appresso, quando nel dì 14 di febbraio dell'anno 1795 cessò di vivere in Padova l'Ab. Clemente Sibiliato. Venuto questi al mondo nel villaggio di Bovolenta poco lungi dalla nostra Città li 10 di febbraio dell'anno 1729, ed educato ne' primi studj entrò nel 1746 in questo celebre Seminario Vescovile, ove per l'assiduità e valore de' coltivatori aveasi lusinga che la tenera pianta crescesse orgogliosa, e de' più bei fiori si ornasse del sapere. Nè a vuoto andarono le concepite speranze, perciocchè istruito già nella rettorica attese il Sibiliato alla filosofia ed alla teologia, nella gravità de' quali studj ricreavasi egli sempre co' piaceri dell'amena letteratura. Che anzi tal fu l'estimazione che a lui ne venne per lo coltivamento delle belle lettere che a Maestro fu eletto di quelle; ed allora non si può dire abbastanza quante volte da lui si ricercassero i poetici componimenti e volgari e latini per le *Raccolte* ch'erano a que' tempi di moda. La facilità da lui acquistata nel verseggiare lo invaghì principalmente dello stile comunemente chiamato *bernesco*, in cui riuscì a meraviglia, e come nelle *ottave* e nel *sonetto*. Accaduta in quegli anni la morte del gran Pontefice Benedetto XIV, ne scrisse il Sibiliato l'elogio funebre, che pubblicato con le stampe riuscì oltremodo soddisfacente ai Cardinali radunati in Roma pe' nuovi Comizj. Nell'anno 1760 ottenutasi dal cel. Gio. Antonio Volpi quella giubilazione che avea meritato co' suoi studj e con le sue fatiche, furono proposti al Veneto Senato tre soggetti egualmente capaci a sostenere la Cattedra della eloquenza greca e latina nell'Università dello Stato, cioè il dotto Ab. Natale Dalle Laste, ed il chiarissimo Gasparo Gozzi col Sibiliato, e su quest'ultimo cadde la scelta. Agli obblighi che da quell' incarico a lui derivavano, altri ne aggiunse che dal suo fervore per le lettere veniano prescritti, poichè oltre la notissima operetta che diede in luce col titolo *de eloquentia Marci Fuscareni,* ottenne corona dall'Accademia di Mantova per avere lodevolmente risposto al problema: *se la poesia influisca sul bene della Società, e come possa essere oggetto della politica.* Questa Memoria fu letta con piacere dall'immortale Imperatore Giuseppe II, che volle conoscerne l'Autore all'occasione che passò per la Città di Padova, e grato gli si mostrò perchè celebrato avea co' versi il giorno natalizio dell'Augusta Madre sua l'Imperatrice Maria Teresa. Fu uno de' primi Socj pensionarj nella istituzione di quest'Accademia, ed oltre le dissertazioni di lui stampate negli Atti, molte altre rimasero agli eredi che apparterrebbero all'archivio di questa Società, e specialmente quelle ch'ei scrisse sull'eloquenza estemporanea. Fu sepolto nella chiesa di S. Tommaso Martire colla seguente iscrizione:

CLEMENTI · SIBILIATO

PRESBYTERO · PATAVINO

HVMANIORVM · LITTERARVM

IN · PATAVINO · GYMNASIO · DOCTORI

SCRIPTIS · EDITIS · CLARISS.

VIXIT · ANN · LXXVI

DECESSIT · XVI · KAL · MAR · ANN · CIƆIƆCCVC

IO · BAPT · FRATRIS · FILIVS

PATRVO · BE · ME · F.

Ne stampò l'elogio in Venezia Giuseppe Fossati, e ne scrissero elegantemente la vita Monsignor Angelo Fabroni nel Volume XVIII delle *Vitae Italorum doctrina excellentium*, e l'Ab. Gio. Battista Ferrari nelle *Vitae Virorum illustrium Seminarii Patavini.*

Nessun pubblico encomio ebbe mai l'Ab. Alvise Guerra, quantunque nello stesso Seminario celebratissimo abbia ricevuto la prima sua educazione, e nella medesima Università educasse gli altri alle scienze. Trass'egli i suoi natali nel villaggio della Battaglia li 28 di marzo dell'anno 1712, e nel Seminario si diede agli studj delle belle lettere, della filosofia, della matematica e della teologia, e così profittò nella scienza sacra, che nel giorno 27 di luglio dell'anno 1734 fu decorato della laurea di teologia, e fu aggregato ai membri del Collegio Teologico. Della vita da lui condotta in appresso ci rimane qualche onorevole memoria nelle *Lettere inedite di donne ed uomini illustri morti o viventi nel secolo XVIII.* (Venezia in due Vol. 1795-1796). Ivi leggonsi due lettere di Gaetano Volpi intorno alla capacità ed agl' impieghi del Guerra. Nella prima, ch'è alla pag. 27 del primo Vol. si parla di lui senza nominarlo; ma dalla seconda, ov'è espressamente indicato, e ch'è alla pag. 37 dello stesso Volume, s'intende chiaramente, ch'egli è pure il soggetto della prima. Da un'altra lettera che segue poco appresso del cel. Girolamo Zanuetti appare che nell'anno 1749 il Guerra era partito per Dresda. Si applicò in seguito ed in singolare maniera alla erudizione ecclesiastica, e ciò gli procurò l'onore di essere destinato li 25 di agosto dell'anno 1773 alla Cattedra del Diritto pubblico ecclesiastico nell' Università di Padova. Nell' anno seguente diede alla luce la solenne Lezione recitata nel suo ingresso alla Cattedra, dalla quale i Professori non poteano a' que' tempi dispensarsi in vigore di una provvidissima Legge Veneta, che prescriveva doversi percepire l'assegnato emolumento dal giorno appunto in cui il Professore novellamente eletto dal Senato dasse nella prolusione un pubblico saggio del suo sapere. Stampò il Sommario delle Bolle Pontificie, e tradusse in lingua latina la grande Opera del P. Valsecchi intitolata *i fondamenti della Religione.* Fu il Guerra uno de' Membri pensionarj dell'Accademia. Inclinato alla critica nè facilmente lodava le produzioni altrui, nè sapea prudentemente ristarsi dal favellarne; dal che derivò che non ebbe molti amici, e che l'Ab. Cesarotti non ne dimostrò grande estimazione, allorchè ebbe a parlare di lui nelle Relazioni Accademiche. Morì in Padova li 2 di marzo dell'anno 1795.

Poco appresso, cioè a' 9 di maggio dell'anno stesso, perdemmo Giovanni Marsilj, Professore di Botanica e Prefetto del celebre nostro Giardino de' semplici. Da una famiglia originalmente Veneta vide la luce alla Pontieba li 4 di giugno dell'anno 1727. Benchè veruna notizia non ci sia pervenuta della di lui prima educazione, pure a grande onore convien credere ch'essa corrispondesse degl' istitutori del Marsilj, se tanto ne approfittò provvedendo non meno al proprio decoro che al nome italiano. Imperocchè assaporate le opere migliori de' nostri prosatori e poeti, recossi in Firenze per conversare con quel Cocchi, il di cui stile tanto avealo allettato, e da Firenze passò nella Francia e nell' Inghilterra in traccia sempre degli uomini più famosi nella letteratura. In questi viaggi sommamente approfittò il Marsilj dell'uso delle lingue, della bibliografia, e qualche inclinazione si destò in lui per la botanica, che ritornato in Venezia coltivò con fervore. La bella letteratura però ed il buon gusto della lingua latina ed italiana furono sempre un oggetto prediletto degli studj suoi. Conosciuto il merito del Marsilj dal Veneto Senato nel giorno 18 gennaio 1760 lo elesse Professore di Botanica in luogo del chiarissimo Giulio Pontedera di recente defonto. Arricchì il giardino affidatogli di moltissime piante nuove, vi fondò l'ameno e prezioso boschetto degli alberi esotici i più rari, e stampò l'operetta intitolata *Fungi Carrariensis historia, Patavii* 1766. 4.° Eletto Accademico pensionario scrisse molte Memorie, alcune delle quali si pubblicarono ne' nostri *Saggi,* e nella Storia dell'Accademia. In mezzo però alle serie occupazioni, con le quali serviva alla Cattedra, all'Accademia, ed alla scienza che professava, non abbandonò mai il Marsilj la letteratura più amena, siccome ce ne fanno fede i di lui componimenti poetici, la *novella* data alle stampe dal benemerito signor Co. Antonmaria Borromeo in fine del *Catalogo de' novellieri italiani* da lui posseduti, (Bassano 1794, alla pag. 157) il commercio epistolare ch'ei tenne co' più celebri letterati, e finalmente l'accurato stile ch'egli usò ne' suoi scritti. Una lenta paralisi lo tolse di vita, e fu sepolto nel chiostro primo prossimo alla Chiesa di S. Antonio in questa Città, ove fu collocata la seguente iscrizione, dettata dall'amico del defonto, il signor Ab. Giuseppe Gennari.

H · S · E ·

IOANNES · MARSILIVS

DOMO · VENETIIS

QVI · CVM · POLITIORE · HVMANITATE

REI · HERBARIAE · PERITIA

TRANSALPINIS · PEREGRINATIONIBVS

INCLARVISSET

IVLIO · PONTEDERA

BOTANICES · PROFESSORI · CLARISSIMO

SEN · VEN · DECRETO · SVFFECTVS

EVM · LOCVM · XXX · ET · AMPLIVS · ANNOS

CVM · LAVDE · TENVIT

DE · HORTO · MEDICO · OPT · MERITVS

VIX · ANN · LXVII · M · XI · DEC · VII · ID · MA ·

CIƆIƆCCVC

Il sullodato Ab. Ferrari, e Monsignore Fabroni sì nell'Opera intitolata *Vitae Italorum doctrina excellentium*, come nel Vol. VIII delle Memorie della illustre Società Italiana delle scienze, ci hanno dato un esatto ragguaglio della vita e degli studj di un altro celebre nostro Accademico l'Ab. Giuseppe Toaldo. E ben meritava egli che i nostri e gli stranieri avessero nella diversità della lingua l'opportuno mezzo di conoscere per quali vie giugness'egli a sì grande celebrità. A noi dunque non rimane che di richiamare qui l'epoche principali della vita di lui, che da noi doveano pubblicarsi prima che da ogni altro, se all'Accademia fosse stato permesso dalle circostanze di promulgare periodicamente i suoi fasti. Certo è, che se del nome di questo celebre Letterato si fregiarono le estere Società, non potea la nostra obbliarlo sì presto, chè ne fu uno de' primi e più chiari ornamenti. Nato il Toaldo negli ameni colli Vicentini, e precisamente nella Parrocchia di S. Lorenzo di Pianezze gli 11 di luglio dell'anno 1719, fu educato nel Seminario Vescovile di Padova. Invaghito fino da' primi anni degli studj filosofici e matematici, non perciò trascurò la dottrina che forma il vero ecclesiastico, sì che il Cardinale Rezzonico Vescovo allora di Padova affidò al Toaldo ancor giovane l'Arcipretura di Montegalda. Attento a' doveri del suo ministero consacrava agli studj più severi, alle osservazioni, ed a' calcoli tutte le ore che gli rimanevano, e la fama ne ripetea sovente il nome come d'uomo, da cui lo stato e le lettere poteano attendere lustro ed avanzamento. Eletto infatti dal Veneto Senato Professore di astronomia, geografia e metereologia nell'Università dello Stato, approfittò di quella occasione per essere utile a' suoi simili in più maniere. E per verità dobbiamo riconoscere dallo zelo e dalle sollecitazioni di lui che siasi eretta dal Governo Veneto la Specola astronomica, la quale prima non esisteva, e che di tutte quelle macchine sia essa stata arricchita, che più interessano i coltivatori dell'astronomia. Da quella Specola egli osservò e calcolò esattamente i movimenti degli astri, ed in essa strinse un'amichevole relazione con la luna, che sembrò di avere svelato al solo Toaldo quanto influisca sulla terra col regolato suo movimento. Inventò il Saros, o periodo ne' fenomeni metereologici e ne ottenne premio dall'estere Società. Nell'anno 1773 cominciò a pubblicare l'applaudito Giornale astro-metereologico, che continuò fino alla di lui morte avvenuta nel dì 11 di novembre dell'anno 1797. Scrisse moltissime dissertazioni, delle quali leggesi l'elenco nell'Elogio che si è accennato di sopra, e si può asserire che il dovere di Accademico, di cui fu sempre osservatore scrupoloso, abbia servito talvolta al Toaldo di stimolo a produrre in iscritto ciò che pensava sui varj argomenti da lui trattati, se di tutte le sue dissertazioni amò sempre informarne l'Accademia, con la lettura di esse, o degli estratti relativi. Fu di aureo carattere e lepidissimo, applaudito ed accarezzato da' grandi, egualmente che dalle volgari persone. Il Re Ferdinando IV di Napoli, giunto appena in Padova nell'anno 1791, chiamò a se il Toaldo, il Caldani ed il Cesarotti, e volle che questi tre uomini co' loro discorsi lo trattenessero per due sere consecutive. Fu sepolto nella chiesa di S. Agata, e fu collocata sulle ceneri quella epigrafe che aveasi egli stesso preparata: demolita però quella chiesa, fu la lapide trasferita al Cimitero comunale, ove leggesi:

IN · DIEBVS · ILLIS

FVIT · HOMO · QVIDAM

NOMINE

IOSEPH · TOALDO

QVI · COELVM

EIVSQ · CONDITOREM

STVDIOSE · COLVIT

NEC · NON · DVLCES · AMICOS

ET · PROBOS · OMNES

NVNC · HOC · SVB · LAPIDE

QVIESCERE · VIDETVR

D · O · M ·

SIT · ILLI · PROPITIVS

AMEN

VIXIT · AN · LXXVIII

OBIIT · ID · NOVEMB ·

MDCCXCVII

Uno de' vantaggi che lo Stato e le scienze ritraggono dalle Accademie, quello fuor di dubbio merita particolare considerazione, che dalla cooperazione di molte erudite persone ogni ramo dell'umano sapere sia promosso contemporaneamente e con lodevole emulazione. Quindi è, che se anche il Professore Toaldo de' viaggi trattò, e del passaggio di Annibale per l'Apennino, e dell'epoca della gran Muraglia della China, le belle lettere e l'erudizione contarono sempre nell'Accademia di Padova tra' loro zelanti coltivatori altri distinti soggetti, e tra questi l'Ab. Giuseppe Gennari che nacque in Padova li 10 del mese di novembre dell'anno 1721. Visse giovinetto nella società de' molti uomini dotti, che a quell'epoca trovavansi in questa Città, e colla scorta di quelli studiò la fisica, la matematica, la teologia, e di quest'ultima scienza divenne dottore. L'amena letteratura però, la erudizione, e singolarmente la storia delle vicende ch'ebbe la Patria sua ne' tempi antichi, formarono l'oggetto precipuo delle sue occupazioni. Quindi non è a dire quanti poetici componimenti ei dettasse ricercato dagli amici, e quante dissertazioni abbia pubblicate sopra diversi argomenti storici ed eruditi: se ne vegga l'elenco nell'elogio dello stesso Gennari premesso agli *Annali della Città di Padova*, ch'egli lasciò inediti, e che si stamparono in Bassano nell'anno 1804. Fu Segretario dell'antica Accademia de' Ricovrati, e quando il Senato Veneto nell'anno 1779 volle che quell'Accademia unita all'Agraria costituissero un nuovo Corpo, ed acquistassero una più decorosa e più splendida esistenza, l'Ab. Gennari divenne Socio ordinario di questa recente Adunanza, e poscia passò alla classe di quelli che pe' loro lavori ottenevano dal Principe un'annua rimunerazione. Morì li 31 del mese di dicembre dell'anno 1800, e fu sepolto nella Chiesa di S. Pietro, ove trovasi l'epigrafe seguente:

QVIETI · ET · MEMORIAE
IOSEPHI · GENNARI
PRESBYTERI · PATAVINI
POLITIORIS · HVMANITATIS
CVLTORIS · EXIMII
ANTIQVITATVM · ET · HISTORIAE · PATRIAE
QVAM · EDITIS · VOLVMINIBVS · ILLVSTRAVIT
PERITISSIMI
NEPOTES · EX · FRATRE · POSVERVNT
PIVS · VIXIT · AN · LXXIX · MENS · I · D · XVIII
DECESSIT · PRID · CALEND · IANVAR · MDCCC
RE · IN · PACE

Insieme col Gennari ebbe comune la Patria l'Ab. Alberto Fortis d'ingegno straordinario e di sorprendente attività. Ebb'egli i natali nel mese di agosto dell'anno 1741, ed a' sedici anni vestì l'abito de' Romitani di S. Agostino. Sciolto però alcuni anni dopo da' vincoli claustrali, dimostrò chiaramente quanto le naturali disposizioni dell'animo suo lo chiamavano più alla geologia che agli studj teologici, e quanto più facilmente egli apprendesse da Omero le bellezze della lingua greca, che dalla lettura de' Padri. Ed infatti ritornato appena dal chiostro divenne viaggiatore, naturalista, filologo ed acquistossi molta celebrità tra i letterati; e quasi che l'inclinazione ch'ei risentiva per le scienze le più sublimi non bastasse all'uopo, trovò egli nelle domestiche mura raccolta ogni dì la società de' più distinti Professori di questa Università, dell'amicizia de' quali vantossi sempre la di lui Genitrice. Il Cesarotti, il Toaldo ed il Sibiliato gareggiavano ne' consigli, acciò il Fortis cooperasse all'ingegno, di cui la natura avealo abbondantemente provveduto. Ed egli lor corrispose pienamente; poichè veggendo che, se alquanto allontanavasi dalla Patria, somministravagli ogni viaggio l'argomento di qualche dissertazione, o vie meglio istruivasi su ciò che appreso avea dalle altrui descrizioni, visitò molte provincie, e gli venne sempre fatto o d'iscuoprire ciò che dagli altri non era stato veduto, o d' interpretare i fenomeni che gli si presentavano colla più sicura scorta della sana filosofia. Celebri sono le scoperte ch'ei fece della nitriera naturale nel Pulo di Molfetta, della pozzuolana ne' monti Vicentini per uso specialmente delle fabbriche alla riva del mare, della torba che può essere somministrata dal territorio padovano a risparmio degli ordinarj combustibili. Su questi e su molti altri oggetti differentissimi egli scrisse con franco e forbito stile, perchè le amene lettere e la poesia amò e coltivò, a sollievo dello spirito occupato ognora di così importanti argomenti. La nostra Accademia, che lo ebbe sempre fra' Socj pensionarj, pubblicò alcune di lui Memorie, e molte altre poteva essa attenderne, se le vicende de' tempi, e più quelle che soffrì la fortuna del Fortis, non lo avessero obbligato di cercare altrove quell'alimento, che dovea considerarsi per lo meno un moderato premio delle sue fatiche. Egli però ritrasse da' proprj talenti que' vantaggi che inutilmente potea attendere d'altronde, e le Memorie per servire all' istoria naturale e principalmente all'orittografia dell' Italia ne lo rassicurarono; poichè conosciuto in Parigi il merito di quell'opera, l'Autore fu destinato Prefetto della grande Biblioteca di Bologna, e Segretario dell' Istituto Nazionale Italiano delle scienze. Con questi titoli, onorifici insieme e lucrosi, morì egli in Bologna nel ventunesimo giorno di ottobre dell'anno 1803, e cessò allora la giusta gloria che aver potea l'Accademia nostra di avere somministrato un letterato così rispettabile ad una città sì celebre per la dottrina de' suoi. L'Ab. Carlo Amoretti, che avea gli studj comuni col Fortis, ne pubblicò l'Elogio nel Vol. XIV delle Memorie della Società Italiana, alla quale apparteneano ambidue, ed il chiarissimo signor Cavaliere Schiassi Professore dell'Università di Bologna dettò l'Epigrafe collocata sul di lui sepolcro in quel Cimitero:

CINERIBVS

ALBERTI · FORTIS

DOMO · PATAVIO

PRAEF · BIBLIOTHECAE · ARCHIGYMNASII

AB · ACTIS · INSTITVTI · ITALICI

PHYSIOGRAPHI · DISERTISSIMI

QVI · VIXIT · A · LXII

OBIIT · XII · KAL · NOVEMBR · A · MDCCCIII

SOPHIA · SELLIER

HERES

FACIEND · CVRAVIT

Tutt'i fenomeni della natura e tutte le produzioni dell'arte poteano essere illustrate ed interpretate dall'Ab. Fortis, che qual nuovo Briareo sembrava occuparsi di tutte colla vastità dell'ingegno ond'era fornito. Con ingegno però più limitato seppe anche l'Ab. Pietro Zuliani procacciarsi una celebrità. Conduss'egli i primi venti anni di età in Atmis Borgo del Friuli, ove avea veduto la luce nel dì 30 di novembre dell'anno 1739. Il Seminario Vescovile di Padova lo accolse tra' suoi alunni nel 1759, ed ivi intraprese gli studj filosofici e teologici con singolare profitto, perchè nell'anno 1765 fu destinato da'Superiori del Seminario ad insegnare agli altri la filosofia, e nell'anno susseguente 1766 ottenne la laurea dottorale in sacra teologia. Ebbimo il primo Saggio del sapere dell'Ab. Zuliani nelle *propositiones ex universa philosophia*, che diede alle stampe nel 1777 all'occasione delle solenni conclusioni con le quali sogliousi esercitare gli allievi più valorosi del Seminario. Poco appresso, cioè nell'anno 1783, il Senato Veneto lo innalzò alla Cattedra primaria di fisica nell'Università di Padova, ed in quell'anno medesimo vidimo in luce il Piano per fortificare e restaurare gli argini de'fiumi e per chiudere le rotte. Quest'opera fece conoscere con quanto valore egli potesse riuscire in siffatte materie, sì che nella famosa quistione agitata tra' matematici sulla migliore sistemazione del fiume Brenta, l'Ab. Zuliani fu eletto dal Senato Veneto membro della Commissione incaricata di esaminare il Piano proposto dal signor Ingegnere Artico, ed in essa ebbe a compagni Giordano Riccati, Nicolai, Cristiani e Cocoli. Onore e premio ne venne pure al nostro Accademico all'occasione di un Programma proposto dall'Accademia di Mantova sopra i vantaggi o i danni che produce un fiume con la moltiplicità de' suoi sbocchi nel mare. Prese in seguito a soggetto delle proprie riflessioni l'esperimento del celebre Marchese Poleni sulla caduta de' gravi nelle materie cedevoli: difese e confermò con altra Memoria la comune misura della velocità che hanno i fluidi uscenti pe' fori de' vasi: scrisse sulla forza repulsiva, non che sui principj che formano la natura del fluido. Negli Atti di questa Società si legge una dissertazione di lui sull'azione di una vena d'acqua ch' esce da un vaso e colpisce direttamente un piano. Sopra molti altri argomenti egli trattenne più volte l'Accademia, e singolarmente negli ultimi anni di sua vita con varie Memorie tendenti ad esaminare i nuovi principj d'idraulica del signor Bernard stampati in Parigi nell'anno 1787, e se la morte non lo avesse tolto alle lettere nel giorno 19 di dicembre dell'anno 1804, egli avrebbe veduto con piacere che quell'esame medesimo formò poco appresso un soggetto di programma e di premio offerto ai dotti dalla illustre Società Italiana delle scienze.

Se la fama ricorderà con onore l'Ab. Pietro Zuliani che promosse utilmente un qualche ramo della scienza fisico-matematica, non v' ha dubbio che celebre si manterrà eziandio la memoria di Pietro Arduini, che non promosse già, ma introdusse in queste contrade la scienza dell'agricoltura. La Patria di lui fu la deliziosa terra di Caprino nella Provincia di Verona, ov'ebbe la vita nell'anno 1728. Essendo ancor giovanetto si giovò dell'opportuna occasione di conoscere il cel. botanico di Nimes sig. Seguier, allorchè questi visitava il Monte Baldo per raccoglierne le piante che descrisse nella sua *Flora Veronensis*, e per tal modo acquistò molto gusto per la fitologia. Lusingato però di approfittare maggiormente in questo studio si trasferì in Padova per ascoltare le lezioni del chiarissimo Professore di Botanica Pontedera, ch'era Direttore di questo rinomato Giardino de' semplici, e sì grande vantaggio a lui derivò dagl' insegnamenti di quell'amoroso Precettore, che pe' rapidi suoi progressi l'Arduini nel 1753 fu nominato Custode del Giardino ed Assistente del Pontedera. Pubblicò egli allora due libri che intitolò *Animadversionum botanicarum specimen*, e questi gli assicurarono tosto una tale rinomanza, che il più illustre tra i botanici di Europa, il Cav. Linneo, col nome del nostro Accademico onorar volle un nuovo genere di pianta, chiamandola *arduinia*. Morto nel 1757 il Pontedera, fu all'Assistente affidata l'immediata soprantendenza del Giardino, fino a che chiamato Giovanni Marsilj a succedere al Pontedera, l'Arduini fu confermato nell'impiego di Custode dell'orto, e di Assistente al nuovo Professore. Intenta però sempre la Veneta Repubblica a procurare nello Stato l'avanzamento delle utili cognizioni e ad aumentare la prosperità de' sudditi, immaginò saggiamente, che vie più si provvederebbe alla fertilità de' terreni se dall' Università di Padova quasi da un centro luminosissimo emanassero le dottrine le più atte ad istruire i proprietarj de' terreni ed i coloni sugl' importanti oggetti della rurale economia. Mosso perciò il Senato da queste verità istituì nell' Università dello Stato la Cattedra di agricoltura sperimentale, e con Decreto del giorno 30 di maggio dell'anno 1765 impose all'Arduini d'insegnar quella scienza, ed un orto gli assegnò, in cui delle sperienze si occupasse dirette a migliorare l'agricoltura delle Provincie Venete. Le molte dissertazioni dell'Arduini (l'indice delle quali leggesi nel *Catalogo primo* delle piante che si coltivano nel R. Orto di agricoltura di Padova 1807, e nel Dizionario ragionato de' libri di agricoltura ec. di Filippo Re) e le risposte da lui date ai quesiti che il Principato e l'Accademia sovente gli dirigeva sopra qualche georgica proposizione, dichiarano ad evidenza come per opera dell'Arduini siensi migliorati i metodi nella comune agricoltura, come da lui sieno state introdotte alcune nuove specie utilissime di biade, come i prati artificiali sieno stati moltiplicati e perfezionati, le arti abbiano approfittato di molte piante che per lo innanzi non si conosceano in Italia, i boschi e le siepi si sieno abbelliti con gli alberi e gli arbusti stranieri da lui propagati e diffusi, e come il pane, la carta e la tela siasi ottenuta da que' vetegabili che sembravano per lo innanzi ingombrare inutilmente il terreno. Tali furono i saggi del sapere e dell' industria incessante del nostro Accademico; ed è ben chiaro che mancato egli a' vivi nel giorno 13 di aprile dell'anno 1805 fu compianto dagli studenti, dagli amatori della campestre economia, dalle molte Società scientifiche alle quali apparteneva, e dagli uomini dottissimi co' quali tenne epistolare commercio o per rendere vantaggiose all'Italia le scoperte degli oltramontani, o per comunicare alle nazioni lontane le utili nostre costumanze.

Mentre l'Arduini si disponeva ad arricchire colle proprie ricerche e colla scorta dell'esperienza il ceto degli uomini già facoltosi, nel 1742 sorse in Venezia un altro uomo, che colla mente animata dalla fervida fantasia, col freno imposto a questa dal vero gusto per il bello poetico ed oratorio dovea erudire gli altri e guidarli per lo scabroso sentiero della letteratura. Fu questi l'Abate Antonio Gardin, che entrato nel Seminario di Padova nel dì 22 di ottobre dell'anno 1755, vi ebbe l'Abate Cesarotti a maestro, e soddisfece pienamente all'aspettazione che di lui formata aveano i Direttori di quell' illustre Convitto. Compiuti appena gli studj passò ad insegnare le umane lettere nel Seminario di Trevigi; ma ravvolgendo sempre nell'animo la società delle dotte persone che avea lasciate in Padova approfittò della mancanza a' vivi dell'Abate D. Paolo Cerato Precettore nelle scuole civiche elementari di Padova, e questo soggiorno antepose al lucro di cui il proprio merito potea lusingarlo. Nè però ne fu defraudato, poichè il Veneto Senato con Decreto dei 29 di gennaio dell'anno 1781 onorò l'Ab. Gardin collocandolo in quella Cattedra dell'Università, dalla quale apprendono i giovani le istituzioni del Diritto Canonico, ch'egli insegnò fino all'anno 1806, cioè fino a che gli fu accordato il riposo che sembrava esigere la sua malconcia salute. Ed infatti non ha il nostro Accademico goduto gran tempo quell'ozio onorato, perchè ai 13 di ottobre dell'anno 1807 cessò di vivere in Portogruaro, mentre co' piaceri della campagna procurava di rinforzare l' indebolita sua macchina. Sempre occupato nell' ammaestramento della studiosa gioventù non lasciò mai trascorrere occasione alcuna in cui a sommossa degli amici o coi sonetti, o con le ottave, o coi canti non provasse singolare compiacimento quando nel celebrare qualche meritevole personaggio distinto con le prime dignità dello Stato, quando nell'ornare i novelli talami con le ghirlande di Pindo, ora lodando il coraggio Romano in un privato Cittadino che seppe cangiare in ridente giardino una valle putrida e fetente a decoro di una grande Città ed a comodo de' suoi simili, ora piangendo la morte di qualche illustre letterato o volgendo nella nostra lingua i poetici pensamenti degli stranieri. L'Accademia nostra che dall'epoca della sua istituzione le noverò tra' Socj pensionarj applaudì sempre agli argomenti che formarono il soggetto delle sue Memorie, ed allo stile facile ed elegante con cui furono trattati; cosicchè assai di frequente furono queste destinate a trattenere la numerosa udienza che suole intervenire alle pubbliche solenni sessioni della nostra Società. Poche Memorie dell'Ab. Gardin videro la luce ne' Saggi da noi pubblicati; ma molt'oltre egli scrisse che meriterebbero di essere tra le mani di tutti, come pure la traduzione di molti salmi e delle opere di Ovidio in metri tra loro differenti, ed altri parecchi lavori, in ciascuno de' quali sì bene faceano mostra di se il talento dell' invenzione, l'eleganza degli ornamenti, l' accuratezza dello stile.

L'uomo però originale nelle sue imprese letterarie, di cui può dirsi ciò che si disse di Aristotile, vale a dire, che combattuto, proscritto, adorato, scomunicato fu sempre vincitore, quest'uomo fu l'Ab. Melchiorre Cesarotti. Si esamini pure lo stile sì vario delle diverse sue produzioni, si analizzino i suoi versi con la critica più scrupolosa, si condanni la libertà da lui proposta per arricchire la lingua italiana, egli sarà sempre grande, ed il tempo farà conoscere ciò ch'egli era, ciò che ci lasciò, e come debbasi da noi temere pur troppo che nessuno possa agguagliarlo nell'avvenire. Nacque il Cesarotti in Padova nel dì 15 di maggio dell'anno 1730 e studiò i principj grammaticali delle lingue greca, latina ed italiana nelle scuole esterne del Seminario. Siccome però fino dalla infanzia died'egli non equivoci saggi di un ingegno eccellente, così dal Vescovo di que' tempi si comandò che il Cesarotti fosse ricevuto gratuitamente tra gli alunni di quel Collegio. Ciò avvenne a' 22 di ottobre dell'anno 1741 e fu ammesso allo studio dell'umanità e della rettorica, terminato il quale passò a quello della logica, dell'etica e della metafisica sotto la scorta dell'Abate Billesimo. Non istimarono i superiori del Seminario ch'egli si applicasse eziandio alle matematiche, per le quali sembrava loro non essere fatto dalla natura; e per verità se uscito egli dal Seminario tentò più volte ed inutilmente d' intraprendere quello studio, se l'Ab. Toaldo che tanto affetto portava al Cesarotti, non curò che quell'ornamento si aggiugnesse al suo spirito, ciò dimostra, che siccome ogni mente non è fatta per qualunque scienza, così all'esattezza de' matematici non sa tutte le volte prestarsi agevolmente una fervida fantasia sempre distratta dagli oggetti che a lei presenta il gusto del bello ideale, del perfetto e del grande. Ben istruito il Cesarotti in quelle scienze si diede allo studio della giurisprudenza, della quale sostenne con grandissimo applauso una pubblica disputa nell'anno 1749. Il Cardinale Rezzonico Vescovo allora di Padova che ben vedea quanto lungi sentisse il Cesarotti nell'amena letteratura gli affidò ben tosto l'insegnamento della rettorica, ch'ei ritenne fino all'anno 1759, in cui invitato a precettore presso una illustre famiglia della Veneta Aristocrazia, alla Dominante si trasferì accolto con giubilo da tutti quelli che onoravano le lettere. La scuola però del Seminario e la privata istruzione di un giovanetto era una palestra troppo angusta alle di lui forze, e quindi esercitava il proprio ingegno e con la traduzione delle tragedie di Voltaire e ne' poemetti e quel ch'è più con la inimitabile versione de' poemi di Ossian. Venuto a morte là intorno il P. Carmeli Professore di lingua greca ed ebraica nell'Università di Padova, non esitò il Senato Veneto nell'anno 1768 di scegliere a quella Cattedra il Cesarotti, acciò nuove occasioni egli avesse e nuovo sprone a segnalarsi nell'intrapresa carriera. Il metodo stesso ch'egli seguì in quell'insegnamento fu degno di lui, poichè dopo avere esercitati gli studiosi ne' primi mesi di ogni anno sugli elementi della lingua greca, trattenevali ogni giorno con la lettura di un qualche lungo squarcio di un greco autore da lui tradotto, affinchè delle immagini, del gusto, del raziocinio fossero eglino informati de' greci scrittori, più che di quelle grammaticali minuzie, che mal si confanno con la dignità di una Università, ed affaticano ad un tempo medesimo senza frutto il maestro e lo scolare. Invogliava non pertanto gli studiosi ad impadronirsi del greco idioma coll'eruditissime e forbite prelezioni latine, nelle quali ora dell'antichità ragionando della lingua, ora della sua forza e del meccanismo, ora del bello sempre apprezzato da' greci, ora della fantasia propria di quella nazione facea Tullio ravvisare in se stesso ritornato da Atene. Conosciutasi perciò dal Veneto Magistrato Preside agli studj l'utilità dell'insegnamento introdotto dal Cesarotti, gli venne l'ordine di pubblicare la traduzione di molte opere appartenenti alla greca letteratura, e le orazioni di Demostene ed i poemi di Omero, opere troppo note perchè dobbiam trattenerci a parlarne. Nell'anno 1779 stabilitasi dal Senato Veneto l'Accademia delle scienze, lettere ed arti, ne fu il Cesarotti nominato da' Socj Segretario perpetuo per le belle lettere, e col ragionamento sui doveri accademici, con le relazioni già rese di pubblica ragione, e con la comunicazione al rispettabile consesso di alcune sue versioni, e delle lettere che sopra qualche letteraria questione riceveva da' letterati stranieri abbondantemente dimostrò in qual conto egli tenesse quell'onorifico incarico, ed il corpo letterario che a lui lo aveva affidato. La collezione delle opere del Cesarotti eseguitasi in Pisa tutte ce le presenta in 40 volumi. Fu cavaliere e poi commendatore della corona di ferro, fu gratificato di due straordinarie pensioni, ed ottenne il sollievo di quella cattedratica fatica che ormai per l'età non potea più sostenere. A lui però non sembrò di abbandonare interamente l'Università e l'Accademia, poichè vide il proprio seggio occupato da quello stesso che aveasi egli prescelto a successore. Ma non gli fu dato di godere lungamente del frutto di tante fatiche, che la morte ne lo rapì nel giorno 4 di novembre dell'anno 1808. Più fiori sparse sulla tomba di quel grande uomo l'Ab. Giuseppe Barbieri con l'elogio che ne pubblicò e con le Memorie intorno la sua vita, scritte con quello stile che più conveniva al suo rispettabile maestro ed antecessore.

Ma quasi che l'Accademia non avesse usate bastantemente le nere gramaglie pel vuoto rimasto nella classe delle belle lettere con la perdita del Cesarotti, nel dì 4 di dicembre dello stesso anno 1808 il lutto toccò per trista sorte all'altra Classe della fisica sperimentale per la mancanza a' vivi del Conte Marco Carburi. Nato questi in Cefalonia nell'anno 1731, fu mandato dagli amorosi genitori in Italia, affinchè nella fisica s' istruisse e nella medicina. La fama di Bartolommeo Beccari, Professore di chimica nella Università di Bologna, attirò il giovane Carburi, che concepito avea per quella scienza un diletto particolare. In Padova fino a que' tempi non erasi conosciuta la chimica, nè insegnavasi dalle cattedre. Giunta perciò al Veneto Senato la notizia che tanto avea in essa approfittato il Carburi suddito della Repubblica, chiamollo nell'anno 1759 alla Università di Padova col titolo di Professore di chimica. E siccome ben conosceva il Governo i vantaggi che da quella Cattedra poteano derivare allo Stato, se il nuovo Professore fosse fornito di quelle cognizioni che si acquistano nelle grandi officine, lo inviò l'anno appresso a pubbliche spese a visitare le miniere dell'Ungheria, della Germania, della Prussia, della Svezia, e ad istruirsi presso gli uomini sommi che le faceano prosperare. Fu in quell'occasione ch'egli conobbe il Cav. Linneo, che questi strinse amicizia col Carburi, che seco bramò di avere un epistolare commercio, e chiese il di lui parere sul sistema mineralogico che avea immaginato. Ricco delle acquistate cognizioni, ed assicurato della corrispondenza de' più celebri chimici che viveano in quella età ritornò il Carburi in Padova nell'anno 1764, vi eresse il chimico laboratorio, intraprese il corso delle sue lezioni che continuò sempre con profitto degli uditori, e soddisfece contemporaneamente a tutte le ricerche indirizzategli di sovente dal Governo sopra le miniere, le arti, il miglioramento delle manifatture. Il Carburi primo d'ogni altro scoprì la maniera di fondere il ferro dolce ne' crogiuoli e ne fece l'applicazione all'artiglieria. Fu egli che diresse la fusione de' mortaj che servirono al grande Ammiraglio Emo nel bombardamento di Tunisi. Fu egli in fine che ad uso dell'artiglieria ritrovò una carta incombustibile, che la Repubblica Veneta serbò sempre con geloso segreto, onorando lo scopritore con una medaglia coniata espressamente ad oggetto di significargli la riconoscenza che per tale invenzione gli professava il Governo. L'Accademia, che lo ebbe a socio pensionario sino dalla sua fondazione, fu sempre a parte delle osservazioni di lui e ne pubblicò alcune interessanti Memorie. Pregievolissimi fuor di dubbio sono gli esperimenti da lui fatti sull'acido solforico glaciale e stellato, e sullo spolverino de'Colli Euganei, nel quale ravvisò egli un'abbondante miniera di ferro. Se in alcuno degli opuscoli da lui stampati apparisce il Carburi poco amante del nuovo sistema de' chimici francesi, ciò dee ascriversi alla naturale difficoltà che hanno i grandi uomini nell'abbracciare le nuove opinioni, che si divulgano tutto giorno, se prima dall'esperienza e dall'universale consenso de' dotti non sieno approvate.

Tenne dietro al Carburi l'Ab. Matteo Franzoja, di cui abbiamo un elogio a stampa scritto dal signor Ab. Casamatta. Nella Diocesi di Trivigi e precisamente nella Villa di Campo vide la luce nel giorno 3 di luglio dell'anno 1734, ed ivi pure mancò di vita nel dì 14 di giugno dell'anno 1813. Agli undici anni entrò nel Seminario Vescovile di Padova più volte qui ricordato con lode, ove, terminati gli studj consueti, ottenne nell'anno 1757 il magistero della grammatica, ed in seguito quello della giurisprudenza, che fino all'anno 1763 insegnò agli allievi del Seminario. Il tenore di vita che conducevano i Grandi del Governo Veneto l'occasione presentava frequentemente, in cui potessero essi conoscere da vicino quegli uomini, che dedicati alle scienze, in alcuna di esse a preferenza degli altri si distinguevano, e poteano questi lusingarsi di ricevere un giorno con qualche decoroso impiego il guiderdone meritato co' proprj studj. Conosciuto infatti il merito del Franzoja da parecchi illustri Patrizj con Decreto del Senato de' 5 dicembre 1764 fu dichiarato Professore della Università di Padova, e gli fu imposto di dettare le istituzioni civili e l'arte notarile *in secondo luogo*, come dicevasi a que' giorni. Nell'anno scolastico 1768 insegnò le istituzioni canoniche, e dall'anno 1769 fino al 1773 ebbe la Cattedra *in terzo luogo* di diritto civile; ma finalmente il Senato lodando lo zelo, con cui il Franzoja avea adempito a' proprj doveri nell' insegnamento del diritto civile con Decreto del giorno 23 di maggio dell'anno 1773 lo trasferì all'altra Cattedra *primaria* che trattava del diritto naturale, pubblico e delle genti, ch'egli conservò fino a che il Governo Italiano introducendo nell' Università un sistema di riforma, accordò al Franzoja nell'anno 1806 quel riposo che le leggi concedono ad un servigio per lunga serie di anni utilmente prestato. Nulla pubblicò che possa interessare la storia della letteratura, e soltanto si prestò a scrivere qualche poetico componimento od a tradurre alcune operette che servirono agli amici di lui per festeggiare o l'onore di una dignità accordato ad un qualche veneto patrizio, o gli sponsali celebrati dalle famiglie più ragguardevoli. Fu Segretario dell'Accademia per le scienze per voto degli Accademici; ma l'elogista del Franzoja volle un po' troppo servire alla di lui memoria, quando scrisse, che la *fondazione*, *creazione e la conservazione dell'Accademia devesi all'opera del Franzoja.* Vive ancora in Milano chi può dimostrare che si è voluto attribuire al defunto più di quello che convenivasi. Potea egli dire piuttosto, che se nella qualità di Socio pensionario non fe' parte alla Società di alcuna Dissertazione, scrisse nondimeno ogni anno le sue Relazioni Accademiche, con le quali sulla indefessa attività de' Socj ha dovuto informare la numerosa udienza che frequenta le nostre pubbliche sessioni.

Se i due Segretarj della nostra Accademia furono scelti, siccome dicemmo, dal voto de' Socj, allorchè il Veneto Senato la instituì, il Magistrato de' signori Riformatori dello Studio volle serbarsi il diritto di destinare quale tra' Membri dovesse per la prima volta sostenere l'incarico di Presidente di questo rispettabile Corpo scientifico. Siffatto onore fu conferito al Professore Leopoldo Marcantonio Caldani. Ebb'egli a

Patria la città di Bologna, ove nacque nel dì 20 di novembre dell'anno 1725. Giunto appena al quarto lustro di età fu eletto Medico Assistente nell'Ospedale detto allora di S. Maria della morte, e poco appresso, cioè nel 1750, conseguì la laurea in medicina. Durante la sua dimora nell'Ospitale tagliò ed esaminò i cadaveri di tutti quelli che passavano all'altra vita, sì per conoscere adeguatamente l'uso vero di cadaun viscere, come per confrontare i fenomeni osservati nel corso della malattia con le alterazioni morbose di qualche parte. Conoscea ben egli che l'anatomia è la base fondamentale della medicina e della chirurgia, e che non può dirsi buon medico e buon chirurgo quello che non conosce profondamente la struttura del corpo umano. E grande utilità a lui ne venne da quello studio fin da principio, poichè per la stima che facevan del Caldani e Pietro Paolo Molinelli, e l'Azzoguidi, ed il Beccari, a lui ricorrevano gl' infermi in gran folla, e più volte fu invitato ad esercitare l'arte sua presso le corti, ed in alcune rinomate città. Solea però rispondere a quegl' inviti, che gli rimanea ancor molto a studiare, prima che potesse accettarli. Informato il Senato di Bologna del merito di lui e degl' indefessi suoi studj, nel 1755 gli conferì la Cattedra di medicina coll'obbligo d' insegnare l'anatomia. Dal metodo che a que' tempi seguivano i Bolognesi in tale insegnamento chiaro apparisce l' importanza ed il peso di un tale incarico; ed in fatti dotto qual egli era non istimò di ascendere l'onorifico seggio ch'eragli destinato, se prima non si fosse recato a Padova ed assistito non avesse all' intero corso delle lezioni che dava in questa Università il chiarissimo Morgagni. Uditore di sì rinomato Anatomico privatamente proponeagli i suoi dubbj, e sulle più famose questioni lo interrogava che agitavansi allora tra' medici. Ciò avvenne nell'anno 1758, e solo nell'anno 1760 cominciò ad insegnare dalla Cattedra. Fu in quell'epoca che il celebre Alberto Haller iscuoprì l' irritabilità de' muscoli, e dimostrò che alcune parti dell'animale credute fino allora sensibili non godevano di questa prerogativa. Il Caldani immaginò che la dottrina dell' Haller fosse uno de' tanti sogni che sempre ritardarono l'avanzamento della scienza medica; e siccome l' Haller era giunto a quella scoperta col mezzo degli esperimenti, così il Caldani colle armi stesse preparavasi a negare l' irritabilità de' muscoli, ed a difendere la sensibilità de' tendini, delle meningi ec. Ben altrimenti però andò la bisogna, e veggendo egli che l'esperimento corrispondeva perfettamente agl'insegnamenti dell'Haller, che da quella scoperta nuovi vantaggi derivavano alla medicina, e con la voce e con gli scritti difese quella dottrina. Alcuni però non la pensavano così, e nelle dispute solenni egli si vide attaccato da' proprj maestri, e con le stampe ha dovuto più volte rispondere alle obbiezioni che gli venian fatte pubblicamente. Per tal guisa accresciutasi la fama di lui fu invitato a Venezia, ed il Senato Veneto nell'anno 1764 lo giudicò degno di possedere con liberale emolumento la Cattedra primaria di medicina teorica nell'Università di Padova, e mancato a' vivi il Morgagni nel dì 5 dicembre dell'anno 1772, lo stesso Senato Veneto volle che il Caldani sostenesse la vacante Cattedra primaria di anatomia, e perciò fino all'anno 1806 decorosamente insegnò da due Cattedre con sommo vantaggio degli studiosi. Il Governo Italiano premiar volle questo vecchio Professore chiamandolo a quell'ozio ch'egli non avea ricercato, ed anzi molti stupirono che ciò gl'increscesse, e che dimandasse egli medesimo, siccome ottenne, di poter continuare nell'esercizio delle sue lezioni quando più gli piacesse. Quantunque non possa qui aver luogo alcuna particolare indicazione degli studj di lui, de'suoi ammaestramenti, della felicità ch'ebbe sempre nel medico esercizio, e ch'egli attribuiva alla perfetta cognizione del corpo umano; pur tuttavia non si dee tacere ch'egli fu il maestro di tutti i medici, che presentemente godono la miglior fama in queste contrade, e che abborrì sempre la cieca smania de' moderni per le nuove ipotesi. Egli ha goduto al certo di una singolare riputazione, accresciuta eziandio dalle molte opere che pubblicò, dalla esemplare di lui pietà, e dal favore con cui fu sempre riguardato da' Grandi della Veneta Aristocrazia, e da' più celebri medici dell'età sua. L'immortale Imperatore Giuseppe II, e gli Augusti di lui fratelli l'onorarono di loro clementissima benivoglienza, e la vivente Serenissima Arciduchessa Maria Beatrice si degnò interrogarlo sulla propria salute, e ne conserva tuttora generosamente una grata memoria. L'Accademia pubblicò alcune Memorie del Caldani, ed altre ne fece stampare egli medesimo col titolo di *Memorie lette nell'Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova*. Cessò di vivere nel giorno 30 di dicembre dell'anno 1813, e per ispeciale concessione del Cesareo R. Governo Generale Civile e Militare fu sepolto nella chiesa de' SS. Filippo e Giacomo, per la quale avea egli sempre nudrito un singolare attaccamento. Sulle di lui ceneri dee collocarsi la seguente breve iscrizione:

LEOPOLDO · M · ANT · CALDANIO

DOMO · BONONIA

FLORIANVS · CALDANIVS

FRATRIS · F ·

MOESTISSIMVS · FECIT

IN · AEDE · QVAM · SENEX · OPTIMVS

RESTITVENDAM · EXCOLENDAM · Q · CVRAVIT

LOCO · SEPVLTVRAE · PVBLICE · DATO

EX · PRIVILEGIO

QVOD · CONTIGERAT · ANTE · SE · NEMINI

VIXIT · A · LXXXVIII · M · I · D · X

DEC · III · K · IAN · ANNO · CIƆ · IƆ · CCC · XIII

Poche ore dopo che il Professore Leopoldo Caldani passò all'altra vita, e quindi nello stesso giorno 30 di dicembre dell'anno 1813 la morte colpì pure l'Ab. Benedetto Mariani che avea avuto in Padova i suoi natali ai 25 di marzo dell'anno 1730. Ricevuto in questo celebre Seminario Vescovile nell'età ancor tenera di tredici anni attese sotto la scorta di que' valenti Maestri allo studio delle belle lettere, della filosofia, della storia ecclesiastica, della giurisprudenza e delle lingue orientali, ed in queste ultime in tal guisa profittò, che il celebre Zanolini, che ne lo avea istruito, bramava che a successore di lui in quella scuola fosse destinato il Mariani. E per verità conobbe il pubblico quanto ben si apponesse quel Precettore nel giudicare sì favorevolmente del suo discepolo, quando lasciato il Seminario e fregiato della laurea di giurisprudenza diede un solenne saggio della sua perizia nella lingua ebraica e del suo valore poetico con la traduzione di alcuni cantici scritturali e della profezia di Ezechiele sulla distruzione di Gerusalemme, che fu stampata nell'anno 1767. Dall'epoca che abbandonò il Seminario fin quasi alla morte il Mariani si occupò sempre dell'altrui educazione, poichè avendo aperto a principio una scuola in sua casa, continuò in quell'esercizio fino all'anno 1768, in cui a' 18 di luglio dal Senato Veneto gli fu affidata la Cattedra straordinaria delle Pandette, del Codice, e degli Atti autentici in questa Università. Nell'adempimento però de' proprj doveri usando egli un singolar zelo e molta dottrina, dallo stesso Senato Veneto a' 18 di marzo dell'anno 1773 fu trasferito dalla propria Cattedra ad un'altra ancora più interessante, cioè alla Cattedra primaria di Diritto Civile. Ma non perciò il privato insegnamento cesse al pubblico impiego, poichè ogni qual volta abbisognava taluno di apprendere la giurisprudenza per essere indi ammesso alla laurea di onore, o per essere aggregato al Collegio de' giuristi, ricorreva al Professore Mariani, ben sicuro del più felice riuscimento. Il di lui parere in argomenti di legislazione civile e canonica era apprezzato moltissimo, sì che non solo fu spesso consultato nelle quistioni ch'erano portate alla decisione del Collegio legale, ma l'opinione di questo Professore era in grande estimazione presso i giurisperiti nelle liti sottoposte al giudizio de' Tribunali. Delle molte Memorie che il Mariani lesse nell'Accademia, una soltanto fu pubblicata, e trovasi nella Parte seconda del terzo Volume de' *Saggi*, nella quale porge una nuova spiegazione di quell'*Antenor potuit* di Virgilio sulla fondazione di Padova, ch'era stato in molte altre maniere interpretato da' commentatori.

Più cose dir si potrebbero di un altro nostro illustre Socio, che in qualità di Professore apparteneva nell'Università alla medesima Facoltà Legale in cui si distinse il Mariani. Fu questi il P. D. Alessandro Barca: noi però trarremo e dalla funebre orazione che in onore di lui recitò in Bergamo il signor P. Maironi da Ponte, e più ancora dal Giornale della letteratura italiana tutte quelle notizie che possono interessare la nostra storia letteraria. Nel giorno 26 del mese di novembre e nell'anno 1741 venne alla luce in Bergamo Alessandro Barca, che nell'anno 1756 entrò nella Congregazione de' chierici regolari Somaschi. All'età di venti anni incaricato d' insegnare la filosofia e le matematiche nel Collegio della sua Congregazione in Padova, ebbe l'opportunità di vivere co' due celebri Professori Stellini e Barbarigo, che sollecitarono vie più alle grandi intraprese e all'indefesso studio l'innata attività del Barca. Gli prese il diletto delle ricerche sulla chimica e sulla elettricità, e se n'ebbero le *congetture sulla elettricità* e la Memoria *sulla scomposizione dell'alcali flogisticato* pubblicate tra gli opuscoli scelti di Milano. Con questa seconda Memoria prevenne nella scoperta il cel. Berthollet, che accordò quest'onore al nostro Accademico nella sua memoria sull'acido prussico, siccome nelle idee sulle chimiche supersaturazioni fu contemporaneo al Morveau. Resasi vacante in questo mentre la Cattedra delle istituzioni di Diritto Canonico, il Senato Veneto nel 1772 destinò il P. Barca a cuoprirla, e versatissimo qual egli era già in quell'argomento approfittò di una questione promossagli sopra un soggetto musicale, per rivolgere l'animo allo studio della musica teorica. A queste sue meditazioni dobbiamo varie Memorie da lui pubblicate ed altre ancora inserite ne' Saggi di quest'Accademia. Scrisse pure una Memoria, ch'è inedita, sullo stato attuale della musica in Italia. Nè dalla difficoltà di siffatta materia deesi solamente giudicare dello ingegno del Barca; imperciocchè dalle proporzioni del bello in generale avendo egli dedotto un nuovo principio di teoria musica, tentar volle di ricercare nelle proporzioni medesime il bello architettonico, e stampò il suo Saggio sopra il bello di proporzione in architettura, al quale appartiene ancora l'altra Dissertazione sulla geometria di Polifilo; e se avesse vissuto più oltre, avremmo avuto da lui il trattato che meditava dei ripieghi in architettura. Nè ciò basta ancora per indicare qual fosse la versatilità della mente del nostro Professore; giacchè tale si fe' conoscere anche nel pubblico insegnamento. E per verità essendo stata soppressa nell'anno 1806 la Cattedra che da prima occupava, ha dovuto dettare il diritto naturale e la morale filosofia, e finalmente nell'anno 1809 la Cattedra istessa cangiò intitolazione e gli fu prescritto d'insegnare il diritto naturale e sociale, scuola ch'egli abbandonò soltanto nell'anno 1813 per passare tranquillamente in Patria gli ultimi giorni di vita. Che se alla Storia di questa nostra Società si rivolga lo sguardo, si conoscerà pure quante volte ed in quanto diversi argomenti ha dovuto egli prestarsi per servire l'Accademia nell'adempimento delle pubbliche commissioni. Ed in tutti quegli studj riuscì egli mirabilmente a differenza di certi uomini che credonsi nati per tutte le scienze, nè loro importa di conoscerle, purchè dalla ignoranza de' superiori lor ne derivi un vantaggio. Morì il Barca nella Patria sua nel dì 13 di giugno dell'anno 18.4.

Una paralisi progressiva succeduta a' replicati tocchi di apoplessia involò eziandio alle scienze ed agli amici il chiarissimo Abate Vincenzo Chiminello nel giorno 15 di febbraio dell'anno 1815 in Marostica, ove avea principiato i suoi giorni nel dì 30 di giugno dell'anno 1741. Informato già delle belle lettere passò al più volte lodato Seminario di Padova, ove datosi alle scienze, avanzò in esse per modo, che il Veneto Magistrato de' Riformatori dello Studio con onorifica terminazione del giorno 14 di aprile dell'anno 1765 ordinò al Collegio Legale della Università, che all'Ab. Chiminello si conferisse gratuitamente la laurea dottorale in ambe le Leggi, segnalato onore e degno tanto più di essere ricordato, perchè non ci volea meno di un merito superiore al comune nell'Ab. Chiminello per indurre un Magistrato così ragguardevole a deviare da quelle prescrizioni ch'esso medesimo emanato avea sulla concessione delle lauree con altra terminazione dell'anno 1765. Quella distinzione aumentò vie più nell'Ab. Chiminello l'amore dello studio, che fin d'allora gli promettea ricompense e favori. Ed in vero abbisognando il Prof. Toaldo, zio materno del Chiminello, dell'opera altrui per soddisfare agli obblighi che gli erano ingiunti, e scorgendo egli che utilissimo gli sarebbe stato il soccorso dell'Abate Chiminello, noto già a tutti per la dottrina, per la condotta e per la somma cognizione de' misterj di Urania, propose ai sullodati Riformatori dello Studio, che il Chiminello gli fosse accordato per Astronomo Aggiunto all'Osservatorio. Quel Magistrato che sapea approfittare a decoro della Padovana Università ed a vantaggio degli studiosi delle costumanze straniere, quando non si opponevano a quella dignità che il Principato amò sempre di serbare intatta in questa nobilissima Istituzione, acconsentì alle istanze del Toaldo, e la Specola di Padova nel 1779, a norma delle altre più celebri dell'Europa ebbe nell'Ab. Chiminello un Astronomo Aggiunto. In quell'anno medesimo erettasi quest'Accademia delle scienze egli fu annoverato tra' Socj urbani, dalla qual classe passò in seguito all'altra de' pensionarj. Mancato a' vivi il Toaldo nel 1797, il Chiminello fu tosto preconizzato Professore, anzi ottenne l' impiego, il titolo, e l'emolumento da quel Provvisorio Governo: cangiatesi però le cose fu egli costretto di fare le funzioni del defonto zio senza che abbia avuto il titolo e la ricompensa di Professore che nell'anno 1806. Pubblicò 68 Memorie, due delle quali furono premiate dalle Accademie straniere, l'una cioè *sull'aumento secolare delle pioggie* coronata dall'Accademia di Siena nell'anno 1776, l'altra *sull' igrometro* che fu preferita alle altre nel concorso proposto dall'Accademia Elettorale Teodoro-Palatina di Manheim nell'anno 1784. Dopo la morte del Toaldo continuò a pubblicare l'applaudito Giornale Astro-Meteorologico; ma sopra di ogni altro lavoro di lui merita una particolare considerazione la Memoria pubblicata negli opuscoli scelti di Milano col titolo *de differentia quadam inter aestivam atque hyemalem eclipticae obliquitatem.* Di questo dotto Professore uscirà in breve l'elogio, in cui si troveranno le notizie più distinte delle sue letterarie fatiche.

Se gli abitanti di Marostica vantano e con ragione di aver avuto tra' parecchi celebri cittadini l'Ab. Chiminello, non potrà non gloriarsi Belluno di annoverare ne' suoi fasti il nome di Francesco Colle, che servì alle lettere, allo Stato, ed alla Patria con universale commendazione. Educato alla religione ed a' buoni studj, apprese fino dalla prima età quanto più facilmente possa l'uomo giugnere alla perfezione del sapere se dall'inquieto vortice si allontani della Società e raffreni da bel principio il tumulto delle passioni. Condotto il Colle da queste massime vestì l'abito della Compagnia di Gesù, ed in tal sistema di vita condusse giorni beatissimi, che così chiamavali, acquistando quella serietà di contegno che gli procurava l'altrui rispetto, quel terso e tranquillo linguaggio che facea conoscere l'ordinata successione delle idee, e quel corredo infine di cognizioni, per le quali tanto si distinse nelle vicende varie del viver suo. Soppressa infatti quella Compagnia, mentr'egli cominciava appena a conoscerne il merito e l'utilità, divenne privato istitutore di alcuni nobili giovanetti, fissando la sua dimora in Padova, ove conobbe che avria potuto godere più agevolmente che altrove il dolce pascolo della letteratura. Stabilitasi pochi anni appresso quest'Accademia, il Colle fu ammesso nel ceto de' Socj ordinarj, dal quale passò in seguito all'altro de' pensionarj; e dopo la morte del ch. signor Ab. Natale dalle Laste ch'era incaricato di scrivere la Storia di questa Università antichissima e famosissima, i Triumviri presidi allo Studio si lusingarono che quel vasto argomento sarebbe stato trattato dal Colle più sollecitamente, e nel modo il più adeguato alla celebrità della scientifica istituzione, e degli uomini sommi che in ogni età ne mantennero lo splendore. La terminazione di quel Magistrato ha la data del giorno 17 di giugno dell'anno 1786, e tra i meriti ch'esso riconosce nel Colle per incaricarlo della compilazione di siffatta Storia, quello si annovera di esser egli un membro pensionario dell'Accademia, tal'era la estimazione che questo Corpo godea presso uno de' primi Magistrati della Veneta Repubblica. Letterato, accademico, istoriografo non dimenticò giammai gli obblighi che gl'imponevano questi titoli. Due Dissertazioni di lui ebbero il premio dall'Accademia di Mantova, quella cioè sulla musica de' Greci, e l'altra sulle piene del Po: scrisse sulla sistemazione del fiume Brenta: comunicò all'Accademia molte Memorie, alcune delle quali sono già impresse negli Atti: lasciò inediti finalmente due Volumi che contenevano la più antica Storia della Padovana Università, e ch'egli avea già preparati per la stampa fino dall'anno 1798. Il nuovo ordine delle cose fe' giudicare che alla gloria della Università stessa non fosse necessaria una Storia ed una grave spesa per pubblicarla, e poco appresso si stimò inutile anche l'Istoriografo. Ritiratosi perciò il Colle alla Patria, la giovò in mille guise, sì che per unanime voto de' concittadini nel 1805 a lui ne fu dal Governo affidata l'amministrazione, ch'ei tenne col titolo di Magistrato Civile, fino a che chiamato a Milano fe' conoscere nel Consiglio di Stato l'equità de' suoi principj mettendo sempre a confronto il diritto del principato coll' interesse del cittadino. Finalmente nell'anno 1815 passò in Patria di questa vita, che ivi avea cominciata nell'anno 1746.

Non la sola Storia della Padovana Università, ma quella eziandio della letteratura italiana e specialmente della matematica avranno un grande argomento allorchè dir vorranno dell'avanzamento e dell'onore che derivò alle scienze dal celebre Ab. PIETRO COSSALI. La nobilissima città di Verona il vide nascere nel giorno 29 di giugno dell'anno 1748, ed ammirò la prontezza d'ingegno con la quale sotto la direzione de' Gesuiti egli percorse tutti gli studj de' quali sogliònsi informare i giovanetti. È però singolar cosa che fino da quella età dasse a conoscere il suo trasporto per la matematica e per l'astronomia, le quali scienze stancano ordinariamente la gioventù, presentandole un cammino che sembra aspro e difficile. Abbracciò in età ancor tenera la regola de' chierici Teatini, e fu inviato a Padova nella casa de' suoi confratelli, ove oltre di avere l'opportunità di erudirsi con ogni sorta di studj, seppe distinguersi nella sacra eloquenza, dando così un saggio luminosissimo della prima educazione ricevuta. Circa l'anno 1780 ritornò alla Patria, ove col concorso di molte altre dotte persone stabilì una privata accademia, nella quale ogni dì doveasi ragionare di qualche scientifico argomento, e gli altrui pensamenti doveansi prendere in esame, e coll'esperimento tentavansi le nuove vie che condurre potessero allo scoprimento delle verità fisiche e matematiche. Nell'anno 1783 pubblicò le sue lettere apologetiche dell'analisi algebraica, che lodate molto in Parigi alla presenza dell'Ambasciatore del Duca di Parma a quella R. Corte procacciarono al Cossali la Cattedra allora vacante di astronomia, metereologia ed idraulica nella Parmense Università. Chi conobbe il Cossali può asserire quanto egli debba essersi adoperato e con la voce ad istruire gli uditori e con gli scritti ad illustrare la scienza che professava, donde per il vasto di lui sapere e pel vantaggio che da sì gran letterato derivava allo Stato il liberalissimo Sovrano lo amò, lo incoraggì, e del Cossali degnossi di essere più amico che protettore. Delle vicende politiche dell' Italia fu a parte anche la Università di Parma ed il Professore Cossali si vide costretto di ritornare a Verona. Lo accolsero di buon grado i suoi cittadini, e la soprantendenza gli affidarono de' loro canali, de' ponti, delle strade. La fama però, che ripetea sovente il di lui nome, sembrava che di più luminosa destinazione lo assicurasse, ed in vero nell'anno 1807 si trasferì in Padova per accrescere il numero de' Professori che mantengono il lustro della Università, essendogli stata conferita la Cattedra di calcolo sublime. Divenne in seguito Ispettore onorario delle acque e delle strade, membro nell' Istituto Italiano delle scienze, e più onori avrebb'egli ottenuti, se il sacro carattere di cui era rivestito gli avesse permesso di agognarli. L'Accademia di Padova lo accolse in quell'ordine de' suoi membri, che a norma delle proprie costituzioni godevano altra volta un annuo premio degl' intrapresi lavori, ed il Cossali per corrispondere alla distinzione che a lui ne veniva comunicò alla Società con replicate Memorie i suoi pensamenti sopra le svariate ed interessanti questioni della fisica e della matematica. Molte altre però egli ne avea antecedentemente consegnate alle stampe, che assicurarono al di lui nome l' immortalità, se pure a tal fine non avesse bastato la sola Opera pubblicata in Parma negli anni 1797 e 1799 sull'*origine, trasporto in Italia, e primi progressi in essa dell'algebra.* Morì nel giorno 20 di dicembre dell'anno 1815, e tra poco ci lusinghiamo di leggere il ragionato elogio di quest'uomo celebre che sarà seguito dall'elenco di tutte le opere sue.

Accadde assai spesso per lo passato che solo la più tarda posterità rendesse al gran letterato la lode che meritava, e l' immortale Cartesio non ebbe dalla Francia il tributo che gli dovea se non per opera del Thomas cento anni dopo la morte. Questa ingiuriosa negligenza fu a' tempi nostri giustamente corretta, ed i letterati, le Accademie e le Università presero un particolare interesse nell'encomiare coloro che delle scienze e delle lettere meritarono in qualche modo particolare. Se non che o l'amor proprio di que' che tesson gli elogi, o la discrepanza degli studj tra il lodato ed il lodatore non ci permettono talvolta di calcolarne i pregj o di conoscere gli avvanzamenti che per opra del defunto fece una scienza. A siffatto discapito però non andrà certamente soggetta la memoria del Prof. Vincenzo Malacarne perchè se pure verun elogio non si divulgasse di lui, delle produzioni scientifiche che ci lasciò fino all'anno 1811 ebbimo in quell'anno medesimo dal di lui figlio Claro Giuseppe un Catalogo ragionato che mentre dimostra l'interesse di questo per l'onore del Genitore, ci fa ravvisare pienamente la di lui istancabile attività. Saluzzo fu il luogo natìo del nostro Professore, ove nel dì 30 di settembre dell'anno 1744 ebbe la vita, ed ove ne' primi anni fu liberalmente educato. Giunto oltre il terzo lustro ottenne egli di essere collocato nel Collegio Reale delle Provincie ch'era in Torino, ed impiegandosi negli studj medici, così ne profittò che dopo due anni seppe sostenere lodevolmente l'esame dell'anatomia e della fisiologia. Passato in seguito sotto la direzione del cel. Bertrandi, apprese da quell'insigne maestro la pratica della chirurgia. Ma siccome e per gl'insegnamenti de' grandi medici e chirurghi, e per le ammonizioni dell'illustre e consumato Precettore, e per la propria esperienza erasi convinto che non avrebbe fatto i contemplati progressi nello studio della medicina e della chirurgia, se non fosse stato perito nell'anatomia, così particolarmente si dedicò a quello studio, e vi riuscì per modo che col rigoroso esame dell'Anatomia pratica si aprì l'adito ad ottenere nel 1768 l'incarico di pubblico Ripetitore di Anatomia, e di sedere con tal titolo nel Collegio Chirurgico Torinese. Avanzando però sempre più nell'acquisto delle utili cognizioni dava il Malacarne a conoscere quali speranze il Sovrano e lo Stato poteano formare sull'opera sua; nè andò molto che S. M. il Re di Sardegna lo nominò Direttore delle R. Terme di Acqui, e Professore di Chirurgia, nel quale impiego continuò il Malacarne a distinguersi per dieci anni, cioè fino all'anno 1783 in cui fu eletto Chirurgo Maggiore della città e della cittadella di Torino. Le varie opere che avea già pubblicate gli procacciarono in seguito la Cattedra delle istituzioni chirurgiche e dell'ostetricia nella Università di

Pavia, dalla quale dopo pochi anni passò all'altra di chirurgia teorica a pratica nella Università di Padova, che nell'anno 1806 cangiò nella cattedra delle istituzioni chirurgiche e dell'ostetricia. Allorchè nell'anno 1794 venne in queste contrade, divenne anche Socio pensionario dell'Accademia, ed attivo qual era le comunicò sessanta e più memorie di differente argomento, come può incontrarsi nel Catalogo sopraccitato. Non possiamo passare sotto silenzio che la di lui Memoria sui sistemi nell'anno 1803 fu premiata con una medaglia di onore dalla Società di emulazione di Parigi. Questo celebre Professore ci fu dalla morte rapito nel giorno 4 di settembre dell'anno 1816.

L'ultimo de' compagni che perdemmo fu il cel. Ab. Giovanni Costa. spirò egli le prime aure di vita in Asiago Capo-luogo de'sette comuni nella Provincia di Vicenza, ed ebbe la bell'avventura di essere veduto ancor fanciullo dal Cardinale Rezzonico Vescovo allora di Padova che visitava quelle contrade qual diligente Pastore. Ne animò egli l' ingegno, e volle che il Costa gratuitamente e liberalmente fosse accolto ed educato nel suo Seminario, quasi presago che ne dovea essere un ornamento distintissimo, e che avrebbe confluito a mantenere in quella sede del sapere il buon gusto per le lettere greche e latine, che in tutt' i tempi vi signoreggiarono. Corrispose il Costa per modo alla beneficenza del Cardinale, che incamminato appena agli ordini sacri fu fatto Maestro, ed ascese rapidamente al primo rango del Magistero, vogliam dire fu destinato *Maestro dell'Accademia*, scuola che ha per oggetto di perfezionare nel Bello oratorio e poetico gli alunni di miglior aspettazione. Fu allora principalmente ch'egli tutto si diede a coltivare in particolar maniera la poesia greca e latina, e sì bene riuscì nel contemplato divisamento, che in tutti gli svariati metri degli antichi cantori del Lazio seppe dimostrare un'armonia, una elevatezza, un nerbo, un sapore, una libertà di espressioni tutta Romana e tutta sua, per cui abbiamo il diritto di chiamarlo il primo tra i verseggiatori latini dopo il secolo immortale di Augusto. Tale fu il giudizio che i dotti pronunciarono e sui due Volumi di varie poesie pubblicate da lui negli anni 1796 e 1803, e più di tutto sulla traduzione inimitabile delle odi di Pindaro stampata in tre Volumi, e finalmente sul Ditirambo intitolato *Artemisia*, col quale immaginossi di dettare qualche nuova teoria sopra un simil genere di componimento. Quest'Accademia che lo ebbe tra' suoi da bel principio ne pubblicò tre dissertazioni. Ingenuo e semplice per carattere e per costume accoppiò sempre all'immensa sua dottrina una sì grande modestia da porre in dubbio quegli stessi che il conoscevano, s'egli fosse in fatti quel Costa che tanto ammiravano negli aurei suoi carmi e nelle sue egregie versioni. Questo illustre letterato, che mosse l'ammirazione degl'invidiosi stranieri, compì la sua carriera mortale nel giorno 29 di dicembre dell'anno 1816 nella età di ottant'anni all'incirca.

IDROPE-ASCITE

SIMULANTE LA GRAVIDANZA E CAGIONATO DA VERMI VESCICOLARI NE' TESSUTI ADDOMINALI DISSEMINATI

CASO

COMUNICATO LI XX GIUGNO M. DCCC. XVI

DA VALERIANO LUIGI BRERA

Il basso ventre è la sede non infrequente delle differenti forme morbose, che insorgono per effetto delle acquose effusioni. La linfa, che vi si spande, non sempre liberamente fluttua nella sua cavità, e talvolta limitata la si osserva in certi tessuti, e in particolari sacchi racchiusa, pendenti dalla superficie de' visceri addominali. Insorge in allora l'idropisia saccata, conosciuta già dal venerando Ippocrate (1), illustrata da Areteo (2), esatto dipintore delle umane affezioni, e da altri insigni medici ed anatomici nelle età successive dilucidata con fatti, dai quali risulta ancora, che tutte le grandi e picciole cavità, non che tutti gli organi, e la massima parte de' tessuti possono diventare altrettante sedi di queste saccate raccolte.

Conosciuta essendo adunque fino dalla più rimota antichità l'esistenza delle idropisie saccate, il riprodurre un tale argomento sembrar potrebbe senza dubbio inutile e superfluo, a meno che particolari circostanze ne illustrassero l'indole, e la via appianassero ad apprenderci il modo,

(1) « Gignitur etiam hydrothorax, ubi tubercula in pulmone fuerint exorta, et aqua repleta in pectus eripuerit. Quod autem etiam in tuberculis oriatur hydrops, mihi argumento sunt boves, canes et sues: in his enim quadrupedibus maxime pulmonis tubercula oriuntur, quae aquam continent». *De internis effect. Cap. XXIV.*

(2) «Alia quidem hydropis species talis agnoscitur; in ea vesciculae quaedam pusillae, crebrae, humoris plenae in loco, ubi hydrops fieri solet, excitantur».

col quale dato ci fosse di debellare un'affezione il più delle volte ribelle ai conosciuti sussidj dell'arte.

Tale è il titolo, per cui questo caso viene riferito.

Nel mese di ottobre dell'anno 1804 entrò nel civico ospedale di Crema una giovane villica, di 26 anni circa, la quale altro fenomeno non offriva che un abbattimento straordinario delle forze in tutto il corpo, in contraddizione coll'aspetto di lei alquanto passabile, ed una tumefazione regolarissima del basso ventre non dissimile da quella, che si osserva nella gravidanza fra il quinto ed il sesto mese, senza potervi scorgere il benchè minimo senso di ondulazione nel medesimo. Siccome accusava nell'istesso tempo e nausea ed inappetenza assoluta, così non si esitò di sospettare di gravidanza, tuttochè la medesima seriamente protestasse di non essere in questo stato, ed asserisse inoltre di non avere mai in vita sua goduto del benefizio della mestruazione. In tanta incertezza ed oscurità di cose fu sottoposta l'inferma all'esplorazione, il che fece accrescere il sospetto della gravidanza, per essersi trovata la bocca dell'utero affatto chiusa. Venne perciò posta l'ammalata in osservazione, tanto più che nessun morboso fenomeno esigeva una medicatura attiva ed efficace. Frattanto il ventre andava ogni giorno crescendo, precisamente come suole avvenire coll'avanzarsi della gestazione, ed a persuaderci maggiormente dell'esistenza della gravidanza.

In questa situazione passò l'infelice lo spazio di tre mesi, sul finire de' quali il ventre ad un tratto si diminuì di volume, e totalmente si depresse, scoppiò una febbre quotidiana remittente, e l'aspetto dell'inferma l'annunziò gravemente ammalata. Preso avendo la febbre il carattere della lenta dell'Huxham, si previde ben tosto, che la tabe universale avrebbe distrutto un organismo da tanto tempo sì male affetto. Di fatto inutili riescirono gli apprestati sussidj, imperocchè in meno di tre settimane una celere consunzione la tolse dal numero de'viventi. All'epoca della morte il basso ventre era tanto depresso e contratto, che sembrava affatto vuoto nell'interna sua capacità.

Un'affezione cotanto subdola, e in pochi giorni divenuta micidiale, senza che nulla di positivo s'avesse potuto pronunziare sulla verace sua natura, doveva giustamente destare la curiosità di rintracciarne la causa nell'estinta. Si passò quindi all'esame del cadavere, il quale nulla di straordinario dimostrò nella cavità della testa, nè in quella del torace

Il basso ventre all'incontro presentò uno spettacolo affatto inatteso, importantissimo, e direi quasi del tutto nuovo negli Annali dell'Anatomia Patologica. La Tavola in rame qui annessa (Tav. I) esprime con esattezza e verità il vulcano, la cui esplosione riuscì cotanto, e in sì breve tempo fatale all'infelice, che lo racchiudeva. Una prodigiosa quantità di vescichette, di colore giallo-pallido, semitrasparenti, e di grandezza varia e progressiva, emulando alcune quella d'una noce, altre quella d'una nocciuola, d'un pisello, e perfino d'un grano di miglio, copriva per intiero tutta quanta la superficie del peritoneo A. A. A. A., e de' visceri rinchiusi ne' varj diverticoli di questo sacco membranaceo: il fondo della vescica orinaria B, e dell'utero ancora C non n'erano esenti. Inoltre la sostanza parenchimatosa de' visceri coperti dal peritoneo, quali sono il fegato, la milza e l'apparato gastro-enterico, era affatto distrutta, così che in quel basso ventre dire si poteva con tutta ragione, che unicamente esistessero i lineari degli accennati visceri coperti e disseminati dalle descritte vescichette. Il fegato, viscere voluminoso pel grandioso suo parenchima, era ridotto alla densità non maggiore d'un dito trasverso. La milza si vedeva rappresentata da una borsa avente la sua figura, e che si scorgeva esserne stata la membrana esteriore. Lo stomaco, ed il tubo intestinale offrivano il meraviglioso spettacolo d'essere nelle loro pareti divenuti assottigliati e trasparenti, come se fossero stati da un velo di tessitura animale costituiti. L'omento trovavasi pienamente convertito in un ammasso di tali vescichette, ed acquistato aveva l'aspetto d'un' agitata acqua di sapone avente la conformazione naturale di questo rete.

Un idrope-ascite costituito da un numero presso che incredibile di vescichette di differente grandezza, distese tutte da umore linfatico, si riscontrò essere adunque la forma morbosa, cui dovette soccombere questa infelice, e mirabilmente saccata dire quindi si poteva una tale idropisia, il che doveva renderne la diagnosi necessariamente se non affatto impossibile almeno oscurissima a determinarsi.

Parlano, è vero, molti Scrittori di collezioni acquose costituite da sacchi più o meno voluminosi, ed anco da vescichette ripullulanti nelle differenti cavità del corpo umano. Al dottor Ranöe (1) si presentò una volta una femmina d'anni 30, la quale, dopo d'aver dato alla luce con

(1) Acta Regiae Societatis Medicae Havniensis etc. Vol. III, pag. 751.

gran difficoltà un feto morto, si sentì in seguito sorpresa dagl' incomodi, che annunziavano la preceduta gravidanza, e tutt' ad un tratto poscia assalita da dolori transitorj al basso ventre, accompagnati da tenesmo di vescica, gettò fuori con impeto e strepito dalle pudenda una massa di vescichette distese da linfa, e dell' indole delle da me descritte, che costituiva l' idropisia saccata dell'utero, e simulava una seconda gravidanza. Di fatti di natura presso a poco a questo uguali ne discorrono Vanderwiel (1) e Costantini de Gregorini (2) e di queste idropisie limitate al fegato, al cervello, ai polmoni e ad altri visceri ne abbiamo più esempj presso accreditati Scrittori, da me già ricordati nelle *Lezioni*, e poscia nelle *Memorie sui vermi umani*. In tutti questi casi la comparsa di siffatti sacchetti linfatici era limitata a particolari tessuti, e in nessuno, per quanto mi consta, disseminata la si vide per le pareti, e sui visceri tutti d' una estesa cavità, qual si è l'addominale. Oltre una tale circostanza, che rende già pregievole l'osservazione, l'altra dell' aspetto della gravidanza assunto dalla forma morbosa, vuota essendo la cavità dell'utero, manifesta come meritevole esser possa ancora dell' attenzione de' Patologhi e de' Clinici.

Ma quivi tutto non consiste il pregio e la novità della riferita osservazione. Si tratterebbe in fine d'una larva morbosa, che per quanto esser potesse interessante a nulla gioverebbe per illuminarci sul metodo da adottarsi, onde debellarla. L' essenziale di questa osservazione è, che l' idropisia saccata, e diremo ventrale, era costituita non già da una congerie d' inorganiche vescichette da umore linfatico distese, ma da innumerevoli drappelli di veri esseri organici viventi, per servirmi dell' espressione del celebre naturalista Pallas, entro d'un vivente. Così fu la cosa, perchè sottoposte avendo all'esame microscopico non poche di queste vescichette, tolte dai differenti tessuti addominali, e di differente grandezza, ho potuto riscontrarle tutte della natura di que'vermi viscerali, che Treutler (3) descrisse ed indicò sotto il nome di *tenia viscerale*, e che Joerdens ebbe occasione di poter a bell'agio contemplare nell'omento de' majali. Ad una specie di borsa rassomigliava la figura

(1) Observat. rares de Medècine etc. Tom. 1. p. 287.

(2) De Hydrope uteri, et de hydatidibus in utero visis, ut ab eo exclusis etc. Halae 1795. 4.

(3) Auctarium ad helminthologiam etc. pag. 14, Tav. III, Fig. I, 4.

della capsola esteriore, ossia vaginale di questi vermi, il quale tessuto evidentemente risultava dalla dilatazione del peritoneo, che vestiva e tappezzava gli organi e le pareti addominali, su cui eransi tali esseri sviluppati. Non uniforme in tutti si ravvisò questa capsola vaginale, essendo in alcuni oblunga, in altri rotonda, ovale, piriforme, più o meno contratta in altri a norma forse della maggiore o minore plasticità del peritoneo ne' differenti punti affetto. Aperta in croce la parte superiore di questa capsola vaginale, e rovesciatine al di fuori i lembi, immediatamente si presentava la parte posteriore del corpo globoso-acuminato del verme contenutovi, formato d'una vescichetta tenera, di superficie ineguale, e liberamente nuotante nella già descritta capsola vaginale. Estratto poi dalla capsola questo verme vescicolare globoso-acuminato, si scorgeva nel centro dell'anteriore sua estremità espansa un'appendice divisa in tre articoli al pari del corpo delle tenie intestinali, e questi disposti ad insinuarsi l'uno nell'altro, e l'ultimo a ritirarsi e nascondersi intieramente nella vescica istessa. Sulla sommità pendente di quest'appendice giaceva la testa di sì curioso animale, che in istato di rilasciamento al di dentro contratta fra le rughe, che la circondavano, si presentò sotto la figura di prominenza in tre distinti tubercoli divisa. In questa testa non mi venne fatto di osservare nè le papille succhianti, nè la corona uncinata, parti proprie d'un gran numero di vermi vescicolari, ancorchè abbia sottomessi all'esame microscopico molti individui di questa specie tolti dai più grandi fra i raccolti nel già descritto caso.

Vittima adunque d'una falsa idropisia addominale fu l'inferma sovraccennata, e pare che la di lei morte debba totalmente ripetersi dalla consunzione avanzatissima del parenchima de'visceri contenuti nel sacco del peritoneo, cagionata dall'immenso stuolo de'vermi vescicolari, che si svilupparono, e vissero in tutti i punti di tali tessuti. A pascolo di questi curiosi esseri servì perciò la materia, da cui risultavano l'assimilazione e l'integrità de'parenchimi de'già ricordati visceri; la quale considerazione ci porta alla non meno verace conclusione: 1. che a torto, ed a torto grandissimo l'americano Rush volle sostenere per assoluto, che i vermi vescicolari sono esseri necessarj per conservare la salute degl'individui, a spese de'quali si svolgono, crescono e si moltiplicano; e 2. che la cura della verminazione diventar deve pel clinico un oggetto della massima importanza, trattandosi di liberare il corpo umano, che n'è affetto, dalle conseguenze dell'irritazione meccanica destatavi dalla presenza de' vermi, e dal guasto eziandio, che nell'assimilazione de'tessuti avviene per la sottrazione della materia prescelta a nutrimento da questi esseri incomodissimi.

Una tale verità punto non è sfuggita alla sagacità de'moderni nostri clinici, unanime essendo la pratica (dietro quanto fino dall' anno 1802 con qualche estensione parevami di poter raccomandare nella Lezione III e IV della mia prima *opera sui vermi umani*) di ricorrere nell'amministrazione de'rimedj, onde vincere le gravi ed estese verminazioni, a quelli, che forniti sono della proprietà di rinvigorire e di consolidare l'assimilazione organica, il che equivale alla virtù d'impedire, che manchi ai vermi la nutrizione ne'tessuti dai medesimi defedati.

Dietro siffatte viste diretto il medico pratico, io porto pure opinione, che porre si possa argine alla distruzione veramente orrenda, che si effettua ne'tessuti organici dalla presenza degli accennati vermi, tosto che arrivare si potesse a congetturarne lo sviluppo nel suo principio. La mia proposizione non è consolidata dall'esperienza a segno da essere riguardata qual infallibile assioma; ma ella parte da un dato, che mi permette di congetturarla propizia di felice successo.

L'anno 1805 entrò pure nello spedale civico di Crema una donna ascitica di 48 anni circa, la quale accusava per causa della malattia una febbre terzana da essa affatto trascurata. Il basso ventre quantunque manifestasse la conformazione dell'ascite, non si sentiva intieramente ondeggiante, e qua e là percosso sembrava esservi in alcuni punti soli limitato il movimento del liquido contenutovi. Accusava inoltre l'inferma un senso di puntura e di pizzicore esteso a tutto quanto l'interno dell'addome.

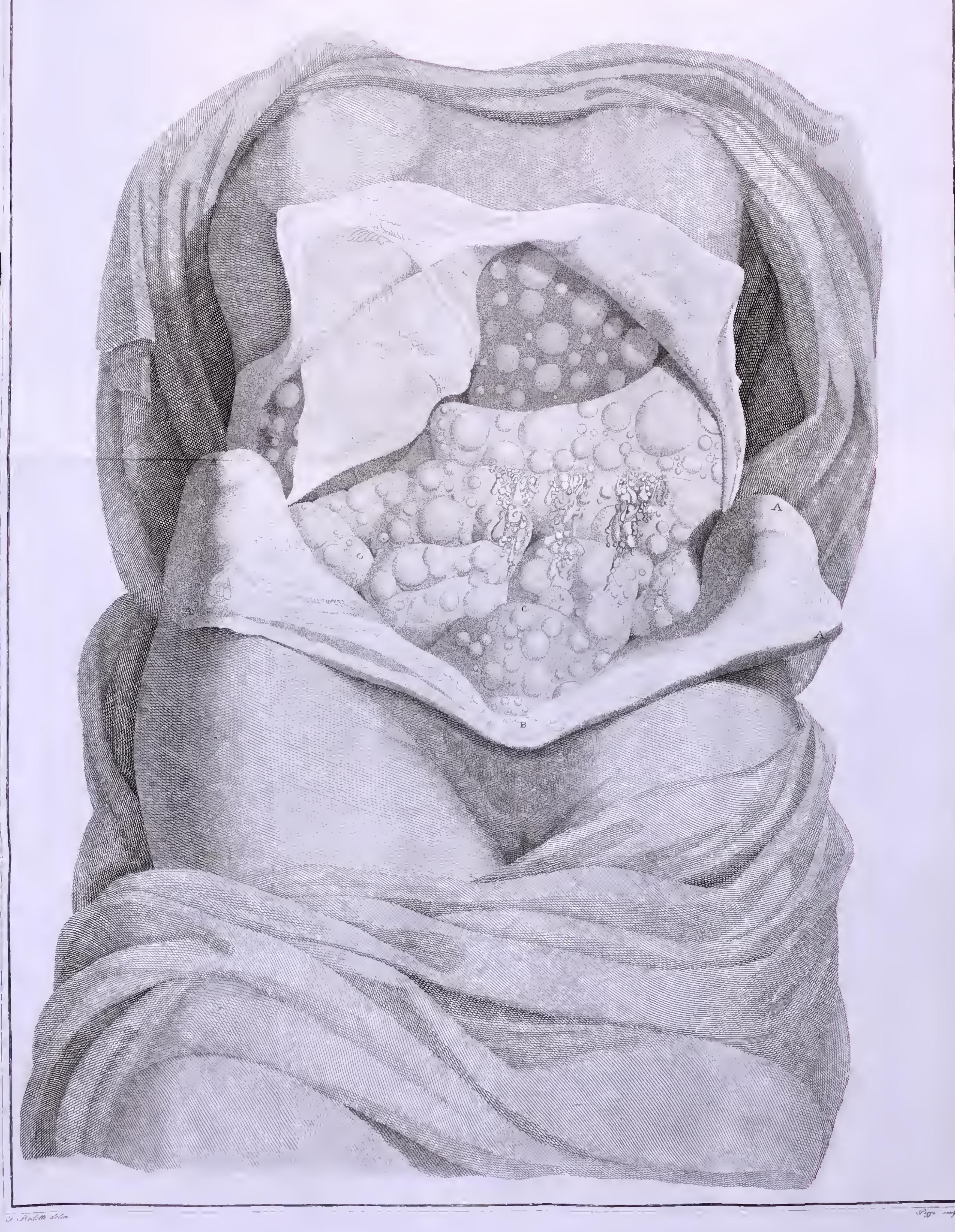
Che si trattasse d'un idrope-ascite saccato, e che l'indole di questi sacchi esser potesse della natura di quelli, che ho già descritti, pareva che non se ne dovesse dubitare: tuttavia siccome mi premeva d'essere possibilmente assicurato sul conto diagnostico dell'affezione, feci sottoporre la paziente all'operazione della puntura. L'esito convalidò la già concepita opinione, atteso che, onde liberarla da una porzione delle acque effuse, convenne pungere il ventre in più luoghi. Ad ogni puntura stillava dalla cannetta dello stromento un poco d'umore linfatico unitamente a qualche stralcio delle membrane organizzate, che costituiscono i vermi vescicolari.

Stabilita quindi l'indole dell'affezione ebbi ricorso all'amministrazione

Tav. I.

(*) Vedi il Tom. XI delle Memorie della Società Italiana delle scienze ec.

Tav. I



del tabacco, il cui potere irritativo antelmintico e insieme diuretico è additato da non pochi scrittori, e segnatamente dal modenese signor Dall'Olio, che sopra di se stesso ne istituì felicissimo esperimento (1). Ne incominciai l'uso sotto la forma di siroppo preparato col metodo indicato dallo stesso signor Dall'Olio, che amministrai gradatamente fino alla dose di due oncie per giorno. Contemporaneamente feci mattina e sera coll'uopo di opportuno soffietto applicare un clistere di fumo di questa stessa erba. Nel terzo giorno di cura le orine s'incamminarono in copia, ed il ventre incominciò ad iscemare di volume, e scomparve ogni senso di puntura e pizzicore nell'interna capacità dell'addome. Continuata la cura con questo metodo, e coll'aggiunta d'una decozione di china avvalorata coll'etere nitrico e d'un vitto nutriente, la mia inferma trovossi ben presto in istato di abbandonare ristabilita l'ospedale, ed anco otto anni dopo da me riveduta mi attestò d'essersi sempre trovata bene.

(1) Vedi il Tom. XI delle Memorie della Società Italiana delle scienze ec.

OSSERVAZIONE
DI UN' ULCERA NELL' AORTA

COMUNICATA

DAL SIGNOR PROFESSOR FANZAGO

IL GIORNO XXVII GENNAIO M. DCCC. XIV

Benchè le aperture dei cadaveri, e le tante scoperte patologiche fatte di tempo in tempo non sieno state feraci di grande vantaggio per la cura delle malattie, giacchè li trovamenti di questo genere sono di raro accompagnati da una diligente ed esatta storia delle malattie stesse, ed il più delle volte ciò che si scopre, in luogo di sparger luce sul metodo curativo, ci dimostra piuttosto infaustamente l'impossibilità di guarire certe lesioni organiche profonde, nelle quali tutto al più è da raccomandarsi un regime palliativo, pure i medici osservatori non sonosi mai stancati di coltivare l'anatomia patologica, unico suffragio che tante volte rimane per dar qualche plausibile spiegazione di molti morbosi fenomeni, che innanzi la morte ci lasciano incerti e dubbiosi sulla loro origine.

A' giorni nostri questo genere di ricerche fu spinto quant'oltre mai fu possibile, tentando pure i ministri dell'arte salutare di sostituire alla brillante illusione delle teoriche fatti sensibili e dimostrazioni oculari; ond'è che non contenti di registrare minutamente le cose osservate, fecero anche industriosa collezione di pezzi patologici, e si occuparono della loro conservazione, rattemperando così il naturale disgusto di tai lavori coll'ingenua compiacenza di recar nuovi lumi ai cultori della medicina, rischiarando sempre più le occulte morbose alterazioni.

Quindi nacquero i Gabinetti patologici istituiti specialmente in quelle Università, in cui si procura dai Governi di moltiplicare ed estendere i mezzi della pubblica istruzione.

Il Gabinetto di questa illustre Università, alle mie cure affidato, di fresca istituzione, già comincia pur esso a far sentire i buoni effetti risultanti da questi stabilimenti. Sebbene per esser ancora nella sua infanzia non possa vantar copia e dovizia, pure i pezzi che vi si racchiudono hanno quasi tutti qualche merito, e possono riuscire istruttivi.

Devo in questa occasione far sentire la mia riconoscenza ai signori Professori Sografi, Brera e Caldani, ed alla cortesia dei signori dottor Penada, Fabris e Zecchinello, i quali contribuirono all' arricchimento di questo Gabinetto con alcuni pezzi pregevoli, che ho potuto unire ad altri da me posseduti e raccolti sin da quando copriva il posto di Protomedico di questa città, e mi si presentavano frequenti occasioni di aprire cadaveri.

Parendomi doveroso di prestarmi all' illustrazione di essi, di quelli distintamente, che offrono qualche speciale singolarità, comincierò il mio lavoro da un pezzo patologico, che ho raccolto essendo Protomedico dodici anni fa, cioè nel 1801, e ch'è appunto quello, che vi presento originale e disegnato, sopra del quale intendo oggi di trattenervi, illustri Colleghi, pregandovi di benigna attenzione.

Poche cose posso dire intorno alle circostanze e fenomeni precedenti la morte dell' infelice, che offrì il morboso disordine di cui si tratta. Egli era un certo Bartolommeo Groppa d'anni 40 circa, veneziano, venuto a Padova da circa un mese per affari e non per medicatura. Il dì 25 luglio 1801, essendo alloggiato presso la signora Elisabetta Peronesso, nella parrocchia di S. Andrea, andò a casa alle ore dieci della sera, dicendo che sentivasi poco bene, e che avea disposizione al vomito. Non avea bevuto che una limonata, e mangiato qualche cosa alla bottega di caffè. Entrò nella sua camera, e di là a poco persone che abitavano in una stanza vicina sentirono che si lamentava, e che faceva degli sforzi. Si portarono subito da lui, e gli prestarono assistenza. Quando il vomito parve calmato domandò una boccia d'acqua ed un lume da tener acceso la notte, e poi si chiuse nella stanza. Non si sentì più nel corso della notte alcun movimento. La mattina venne un suo amico in cerca di lui. Si battè alla porta, e non rispondendo, si credè che potesse ancora dormire; ma passato qualche tempo, battuta nuovamente la porta, e chiamatolo ad alta voce senza ottenere risposta nacque subito il sospetto di qualche disgrazia. Si prese allora il partito di entrar nella stanza per una finestra, e si trovò il pover'uomo morto col corpo disteso attraverso il letto co' piedi fuori.

Null'altro si potè raccogliere. Solo mi fu riferito da un suo amico, che sempre lamentavasi di un molesto senso di oppressione allo scrobicolo del cuore, e che spesso vi teneva appoggiata la mano.

Trattandosi di morte improvvisa si fece la sera dei 24 l'apertura del cadavere.

Niuna cosa essendosi trovata nell'esterior superfizie si passò al taglio del basso ventre, che appariva qualche poco gonfio. Aperta appena la cavità si è trovata gran copia di sangue effuso, sicchè conobbesi tosto esser nata un'interna emorragia. Dopo molte indagini per discoprire il vaso, da cui era sgorgato tanto sangue, finalmente esaminando il tronco dell'aorta discendente si trovò un largo foro nell'aorta stessa subito al di sopra della meseraica superiore nel sito appunto, in cui fra le due punte della parte inferiore del diaframma l'aorta discende accompagnata dalla vena aziga e dal condotto toracico. Sul momento si credè naturalmente, che l'aorta fossesi rotta di fresco, e nata quindi la mortale emorragia. Ma messa a nudo l'aorta, e meglio esaminata, si scorse con sorpresa, che il largo foro era di una figura circolare e corredato di grossi e duri orli di data certamente antica, come può ognuno riscontrare nel pezzo conservato (1).

Trattandosi di un'osservazione rara, che potea esser soggetto di molte considerazioni, ho desiderato che il pezzo fosse veduto dal chiarissimo Professore signor Leopoldo Caldani, nome che sarà sempre rispettabile e caro a quest'Accademia, di cui fu per tanti anni uno splendidissimo ornamento, il quale dopo averlo esaminato mi comunicò le sue congetture col seguente viglietto: « Il foro singolare dell'aorta discendente, subito al di sopra della meseraica superiore, con orli callosi e grossi, » non pare che un vecchio ulcere. Formandosi a poco a poco, la natura apponeva probabilmente qualche porzione della materia fibrosa del » sangue, la quale impediva l'uscita del sangue stesso; e si era formato qualche tessuto inorganico, il quale finalmente staccatosi ha data occasione » all'emorragia mortale. Forse chi avesse minutamente osservato li massi » duri sanguigni sparsi nell'addome all'origine del mesenterio e tra le sue » lame, trovato avrebbe quel qualunque riparo inorganico, che dal san-

(1) La qui unita Tavola in rame dimostra chiaramente la qualità del foro di cui si tratta.

» gue erasi opposto all'ulcere, che col progresso di tempo s'ingrandì al » noto segno » : così il Caldani.

Quest' autorevole opinione mi fu di conforto, perchè valse a corroborare le idee, ch'io pure avea concepite. In fatti non essendovi traccia di fresca rottura, nè alcun segno di aneurismatica distensione, e trattandosi solo di una grande apertura regolare con margini tutt'all' intorno di notabile durezza e grossezza, quando non si avesse voluto ricorrere alla poco verisimile idea di un vizio congenito, altra non rimanca ragionevole spiegazione, che il supporre una lenta corrosione, la quale, cominciata in un punto dell'arteria, fossesi a poco a poco dilatata, costituendo una progressiva circolare esulcerazione, finchè arrestandosi essa e disponendosi gli orli alla cicatrizzazione, ne nascesse poi tutt'all' intorno quell' ingrossamento calloso.

Non era però facile da spiegarsi, come nato il foro, benchè piccolo da principio, in un tronco grosso ed in un sito battuto da una grossa colonna sanguigna, non ne fosse accaduto niuno spandimento, giacchè veggiamo comunemente, che ferita anche lievemente un'arteria, subito il sangue se n'esce fuori con impeto. Nondimeno posto il fatto del non nato spandimento, doveasi ragionevolmente supporre, che nel sito della corrosione facendosi essa assai lentamente, e nascendo forse per la locale condizione irritativa un maggior trasudamento di linfa coagulabile dalle pareti dell'arteria, non esclusa la congettura del sullodato Professore, che la natura vi apponesse qualche porzione della materia fibrosa del sangue, si andasse ivi formando un riparo a mano a mano che si andava dilatando il pertugio, e ciò doveasi rendere più verisimile riflettendo, che facendosi a minimi gradi la dilatazione del foro, eravi tempo bastante per la sovrapposizione di nuova materia atta a chiuder il foro nel tempo stesso che andavasi dilatando. Se si avesse potuto prevedere la scoperta che si è fatta, forse nel molto sangue sparso nella cavità del basso ventre in cui nuotavano dei trombi sanguigni, sarebbesi trovato quel qualunque corpo inorganico, che probabilmente da gran tempo facea le veci di parete ed impediva al sangue l'uscita. Uno di questi corpi grosso, duro e globoso conservasi nel nostro Gabinetto, che giacea in un vasto sacco aneurismatico. Sulle singolarità di questo foro possono bastare questi pochi cenni, giacchè non conviene dimenticarsi, che i providi lavori della natura e degli ordigni vitali sono spesso superiori al nostro concepimento.

Veggiamo piuttosto se sull'origine di quest'ulcere antico si possa aggiungere qualche probabile considerazione. Forza è contentarci di semplici congetture in un caso, in cui mancano dati sicuri, per non esser punto istrutti delle morbose affezioni, a cui nel corso della sua vita potè andar soggetto il sunnominato Groppa.

Da varie cagioni e da diverse condizioni morbose si può ripeterne l'origine.

E volendo intrattenersi alcun poco sulle principali e più ovvie non è da rigetarsi in primo luogo la congettura di un processo flogistico preceduto. Abbiamo non equivoci esempj raccolti a dovizia, specialmente in questi ultimi tempi, da Meckel, Morgagni, Hunter, Frank, Schmuk e molti altri, di aorte infiammate e con tutte le sembianze di eritema, di risipola, e di flemmone. Si sa che nelle febbri sinoche infiammatorie gagliarde, nelle quali mancarono i fenomeni e i segni d'infiammazione locale di qualche viscere, si è poi trovato nei vasi sanguigni per lunghi tratti uno stato risipelatoso. Il chiarissimo Testa nell'opera sulle malattie del cuore, nel capitolo in cui tratta dell'*infiammazione dell'aorta*, ci presenta molte osservazioni tanto proprie che di altri autori, dalle quali rilevasi che l'infiammazione dell'aorta è assai più frequente di quello, che comunemente si pensa. Infiammandosi però le pareti di un vaso arterioso, massime se il processo flogistico sia stato d'indole risipelatosa e non abbia avuto luogo una perfetta risoluzione, è assai facile che nasca qualche esulcerazione o nell'esterna o nell'interna superfizie del vaso, la quale a poco a poco corrodendo e consumando la sostanza della parete dia origine ad un ulcere, e quindi ad un foro più o meno esteso. Non è pertanto inverisimile, che un processo flogistico abbia potuto precedere la formazione dell'ulcere nel caso di cui ci occupiamo.

Nè sarebbe fuor di ragione il congetturare che una costituzione sifilitica abbia dato origine a quest'ulcera. Se, com'è noto ai pratici, il veleno sifilitico insinuandosi nel sistema assorbente reca specialmente offesa al tessuto celluloso e delle membrane in generale, se conseguenze di esso sono spesso gli aneurismi e le varici, se è carattere proprio del virus venereo di corrodere e di esulcerare, non è punto inverisimile che nel caso nostro l'ulcera abbia potuto derivare da questo veleno. Forse che se fossimo stati informati delle malattie sofferte dal Groppa avressimo avuto delle prove in favore di questa congettura. Molte osservazioni raccolte da

Testa, tanto nel cap. XII del vol. I, quanto nel cap. II del vol. II confermano la possibilità di tal causa.

E nemmeno è da tacersi, che tal fiata le affezioni dei vasi sanguigni traggono origine da malattie cutanee retrocesse. Il sullodato Testa ripete da questa causa molte osservabili offese dell'aorta, e dice che le affezioni della cute in qualsivoglia maniera vi hanno spesso una parte grandissima.

Lasciando da parte altre men ovvie congetture, il fin qui detto può bastare per aver sott'occhio le cagioni più verisimili dell'ulcera, che occupa la nostra attenzione, sulle quali per mancanza di dati non ci è permesso di ragionare più oltre.

Per dimostrar poi la singolarità di questo caso, cioè la sua rarità, io confesso di non aver avuto la pazienza di pescare e ripescare nelle opere dei tanti autori, in cui sono registrate osservazioni patologiche rare e singolari. Pure non ho trascurato di scorrere l' insigni opere di Morgagni, il trattato di Notomia patologica di Baillie, e quella di Conradi colle aggiunte del D.r Pozzi ridondantissima di osservazioni d'ogni genere.

Nell' immenso magazzino Morgagniano nulla incontrai di somigliante al caso nostro. Molte e molte alterazioni e disordini dell'arteria magna vi sono registrati; angustie, dilatazioni, sacchi aneurismatici, tortuosità, sottigliezza di pareti, distacco della tonaca interna, solchi, rugosità, disuguaglianze, tubercoli, prominenze, pustole, effusioni sanguigne fra le tonache, laminette e squame ossee, esulcerazioni e corrosioni. Non mancano esempj di rotture e di mortali spandimenti sanguigni; ma non vi si fa menzione di ulcere antiche, che alla nostra in qualche maniera rassomiglino. Pure in alcuni dei casi riferiti da Morgagni si conosce, come possano spesso e facilmente nascere delle ulcere nelle pareti dell'aorta.

Nell'Epist. VII, 9, narra di aver trovato in un vecchio ottuagenario delle squame ossee nel tronco dell'arteria magna, ed aggiunge: *praeterea inter squamulas, quibusdam in locis, interior tunica desiderabatur, ibique exulcerata et corrosa videbatur tunica proxima, et in rubrae putridaeque substantiae frustula, quae prodibant, conversa.*

Nell'epist. XXIV, 41, leggesi: *in viro aorta qua secundum thoracis vertebras descendebat, intus magna hic illic cujusdam quasi incipien-*

tis erosionis ostendit indicia, minora autem, sed plura futurae ossificationis. E nella stessa epist. n. 16, in un vecchio, in cui l'aorta era disuguale nell' interna sua superficie per molte ossose laminette durissime, dice di aver veduto *intimam arteriae tunicam uno tantum in loco laesam, crassiusculo ibi humore se ostendente.*

Così nell'epist. XXVI incontransi altre consimili osservazioni. Al n. 21 racconta di una donna, in cui trovò molto sangue sparso nel pericardio, e nell'aorta *quaedam quasi exulceratio occurrebat duobus circiter supra semilunares valvulas digitis qua arteria dexteriora spectat et posteriora, in eaque exulceratione tria, quatuorve erant profundiora foramina, inter se proxima, singula lentis magnitudine, sed forma angulosa potius quam rotunda: ab iis oblique cuniculi extrorsum acti ad extimam aortae laminam pervenerant, ibi propterea ex fusco rubentem quasi ab inflammatione, multoque humore crassiorem factam: in ejusque rubedinis medio lacerata demum lamina, sanguis sibi viam in pericardium fecerat per foramen internis simile, et ejusdem fere magnitudinis.* Ed al n. 17, narrando il caso di una donna morta improvvisamente, dice di aver trovato l'aorta dilatata dal luogo, in cui manda fuori la carotide sinistra sino al cuore, ed aggiunge: *mox ea dissecta conspexi toto hoc amplo tractu quo dilatatam fuisse, dixi, intus asperam et inaequalem ob rigidas ac duras lamellas osseas ita crebras atque confertas, vix ut exigua quaedam intervalla relinquerent inter se. In quibus intervallis cum arteriae tunicae interiores exesae et exulceratione quadam attenuatae perspicerentur; mirum erat, uno tantum loco haud procul a corde ad posteriorem, eandemque sinisteriorem partem, id demum accidisse, quod tot aliis antea poterat. Scilicet per unum ex ejuscemodi intervallis sibi viam sanguis paulatim fecerat, et sub tunicam venerat arteriae extimam, quam ab intimis primum diducendo, attollendoque, sicut ampla quasi ecchymosis docebat; quam ipse ibi concrescens effecerat, tum deinde magis, magisque distendendo, uno in loco perruperat, intraque pericardium effuderat.* E di un'altra rottura parla nella stessa epistola al n. 15, in un vecchio in cui si trovò il pericardio pieno di sangue. *Cor*, scriv'egli, *erat magnum. Aorta autem arteria dilatata supra cor, et in curvatura etiam tota, osseis bracteis, quales passim in arteriis quoque arteria fuerunt, interiore facie distinguebatur. Ab eadem facie, non magno supra cor* *intervallo, foramen digitum admittens initium sumebat, et obliquo trium ferme digitorum transversorum itinere per tunicas ab imo sursum pergens, in facie demum arteriae exteriore intra pericardium hiabat. Ea via sanguis in hoc irruperat.*

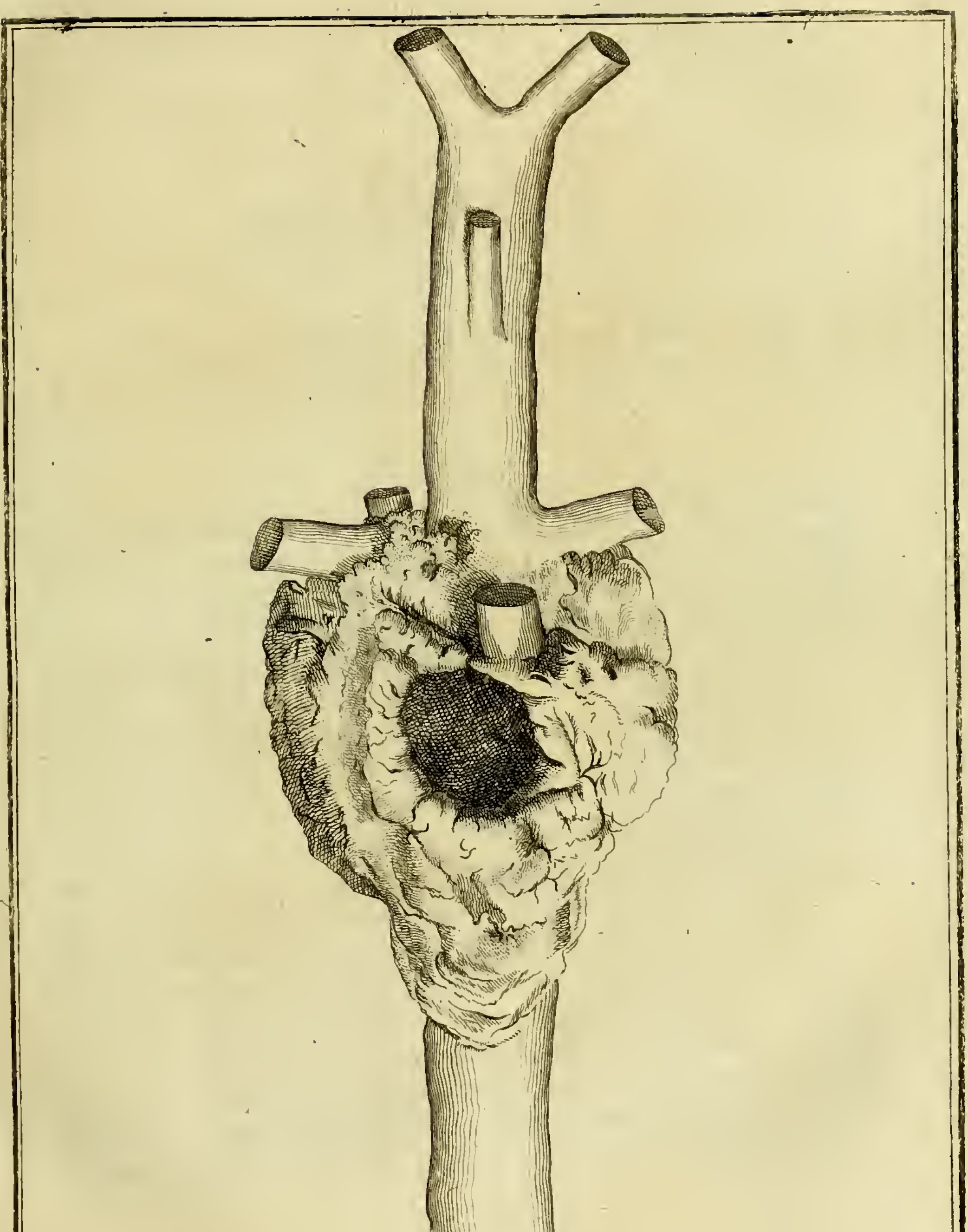
Lascierò da parte altre osservazioni di Morgagni registrate nell'epistola XLVI, 26, LXVII, 14, nelle quali trattasi di corrosioni e di esulcerazioni prodotte comunemente da squame e lâmine ossose, come nei casi precedenti; ma non passerò sotto silenzio il caso riferito nell'epist. XXVII, 28, che può illustrare in qualche maniera una delle cause, che ho di sopra indicata. Narra egli di un uomo dedito a Venere, che avea sofferti più volte dei buboni, morto improvvisamente, in cui si trovò molta copia di sangue nel pericardio versatovi dall'arteria magna. *Illa vero*, scrive, *primum rupta intervallo a corde digiti circiter transversi. Et ruptio quidem non erat magna; sed prope ipsam, et circa omnem aortae basim vetus quasi sugillatio apparebat a nigro sanguine sub exteriore tunica restitante: quae sugillatio per universum pulmonem se extendebat, praesertim vero circum majores pulmonaris arteriae ramos.* Nelle sue riflessioni poi sopra questo caso (n. 50) massime per quanto concerne la causa sifilitica, ricorda ciò, ch'era stato scritto da Jano Planco, il quale avendo notato, che avea veduto *arteriam magnam veluti ulcerosam et corrosam, variisque pustulis scatentem*, aggiunge: *quod saepe observavi in variis cadaveribus, eorum praesertim, qui syphilide laborarunt, et ad aneurisma aortae vel ad pectoris hydropem sunt dispositi.*

Queste osservazioni rendon però vie più verisimile la congettura, che nel caso nostro abbia potuto dar origine all'ulcera il veleno sifilitico.

Malgrado tutto ciò egli è chiaro, che fra tante lesioni di vario genere dell'aorta notate da Morgagni, non ve n'ha una che alla nostra corrisponda.

Nel trattato di Notomia patologica di Baillie nulla si riscontra che ricordi somiglianti lesioni dell'arteria magna; bensì nell'Anatomia patologica di Conradi (art. IV) ho trovato, che annoverando egli i varj stati morbosi dell'arterie, dice, che le arterie si esulcerano, e riporta l'osservazione di Littre, il quale scoprì un'ulcera nell'aorta, in cui non esistevano nè ossificazioni, nè altri corpi estranei, che potessero esserne la causa. Siccome quest'osservazione è ivi esposta nudamente senza alcuna indicazione del sito e dell' estensione dell'ulcera, così ho voluto conoscerla nella sua originalità, e come sta registrata nella storia dell'Accad. Reale delle Scienze di Parigi nell'anno 1713. Littre ivi racconta di una donna morta quasi improvvisamente, in cui trovò la mancanza di una delle valvule sigmoidee, la quale si era incollata (colée) contro il tronco dell'aorta, e al di sopra di questa vàlvula dice soltanto che vi era un'ulcera superficiale. Ognun vede che questa osservazione è assai diversa dalla nostra.

Dal fin qui detto parmi, che debbasi a buon dritto riconoscere una notabile singolarità nel caso riferito, e che il pezzo che ho assoggettato ai vostri illuminati riflessi, meriti un posto distinto in un Gabinetto patologico; tanto più ch'esso è una prova manifesta, che negl' interni recessi della macchina nostra, non solo si vanno appoco appoco formando dai lavori morbosi per cause assai difficili da determinarsi, senza che nè il malato nè il medico ne abbiano alcun sentore; ma che la natura provvida spesso vi oppone ad un tempo riparo onde impedirne le tristi conseguenze, per quanto però lo permette la fragile condizione del nostro organismo. Quindi è che non deesi creder un sogno, come alcuni moderni ci vorrebbero dar ad intendere, la così detta *natura medicatrice*.



CONSIDERAZIONI MEDICO-PRATICHE
SUL VAJUOLO SPURIO O RAVAGLIONE

MEMORIA
DEL PROFESSORE MONTESANTO

LETTA ALL' IMPERIALE REGIA ACCADEMIA DI PADOVA
NELLA SEDUTA DEL DÌ VI APRILE M. DCCC. XV

La scoperta benefica dell'innesto vaccino, che riserbata agli ultimi anni del secolo trascorso, parve destinata a consolare l' umanità afflitta, ed a riparare da sola a' suoi danni, avrebbe forse dovuto cedere agli sforzi del pregiudizio ed alle calunnie dell' ignoranza, se i medici illuminati e filantropi non ne avessero assunta la difesa ed assicurata la vittoria.

La verità, il di cui lento trionfo è pur troppo anche in medicina spesse volte preceduto dal tumulto dell'errore, o dall'inquietudine dell' incertezza, fu questa volta ben presto confermata da chi osservò bene, ed esperimentò senza prevenzioni. Scorsero appena quattro lustri da che Jenner annunciò il suo grande ritrovamento; e niuno adesso più ne ignora, od osa contrastarne i prodigiosi successi.

Dopo molti secoli che il vajuolo umano, recato a noi, per quanto sembra, all'epoca delle Crociate dall' Oriente, infestava e così spesso desolava le contrade della nostra Europa, e dopo che di qua trasportato nel nuovo Mondo, produsse colà orribili stragi, questa crudele malattia parve quasi sparire per incantesimo dovunque la provida vigilanza de' Governi, e la saggia docilità de' parenti promosse e diffuse ne' fanciulli la pratica salutare dell' innesto vaccino.

Che se la più grave fra le malattie esantematiche, il vajuolo umano cioè, non comparisce più colà ove il vaccino ha resi invulnerabili da' suoi attacchi tutti coloro che in altri tempi avrebbero dovuto risentirne la fatale influenza, così non avviene però di un'altra malattia pure esantematica, il più delle volte assai mite, ma talora molto rassomigliante per alcuni tratti al vajuolo vero, malattia che si conosce in Italia fra i medici non meno che fra i non medici col nome di *vajuolo spurio*, o di *ravaglione*.

Contro così fatta malattia della pelle niun potere preservativo spiegò la vaccina, ond'è che coloro, i quali furono felicemente vaccinati, vengono presi non rade volte dal vajuolo spurio, appunto come accade altresì a quelli ch'ebbero il vajuolo vero, perchè anche questo è incapace al pari della vaccina d'impedire il successivo sviluppo del vajuolo spurio.

Sembrava in passato che i medici poco o niun conto facessero del ravaglione, o vajuolo spurio, a motivo dell'ordinaria mitezza de' suoi sintomi, ove singolarmente si paragoni al vajuolo vero, la cui gravezza in vece, ed il cui frequente pericolo tanto li occupò in ogni tempo.

Ora però che andiamo a buon dritto sì lieti di avere alla fine rinvenuto nella vaccina un mezzo possente per allontanare da noi il legittimo vajuolo, e che questo adesso richiama quindi assai meno che negli andati tempi la nostra attenzione, giova che del ravaglione facciamo particolare argomento de' nostri studii coll'importantissimo fine di apprender bene a discernere il vero vajuolo dallo spurio, essendo questo l'unico mezzo per guarantire la vaccina dalle ingiuste accuse che le potessero venir fatte anche in progresso da coloro che non sanno distinguere sempre abbastanza una malattia dall'altra.

E tanto più dobbiamo proporci un simile scopo, in quanto che non è, per quanto scorgo, ancora spenta del tutto quell'influenza di tal morbo che da molti mesi domina fra i nostri fanciulli, e che per alcune sue singolarità diede a me non meno che ad altri medici di questo paese serio motivo di molti riflessi.

Del ravaglione adunque considerato semplicemente sotto l'aspetto che ha più immediata relazione colla pratica medicina vi terrò, dotti Accademici, ragionamento quest'oggi, non senza la confortante lusinga di avere scelto un soggetto degno per la sua importanza della cortese vostra attenzione.

Tenterei invano di scoprire e determinare l'origine, non che l' epoca primiera della comparsa del ravaglione. Questa ricerca difficile sempre, e spesso incertissima ne'suoi risultamenti per ogni malattia che nasca da contagio, e che sembri a noi venuta da lontane regioni, mercè il commercio coi popoli forestieri, riesce tanto più ardua pel vajuolo spurio, il quale rimase lungo tempo, per quanto mi è accaduto di rilevare, confuso con altre malattie eruttive, o quasi obbliato dagli scrittori di medicina come cosa di poco peso.

Non credo però d'ingannarmi supponendo che l'arabo Rhazes, che morì nel principio del X secolo dell'era nostra, e che fu il primo a darci un prezioso trattato *de variolis et morbillis*, avesse avuto occasione di vedere fra' suoi il vajuolo spurio.

Rhazes di fatto nel citato suo libro, al capitolo V, ove insegna a preservar dal vajuolo, allorchè infierisce, chi non ne fu per anche infetto, dice: *oportet ut detrahatur sanguis illis, qui pueri sunt et adolescentes et juvenes, qui vel nondum variolis fuere correpti, vel qui correpti fuerunt olim variolis languidis, debilibus.*

Questo *languido*, questo *debole* vajuolo di Rhazes, avuto il quale si poteva temere una nuova comparsa di un più grave vajuolo, non sarebbe forse stato il ravaglione de' nostri giorni, che punto non difende, come tutti sappiamo, dall'incontrare dappoi il vajuolo vero?

Parmi ragionevole assai il supporlo, ma non oserò di affermarlo con sicurezza, perchè tutto il nominato libro di Rhazes non me ne offre poi verun altro dato positivo.

E qui mi è d'uopo riflettere, che parlando quell'arabo nel suo libro ad un tempo solo del vajuolo e de' morbilli, malattia esantematica, che ora dicesi volgarmente *fersa*, era ben difficile che, occupato egli ad indicare i segni principali e caratteristici del vajuolo e del morbillo, giungesse poi a tutte particolarizzare le differenti forme del vajuolo e delle altre malattie ad esso più analoghe. Ella è forse questa la ragione per cui continuandosi sulle tracce di quel maestro, in tempi anche a lui assai posteriori, a descrivere nelle opere mediche contemporaneamente il vajuolo ed il morbillo, il ravaglione vi giacesse negletto, o non abbastanza delineato e distinto.

Noi dobbiamo, per mio avviso, la prima precisa notizia di questo malore al celebre nostro italiano Vido Vidio, che nato in Firenze fu poi archiatro di Francesco I Re di Francia, e fu da lui nel 1542 nominato Lettore e Professore primario di Medicina nel Collegio Reale di Francia, ove recò seco tanta fama, e spiegò tanto sapere, che di lui disse il francese Duval nella sua storia di quel Collegio allora celebratissimo: *Vidus venit, Vidius vidit, Vidus vicit.*

Vidio dunque nel libro XIII della seconda parte delle sue opere al cap. VI, in cui tratta de *variolis et morbillis*, scrisse: « Sunt qui praeter duas species, quas commemoravimus (*vajuolo e morbillo cioè*) crystallos adjiciant, sic nempe appellant quasdam veluti vesciculas plenas aquae instar crystalli splendentes, quibus cutis variis locis distinguitur: has nunc vulgo nominant *ravaglione*. In quas non ita incurrunt omnes homines sicut in variolas et morbillos, neque sub ipsis ita graviter affliguntur quamobrem non videntur tamquam tertia species morbillis et variolis hae pustolae adjiciendae. »

Dopo quanto del ravaglione aveva detto il nostro Vidio scrivendo circa la metà del cinquecento, altri pure in progresso ne parlò di proposito, come fece principalmente verso la fine di quello stesso secolo il tedesco Enrico Petrèo, ragione per cui fra' medici il vajuolo spurio si chiama anche da taluni col nome di *variola Petrèa* (1) quando, a dir vero, per quanto si riferì poco fa, appellar si dovrebbe piuttosto, volendo onorare chi primo ne aveva data contezza co' suoi scritti, *variola Vidiana.*

Andò poscia a mano a mano diffondendosi qualche maggiore notizia di questo morbo, o s'incominciò almeno sull'orme di Vidio e di Petrèo a ricordarne l'esistenza ne' libri di medicina usciti successivamente in Italia e fuori.

Fu allora che il ravaglione dei toscani venne in molti altri modi nominato in varii paesi e presso i diversi autori ch'ebbero a parlarne.

Non più cristalli, o ravaglione soltanto, ma *morbillione* pur anco lo dissero i toscani, quasi esso fosse una specie di pustule morbillose più grosse del comune morbillo. In altri luoghi d'Italia dicevasi intanto *vajuolo salvatico*, *schiopetti*, *vajuolo volante*, *vajuolo porcino*, *vajuolo matto*, come si suole anche in oggi fra il popolo padovano.

(1) Low, Joan. Franc. Partus medicus, seu tractatus novissimus de variolis et morbillis. Norimbergae 1699. Cap. III, p. 25.

In Francia prese i nomi di *petite vérole volante*, *vérolette*, *vérrette*: in Germania principalmente quelli di *wasser-blattern*, o *spitzblattern*; di *esclapete* in Provenza; in Inghilterra poi di *waterpocken*, e di *chickepoux*.

Brendelio chiamò il ravaglione *variolae alituosae*, seu *aquosae*. Sauvages nella sua Nosologia lo distinse col nome di *variola lymphatica*, *variola volatica*; *variola lymphatica* pure lo nominò Sagar; Macbridio lo disse *variolae simplices cristallinae*; Vogel *varicella*, denominazione adottata dagli autori inglesi, e passata anche in molto uso fra di noi. Finalmente coi nomi di *variolae cristallinae*, *aquosae*, *fatuae*, *durae*, *ovales*, *acuminatae*, *emphisematicae* etc. etc. si volle dagli autori indicare il ravaglione, a norma che sembrò ad essi convenirgli meglio per la forma, o per l'indole delle sue pustule or l'una, or l'altra di tali denominazioni.

Ma questa abbondanza di nomi atta assai più, come è chiaro da se, a generar confusione, che ad illustrare la storia della malattia di cui trattasi, non contribuì pur troppo che a rendere vaga ed incerta sempre più l'idea che se ne andava formando la comune de'medici.

Pensò di provvedere a questo disordine l'illustre Heberden comunicando una breve sua memoria al Collegio Medico di Edimburgo nell'agosto 1767, diretta ad indicare li caratteri pe'quali il vajuolo spurio si distingue dal legittimo.

Questo scritto contiene per verità alcune notizie precise e ben fondate relativamente alla diagnosi del ravaglione, e meritò quindi che il celebre Cullen ne facesse onorata menzione tanto nella sua Nosologia, quanto nella sua Medicina pratica.

Egli è certo tuttavia che anche dopo il lavoro di Heberden rimase molto a desiderare su di un tale argomento, perchè ivi egli tocca quasi di passaggio e dubitativamente, come ci accadrà più sotto di dimostrare, quello, che sul ravaglione meritava maggiormente di fissare la sua e l'altrui attenzione.

Il D.r Muhrbeck svedese pubblicò in Gottinga nel 1794 la sua dissertazione inaugurale *de variolis spuriis*. Questa dissertazione offre varie quistioni relative all'origine ed alla causa del ravaglione, e contiene inoltre molte importanti ed accuratissime avvertenze pratiche sulla diagnosi di tale malattia.

Siccome io non considero oggi il ravaglione, come avvertii sin da principio, che sotto quell'aspetto pel quale esso serba più immediata relazione colla pratica medicina, così mi astengo dal prender qui in esame ciò che Murhbeck dice volendo provare, che il ravaglione nasce dal contagio medesimo che genera il vajuolo vero.

Una tale quistione mi trarrebbe necessariamente seco lui sul fallace cammino delle ipotesi, e fra i più arcani recessi della Patologia (1).

Andrò in vece nel progresso del mio discorso tenendo esatto conto di ciò, che nella citata dissertazione si raccoglie di utile pel medico pratico, a cui il mio lavoro è principalmente consacrato.

Fra gli scrittori del morbo di cui ragiono ricorderò per ultimo con sentimento di compiacenza un benemerito e rinomato nostro vaccinatore. il signor D.r Sacco di Milano, il quale nella sua splendida e classica opera intitolata *Trattato di Vaccinazione*, pubblicata nel 1809, alla pagina 158 discorre del *ravaglione*, o *varicella* con quella precisione e sicurezza, che appartengono soltanto a chi vide cogli occhi proprii ed osservò attentamente le malattie.

Desideroso questo autore di comprendere in pochi cenni tutto ciò, ch'egli aveva a dire sulle varie forme cui prendono talora le pustole del ravaglione, e persuaso d'istruire mercè la precisione sistematica più accuratamente i suoi lettori, divide questa malattia in tre specie, 1 cioè ravaglione *appianato*, 2 rav. *emisferico*, 3 rav. *appuntato*, o *conoidale*; insegna poscia a conoscere l'una dall'altra queste specie, e finalmen-

(1) Sono convinto che ignoriamo ancora troppe cose per poter tranquillamente ammettere, siccome pretendono Murhbeck e Reil (dissertatio inauguralis medica monstrans variolarum spuriarum ex verarum pure ortum, Halae 1792) che quando il virus vajuoloso non è maturo, od è comunque alterato e corrotto, in vece del vero produca il falso, ossia il ravaglione. « Quali sono le relazioni (diceva il celebre professore Testa, Discorso inaugurale alla Cattedra di Clinica Medica, Bologna 1804. p. 96. ec.) » fra il così detto vajuolo volante e spurio, *malattia così comune e così poco descritta, e trattata dai Clinici*, e il vajuolo dei capponi e degli altri animali, e le pustule vaccine, così dette vere e spurie, delle quali ultime ha il signor Hellwag stabilite ancora delle nuove specie? Quali affinità stabiliremo noi fra tutti questi miasmi apparentemente congeneri e il vajuolo, come suol dirsi, propriamente umano? »

Ho citato con sommo piacere codesto passo di quel profondo e dottissimo medico rapito immaturamente alla scienza ed all'Italia nostra con tanta amarezza d'entrambe, perchè egli invita quivi il severo pratico a rivolgere i proprj riflessi sul vajuolo volante, il ravaglione cioè, ed accenna inoltre rapidamente al teorico tutte le profonde indagini, di cui dee occuparsi prima di aspirare alla gloria di spargere qualche raggio di sicura luce sull'indole del contagio che n'è la vera sorgente.

te determina i caratteri particolari pe'quali esse distinguonsi dal vajuolo vero.

Siccome però il D.r Sacco tratta del ravaglione in un capitolo ove esamina complessivamente tutte l'espulsioni cutanee, che potrebbero per avventura esser confuse col vajuolo vero, e servir quindi di fallace argomento per accusar la vaccina d' inefficacia contro di esso, così per la soverchia copia delle cose a dirsi, egli non potè sull'esteso ed intralciato argomento del ravaglione esporre ivi tutto quello, che l'importanza dell'oggetto richiedeva, e che servir poteva di sicura guida a'medici nel giudicare e parlare di tale malattia.

Vi ho fin qui ricordato, illustri Colleghi, tutto ciò, che per quanto io sappia, venne scritto di meglio circa il morbo in quistione.

Concedetemi adesso che sottoponga a'vostri illuminati riflessi quel di più, che su codesto soggetto mi suggeriscono i fatti raccolti da alcuni severi osservatori, o da me stesso veduti.

È mio scopo principale di provare, mercè tale scorta, che il ravaglione non è malattia sempre lieve e passeggiera, come da molti erroneamente si crede, e che può talora di leggieri esser confuso col vajuolo vero.

Affinchè però si possa qui offerire a'medici pratici delle notizie positive e veramente utili sul ravaglione fa d'uopo obbliare quelle sottigliezze nosologiche, e quelle vaghe e spesso arbitrarie denominazioni, che tendendo a descrivere questo morbo, come si fece di tanti altri, dalle sue esterne e multiformi sembianze, mirano più al lusso della scienza medica, che al vantaggio reale dell'arte di conoscere e di curare le malattie.

Non era forse già troppo copioso di per se stesso il novero de'malori, cui l'uomo è soggetto, senza che i medici ne moltiplicassero di tanto l'ingratissimo catalogo col dare molti nomi diversi, come si fece del ravaglione, a identiche malattie, e tutto al più varie fra loro o pel grado, o per accidentali e inconcludenti differenze?

Cadrei facilmente nell'errore contro cui mi sono or ora fatto lecito di parlare, se per ottenere l'intento che mi sono prefisso imprendessi qui primieramente a descrivere in forma generale ed astratta i fenomeni proprii di ogni spezie di ravaglione e le apparenze tutte cui ponno assumere le sue pustule.

L'esatta analisi di alcuni casi di tale malattia da me, o da altri miei compagni osservati mi guidò nelle mie passate ricerche; seguirò anche adesso fedelmente le medesime tracce nel riferire a Voi le pratiche deduzioni che da que'fatti mi risultarono. Io sono d'avviso che ove trattisi di rettificare le idee già comunemente ammesse circa la forma in generale di una determinata malattia sia necessario, che la storia dei fatti particolari additi innanzi tutto, e direi quasi, prepari quanto vuolsi sulla malattia medesima stabilire di nuovo e dimostrare.

Premetterò intanto, onde progredire con ordine, che il ravaglione è benissimo spesse fiate un'affezione sì mite che merita appena il nome di malattia, e che non di rado io ebbi sott'occhio de'casi, a cui era esattamente applicabile ciò, che sta scritto nell'istesso Vocabolario della Crusca alla parola *Ravaglione* « sorta cioè di malattia detta comunemente » *vajuolo salvatico*, consistente in vescichette simili alle bolle del vajuolo, » ma piene di un siero trasparente, e che in tre giorni si seccano ».

Così all'incirca sotto il nome di varicella ci descrive il ravaglione Clarke nel suo *medicinae praxeos compendium*, ove ne dice: « Pustulae » post brevem febriculam erumpentes in pustulas variolae similes, sed » vix in suppurationem euntes; post paucos dies in squamulas nulla ci- » catrice plerumque relicta, desinentes ».

Se prendiamo a scorrere le Nosologie di Sauvages, di Vogel, di Sagar e di Cullen, saremo convinti che Clarke in ciò che ha detto della varicella, ha esattamente ripetuto quanto essi ci avevano lasciato scritto sotto i nomi di vajuolo linfatico, spurio, volatico, ed anco di varicella.

Si è questo quel vajuolo spurio di cui parlando Girtanner nel suo *Trattato delle malattie de'bambini*, dice: « Il vajuolo spurio suole da » principio manifestarsi al dorso. Le pustule sono presso a poco della » stessa grandezza di quella del vero; talvolta però alquanto più pic- » ciole. Non sono mai confluenti, nè in gran copia; il loro numero in » tutta la superficie del corpo non sorpassa mai le dugento ».

Egli è principalmente di questo medesimo vajuolo spurio che intese di trattare Heberden nella citata sua memoria, da cui sembra anzi che Girtanner senza nominarlo abbia appreso a determinare il numero delle pustule (1).

(1) Fa d'uopo qui riflettere ad onore del vero che Heberden non disse già positivamente, come fece Girtanner, che il vajuolo spurio *non cagioni mai più di dugento pustule*, ma bensì che il *maggior numero da lui vedutone era di 12 circa sulla faccia, e di dugento sul rimanente del corpo*.

Di questo mitissimo vajuolo spurio hanno finalmente fatto parola molti altri autori anche recenti, tra'quali il signor Gardien nella sua opera, pochissimi anni sono pubblicata in Francia, *Traité d'accouchemens, des maladies des femmes, de l'éducation médicinale des enfans et des maladies propre à cet age.*

Egli di fatto espone quivi un quadro comparativo delle differenze esistenti fra il vajuolo vero e lo spurio; quadro che non è applicabile se non ai casi in cui il vajuolo spurio contiensi ne' ristrettissimi limiti delle riferite descrizioni.

Ma se ciò sempre avvenga, lo dicano ora que' pratici, i quali ebbero ed hanno tuttavia occasione di osservare non rade volte il ravaglione o sporadico, od epidemico?

Prima però ch'io vi esponga, o Signori, ciò, ch'essi per la loro sicura e giornaliera sperienza possono rispondermi, ragion vuole che si consultino su questo proposito le opere di alcuni medici illustri del passato secolo, affinchè non nasca per avventura il sospetto, che si voglia adesso, o si debba per qualche nuovo titolo dare al ravaglione quell'importanza, che in addietro non si sospettò neppure che potesse meritare.

Cullen nel secondo tomo della medicina pratica alla pag. 102 dice: « Ella è cosa sommamente rara che il vajuolo spurio *sia accompagnato* » *da verun pericolo*; sembra nonostante che appunto questo stesso mor- » bo abbia indotto più volte a far credere che lo stesso individuo abbia » avuto due volte il vajuolo: e però, continua egli, è bene studiarlo in » tutti i suoi rapporti, onde poterlo accuratamente distinguere dal vajuo- » lo vero ».

Questo gran medico adunque non considerava il ravaglione sempre così mite come da alcuni altri era stato dipinto, e come Girtanner, Gardien ec. lo vollero far credere anche pochi anni sono: il ravaglione poteva anzi, secondo Cullen, recare, benchè raramente assai, qualche pericolo ed era capace di simulare il vajuolo vero, ch' è quanto dire, di rivestire sembianze molto più gravi ed importanti di quelle, che comunemente si credevano e si credono dai più a lui proprie.

Ludwig nelle sue istituzioni cliniche dice, che le pustule del vajuolo spurio *raro copiosae sunt*, lo che significa, ch'egli pure le aveva vedute in alcuni casi abbondanti più del consueto.

Sagar nel suo *systema morborum symptomaticum* parlando del *vajuo-*

lo linfatico, che nel suo linguaggio corrisponde, come si disse a principio, al nostro ravaglione, racconta, che mentre alcuni suoi figli ne furono presi e in cinque giorni al più se ne liberarono, un fanciullo d'altra famiglia, che due anni prima aveva superato il vajuolo vero » noctu cu» bans, egli dice, cum meis prolibus laborantibus ex nunc descriptis » variolis, contraxerat easdem lymphaticas, ex quibus ægrius habuit, quam » meæ proles «.

In quest'ultimo fanciullo adunque il vajuolo linfatico di Sagar, ossia il nostro ravaglione, non fu tanto mite. Sembra anzi che l'autore notasse a bella posta che quel ragazzo aveva due anni innanzi avuto il vajuolo vero, onde far sentire che senza questa circostanza, attesa la forza di quel vajuolo spurio, si avrebbe forse potuto confonderlo col vero.

Non mi sarebbe difficile di andar raccogliendo ancora alcune altre testimonianze analoghe alle precedenti; ma sembrami inutile il farlo dopo avervi recata innanzi l'autorità di Cullen, di Ludwig e di Sagar.

Nè vi aspettaste poi, dotti Accademici, che io approfittar mi potessi a questo uopo delle opere insigni di Diemerbroechio, di Sydenham, di Morton. Ciò, che noi conosciamo sotto il nome di vajuolo spurio venne da loro risguardato per un vajuolo vero mitissimo ed anomalo. Intenti que' grand'uomini ad illustrare, e quasi dissi, a creare la dottrina del vero vajuolo, ed a descriverne le specie più gravi, non fecero che qualche confuso e lontano cenno del vajuolo spurio.

Che se Diemerbroechio, Sydenham, Morton o qualche altro celebre autore prima, o dopo di loro avesse fissati de'canoni pratici, positivi ed abbastanza estesi e veritieri circa il ravaglione, vana opera per lo meno sarebbe che io ne facessi oggi particolare soggetto di questo mio ragionamento.

La storia del ravaglione, giova ripeterlo, rimase sin qui imperfetta, perchè quando esso mostravasi mitissimo non se ne faceva alcun conto nè dai malati, nè dai medici, e quando era accompagnato da gravi e non ordinarj sintomi, presto si giudicava senz'altra disamina esser un vajuolo vero bensì benigno, ma irregolare e dal più comune diverso; errore che fra non pochi medici regna pur tuttavia.

Servirà a confermarci in questa opinione la serie di que'casi, che o comunicati mi vennero gentilmente da alcuni espertissimi medici di questo medesimo paese, o che io stesso seco loro osservai, de'quali farò qui, come vi promisi, o Signori, in prova del mio assunto, una fedele esposizione.

La sera del 30 giugno 1810, il fanciullo Lodovico Casoretti del signor Gio. Battista, abitante in Padova, incominciò a mostrarsi languido e svogliato: passò la notte inquieta, ed alla mattina successiva 1 luglio la madre amorosa trovò che il suo Lodovico aveva sulla spalla destra una nascente pustuletta, la quale aumentando rapidamente prese l'aspetto di vajuolosa: a questa prima pustula nel breve spazio di due giorni tenne dietro una generale copiosa eruzione di simili pustule.

Il signor D.r Bernardi visitò il picciolo infermo, e trasmise nel dì 3 luglio alla Deputazione comunale di Sanità la riferta del caso, dichiarando, che quell'esantema era d'*indole pretta vajuolosa*; vi aggiunse pure che quel fanciullo era stato anni prima vaccinato in Venezia, ma senza dire con qual esito.

Il chiarissimo nostro socio signor D.r Zecchinelli, medico consulente della Deputazione comunale di Sanità, ed il signor Salmaso pubblico vaccinatore furono quindi per dovere d'uffizio tosto incaricati di fare esatta cognizione del caso.

Nel dì 4 luglio veggono essi dunque il giovinetto Casoretti; rilevano dalla madre, donna intelligente ed attenta, che l'innesto della vaccina fatto molto tempo prima in Venezia al suo figliuolo era stato felice, e che due delle sue pustule avevano in aggiunta somministrato materia per altre vaccinazioni riuscite a bene.

Que' due esperti pratici esaminano di poi diligentemente le pustule, e sebbene queste presentino a primo aspetto anche ad essi l'abito di pustule vajuolose, le trovano però, meglio osservandole, già pervenute ad un tale stato di maturità, benchè l'eruzione contasse allora solo quattro giorni, e taluna di esse persino mostrasi loro sì vicina a disseccarsi, che tanto il signor D.r Zecchinelli, quanto il Chirurgo suo compagno incominciano già a credere ch'esser non possano pustule di vajuolo vero.

Dichiarano quindi nella loro relazione, estesa sull'istante, che l'*andamento di quell'esantema loro sembrava in quel punto quello del vajuolo spurio, o varicella, qualunque fosse d'altronde l'aspetto delle pustule.* Si riserbarono essi tuttavia prudentemente a fare nuove indagini onde ripetere un nuovo ed anche più fondato giudizio sul caso indicato.

Il Zecchinelli ed il Salmaso ne' due giorni successivi ebbero però a confermarsi vie più nel loro primiero giudizio, giacchè col progredire del tempo era sempre più manifesta la sollecita disseccazione delle pustule nate a principio, e la nuova insorgenza di altre simili bolle che andavano a mano a mano rapidamente maturandosi. Ma poichè si prolungava così il corso dell'eruzione intera non sapeva il curante signor D.r Bernardi cangiare d'avviso, e credeva che il male fosse *vero vajuolo*, mentre gli altri due insistevano con nuovi scritti a dichiarare positivamente, ch'era in vece ravaglione (1).

La dotta quistione, la quale, verificata che fu la sicurezza e regolarità della preceduta vaccinazione in quel fanciullo, veniva ad interessare direttamente la pubblica salute, fu portata come ad appello alla Commissione di Sanità dipartimentale.

I Professori di essa, fra' quali siede meritamente in primo luogo il nostro Socio signor D.r Penada, dopo attentissime perquisizioni sul malato, convennero pienamente nell'opinione del D.r Zecchinelli, e stabilirono che il Casoretti aveva il vajuolo spurio.

Finalmente, affinchè nulla più mancasse alla formalità ed all'autorità dei giudizj pronunciati su questo caso clamoroso, il signor Prefetto volle, che lo stesso professore di Clinica medica dell'Università, l'illustre signor Valeriano Luigi Brera, esponesse in iscritto il proprio parere, col quale Egli, dopo aver veduto l'infermo nel settimo giorno di male, *escluse in lui financo il sospetto di vajuolo vero*, nel momento appunto che, se questo male avesse realmente avuto luogo, doveva esserne più certa e più palese l'esistenza.

Un caso molto analogo al precedente mi era avvenuto qualche anno prima in Elisabetta Panciera, cui dominando allora un'epidemia di vajuolo vero, fui chiamato a vedere in quarta giornata di febbre ed in terza dall'apparizione di copiose pustule rassomiglianti alle vajuolose e credute di già vero vajuolo da due medici, che omai volevano avere in quella fanciulla un testimonio irrefragabile contro l' efficacia della vaccina, poichè era stata dessa due anni innanzi felicemente vaccinata.

Riconobbi però ed osai pronunciare che la giovinetta Panciera aveva

(1) In fine morbi cum quae primae prodierunt varicellae jam exiccantur, *nova* interdum prodeunt tubercula, decursus rursum facientes, peractoque hoc, recentiora iterum erumpunt, ita ut morbus ad aliquot hebdomadas, vel nulla febre, vel febricula stipatus lenta producatur, et quaelibet varicella proprium, quasi perficiat decursum. Murhbeck l. c. p. 15.

il ravaglione copioso bensì e non tanto mite quanto comunemente si osserva, ma avente nulladimeno i principali e più manifesti caratteri, che lo distinguono essenzialmente dal vero, come vedremo in appresso. Mi parve quindi di poter promettere che in pochi dì l'ammalata, sebbene fosse attualmente in molte parti ricoperta di pustule più e meno grosse e mature, si sarebbe presto liberata da ogni incomodo, e che sarebbe nata in breve l'esiccazione totale delle pustule medesime senza previa suppurazione, come suol appunto succedere nel ravaglione.

Così avvenne in effetto prima dell'ottava giornata di male. Avveratosi in tal guisa pienamente il fatto pronostico non so se si convertissero i detrattori della vaccina, ma so bene che tosto almeno si tacquero.

Il signor D.r Lorenzo Marchetti nella state scorsa mi scrisse il seguente biglietto. « Portatevi, vi prego, presso il signor Giuseppe Olivieri » che abita a santa Lucia, onde esaminare Luigia sua figlia d'anni 13, » affetta da vajuolo benigno naturale, che percorre la sesta giornata di » eruzione, e pronunciatemi la vostra opinione sulla qualità del vajuolo » cui vedrete, essendo questa fanciulla stata inoculata colla vaccina un- » dici anni fa «.

Si noti che non era raro allora per la nostra città il vajuolo vero qua recato nell'anno precedente da alcuni militari francesi, e qui riprodottosi in alcune famiglie a punizione, potrei dire, di parecchi inerti ed ostinati genitori.

Impaziente io dunque di verificare il fatto mi recai subito ove l'amico medico m'invitava, ed ebbi la fortuna d'incontrare lungo la via il bravo signor D.r Calvi, a cui raccontai la cosa, eccitandolo ad essermi compagno nel prudente esame cui faceva d'uopo istituire.

Entrati noi appena nella camera della malata e vedutala coperta il viso, il petto, le braccia e le mani di folte pustule simili a quelle del vajuolo, credemmo a prima giunta di avere sott'occhio un vajuolo vero e confluente.

Le donne astanti tenevano la cosa per infallibile, giacchè l'eruzione era stata preceduta, come tosto e più volte ci dissero, da vomiti e dalla febbre, e questa eruzione riscontravasi inoltre copiosa in ogni parte del corpo e persino sotto la pianta de'piedi.

Esaminate però bene quelle numerosissime pustule io mi avvidi che non erano depresse nel centro come le vajuolose; e che molte avevano alla sommità loro una vescichetta pregna di una linfa pellucida, ed altre erano piene di una materia densa e giallastra; che tante altre erano giunte ad una maturità cui giammai non arrivano in sei giorni le vere vajuolose; che molte sembravano vicine ad esiccarsi quasi fossero abortite senza preventiva suppurazione; che molte altre parevano spuntare allora per subentrare a quelle che andavano sparendo; e che in fine non si sentiva punto quell'odore particolare cui spandono i vajuolosi. Vi riscontrai in una parola l'aspetto di un ravaglione, in questo solo differente dal più comune e noto, ch' era in esso copiosissima ed universale l'eruzione, ed alquanto grave, rispetto al più ordinario corso di tal morbo, la serie degli accidenti che lo avevano preceduto e che lo accompagnavano allora.

Non doveva riuscirmi difficile lo scoprire prontamente e calcolare questi decisivi caratteri del ravaglione, perchè poche settimane prima aveva avuto nelle famiglie de'domestici di un rispettabilissimo signore di questa città tre esempj di un simile ravaglione che sino alla quinta giornata mi aveva tenuto indeciso per le medesime ragioni se fosse o non fosse vajuolo vero, e che col progresso riconobbi poi ad evidenza essere lo spurio.

Ma volendo, tanto il signor D.r Calvi quanto io, prima di pronunciare aperto giudizio che la cosa fosse ridotta da se stessa indubitata e certissima a segno di poter convincer chiunque, si stabilì fra di noi due di vedere giornalmente, ed in ore diverse, la picciola inferma onde riconoscere senza equivoco il progresso del male.

Nel dì appresso, nel settimo cioè dell'incominciata eruzione, trovammo sempre più palese quella disuguaglianza nello stato e nell'aspetto delle pustule che si era osservata nel dì innanzi, e che forma uno dei distintivi caratteri del ravaglione; trovammo quella mitezza di febbre e di sintomi generali rispetto alla copia ed all'epoca dell'esantema che mai non havvi nel vero vajuolo confluente, quale avrebbe dovuto esser questo, supposto che fosse stato vajuolo vero.

Riconobbi così di non aver punto errato quando sino dalla prima visita manifestai l'opinione che quello fosse il ravaglione e non già il sospettato vajuolo vero, ed ebbi la compiacenza che anche il signor D.r Calvi fosse allora affatto del mio parere.

Quando poi circa la nona giornata di malattia, ottava dalla prima comparsa di alcune pustule, e quinta o sesta dalla manifestazione del generale esantema, la nostra giovinetta potè sortire di letto senza febbre, coperta solo di una sottil crosta nerastra qua e là più o meno ferma, a norma che le pustule precedute si erano prima o dopo esiccate (1), lo stesso medico curante cangiò d'avviso, e non credette più all'esistenza del vajuolo vero, ma bensì a quella del ravaglione. Così credettero alla fine, udite prodigio, anche le donne di casa, le quali in onta alla loro ferma prevenzione, dovettero in fine confessarmi, ch'esser non poteva quel male vajuolo vero, mentre esse medesime comprendevano bene, che per quanto quella eruzione si fosse ad esso rassomigliata nel suo nascere, aveva poi finito in un modo ben diverso da quello con cui suol terminare il vajuolo legittimo.

Il signor D.r Benvenisti ebbe un caso simile in Domenico figlio di Stefano Mattolini, fanciullo d'anni cinque, vaccinato con incerto esito nel primo anno di età.

Sorpreso codesto giovanetto nello scorso anno da improvvisa epilessia, seguita da febbre di tre giorni, incominciò a mostrare sulla faccia, e poscia altrove, una confluentissima eruzione di papule, che per l'aspetto loro e singolarmente per la serie e l'indole de' preceduti e descritti accidenti, creder si dovevano rudimenti di altrettante pustule vajuolose.

Così peraltro non era, giacchè dopo cinque o sei giorni cessò la febbre, nè più comparve, e le pustule quanto più rapidamente crescevano di volume presto altrettanto si rompevano senza spandere materia marciosa, e senz'altro esiccavansi. Non erano ancora scorsi dodici giorni, contando dalla prima febbre, che il giovinetto Mattolin era già risanato, ed in breve gli caddero altresì le croste, nè rimase sulla sua pelle alcuna traccia del superato malore. Avvertirò a questo proposito che la stessa fanciulla Olivieri, di cui vi narrai prima la storia, non conserva nè sulla faccia, nè altrove i segni della superata malattia, lo che giammai accade nel vajuolo vero per poco che sia desso copioso, ed avvenga singolarmente in soggetti di già adulti.

Tutti i qui riferiti casi erano esempj di quel ravaglione che in Germania chiamasi schweinspocken, *vajuolo porcino* cioè, e che il celebre

(1) Murhbeck l. c. p. 37. Quinto aut ad summum sexto ab eruptione die, crustam jam jam varicellae exhibent; variolis autem veris decimo aut undecimo die hoc contingit.

Vogel circa la metà del passato secolo nominò *vajuolo spurio duro ovale.*

Codesta specie di vajuolo spurio, dice il citato autore nella sua opera *de cognoscendis et curandis praecipuis corporis humani affectibus*, T. 1, p. 94. « Post febrem aliquot plerumque dierum tubercula format » obscurius rubentia, dura ad ovalem figuram accedentia, halone rubro » cincta, verisque variolis paulo majora; quae post duos vel tres dies » nonnihil ulcerantur, et paulatim cum nigrore exarescunt, denique pal- » lescunt et subsident; aliis interdum novis interea exclusis, ut octiduo » plerumque finitus morbus, nunc ad aliquot hebdomodas producatur » vel sine febre vel cum febricula lenta. »

Anche Heberden nella lodata sua memoria, letta in Edimburgo nel 1776, discorre di una specie di vajuolo spurio più grave di quello comunemente noto, cui non osava quasi di riguardar come tale, probabilmente perchè non sapeva, che fosse stato osservato e descritto da altri. « Questa malattia, egli dice, è preceduta per tre o quattro giorni da tutti i » sintomi che precedono il vajuolo spurio, ma in un grado più forte; » nel quarto o quinto giorno l'eruzione comparisce con assai poca dimi- » nuzione della febbre; le pustule sono più rosse e più numerose che » nel vajuolo spurio, di cui però serbano i caratteri particolari e l'an- » damento ».

Coll'appoggio di così riputati autori del secolo passato, e di fatti notorj accaduti sotto i nostri occhi, non posso certamente dubitare che dimostrata non sia l'esistenza di una specie di ravaglione assai più grave ne'suoi sintomi di quella che più universalmente si conosce dai medici, e più di frequente regna nel popolo.

Fa d'uopo dunque ammettere due diverse specie di tale esantema, il ravaglione *mite* cioè, ed il *grave.*

Il *mite* per lo scarso numero delle sue pustule, per la niuna, o poca importanza de'suoi accidenti, e per la celerità del suo corso merita appena di essere risguardato quale vera malattia. Ce ne possiamo convincere richiamando al pensiero, ciò che ne abbiamo detto descrivendolo brevemente, ma esattamente però colle parole istesse di Clarke e di Girtanner.

Il *grave*, attesa la forza de'suoi sintomi precursori e compagni, attesa la copia dell'eruzione e la durata del suo corso, può in vece assumere, per qualche tempo almeno, un minacciante aspetto, sebbene non consti, che neppur esso sia mai giunto ad uccidere.

Ella è questa quella specie di ravaglione, che viene preceduta da febbre più o meno intensa, accompagnata da nausea, da vomiti, da lassezza di membra, da tosse, da veglia e talora persino da qualche moto convulsivo.

L'esantema comparisce per lo più nel corso del secondo giorno, ed in qualche caso anche sul finire del terzo, ed allora mitiga alquanto la febbre e con essa rallentano pure gl'indicati sintomi.

I primi rudimenti delle pustole, cioè alcuni punti rilevati rossi, o pallidi soglionsi generalmente presentare al dorso: rapidamente poi diffondonsi per tutto il tronco e per gli arti convertendosi in vere pustule. Sulla faccia queste pustule sogliono essere più tarde a comparire e meno numerose che altrove.

Nello spazio di un solo giorno, e rade volte di un giorno e mezzo, o poco più tutto il corpo si ricuopre per tal guisa di pustule.

Queste si fanno ben tosto varie fra loro di figura, di grandezza, di colorito, essendo ove più ove meno copiose, e mostrando sino da bel principio di non dover progredire con un andamento regolare e comune a tutte.

Ve n'ha in effetto di rotonde e quasi diafane; altre sono piane ed opache: altre hanno alla loro superficie una vescichetta pregna di un umore pellucido; niuna è depressa nel centro; molte presentano un contorno rosso, ed alcune altre ne mancano.

Intanto la febbre, benchè più mite di prima sussiste, nè cessano del tutto la veglia, il dolor di capo e la sete.

Scorsi appena quattro giorni dalla prima comparsa dell'esantema, e spesso anche prima, si scorgono di già nelle pustule i segni manifesti di una vicina maturazione, ed entrano in questo stato senza punto serbare l'ordine con cui comparirono, talchè le ultime venute talora sono le prime a maturarsi.

Ma la materia contenuta in quelle pustule non si cangia già in pus. Essa subisce altrimenti diverse mutazioni a norma del vario esito cui vanno incontro le pustule nelle quali è racchiusa.

Qui adunque alcune pustule si rompono assai presto, e n'esce una materia pellucida; e ciò accade principalmente di quelle, che avevano alla loro sommità l'accennata vescichetta.

Là alcune altre pustule s' impiccioliscono in vece di crescere, ed essiccansi senza punto aver gettata materia.

Altre avanzando compariscono rotonde ed ovali; e di queste alcune sono diafane, ed alcune piene di umore denso e giallastro o rossigno avendo un contorno rosso alla loro base.

Queste ultime sono quelle pustule del ravaglione che resistono più delle altre, giacchè durano sette e più giorni, dopo il qual termine romponsi. Neppure da queste però esce materia che mostri i caratteri del pus vajuoloso.

Queste medesime pustule allora si convertono in altrettante croste sottili, nerastre che presto poi cadono lasciando la pelle macchiata di un rosso oscuro, ma immune da cicatrici.

Le pustule che non ebbero la durata di queste lasciano dopo di se una sottilissima e picciola crosta di vario colore, la quale in breve si squama e sparisce.

Mentre avviene tutto questo, nuove pustule vanno pullulando negl' interstizii delle altre, e queste ultime pure subiscono le vicende che incontrarono le prime.

Così il male, comecchè non si aggravi, si prolunga però, ed i malati col progredire de' giorni possono ricuoprirsi in ogni parte di pustule del ravaglione.

Nata poi appena l'universale essiccazione dell'esantema, il che suol'accadere in nove o dieci giorni, l'ammalato sorge dal letto, nè ha quasi bisogno di convalescenza per rimettersi totalmente.

Se il ravaglione mite adunque non è mai confondibile, tanto è lieve, col vajuolo vero anche il più discreto e benigno; il ravaglione grave per lo contrario, a cagione degli or ora accennati fenomeni, può illudere i meno esperti od attenti facendosi ad essi credere un vajuolo vero alquanto irregolare nel suo corso, ma abbondantissimo.

Di qui nasceva ne' tempi andati che si asserisce erroneamente (escluso forse solo qualche rarissimo caso) essere ritornato per due volte e più il vajuolo vero ad un medesimo individuo (1); di qui nasce adesso che

(1) Haec varicella facillime illudere medicis sub specie variolosa potest, nisi ad decursum accuratissime attendant; unde deiu bis vel ter laborare homines variolis existimantur. Vogel definitiones generum morborum, Gottingae 1764, p. 5.

taluno accusi, o per dir meglio calunnii la vaccina di non aver preservato qualche soggetto dal vajuolo umano.

Cesseranno adunque le pericolose incertezze sulla diagnosi del ravaglione, se s' imparerà a ravvisarne l'esistenza qualunque sieno le sembianze ond' esso si rivesta, e se non si abbaderà più di quello, che l'utilità pratica ricerca a determinare la forma appianata, emisferica, ovale, conoidale ec. ec. delle sue pustole, ma si attenderà piuttosto al complesso de' sintomi ed all' intero andamento del male.

L'esperienza ha fatto conoscere, che singolarmente nel ravaglione grave le copiosissime pustule sono per lo più proteiformi e svariate, talchè le diresti ora *emisferiche*, ora *ovali*, ora *acuminate* ec. perchè appunto fra le molte ve n'ha di tutte le sorta, o cangian esse d' aspetto nelle varie fasi del male (1).

Dopo tutto ciò, che ho fin qui esposto sulla base della più accurata osservazione e dell'autorità di classici scrittori, oso sperare di avere in questo mio ragionamento presentata una sufficiente suppellettile di notizie e di fatti per giugnere alla conoscenza sicura di ogni specie di ravaglione, e per convincere il pratico che osservando attentamente il corso di tale malattia egli riuscirà a saperla sempre distinguere dal vero vajuolo. Confido altresì che chiunque vorrà istituire un' esatta analisi fra la storia di questo morbo, cui abbiamo delineata, e praticamente pure espressa raccontando alcuni casi particolari, con quella tanto nota del vajuolo vero discreto, o confluente, o comunque, vedrà sorgere da se stessa la verità, e rischiarato da essa saprà risolvere que' problemi che la clinica può così spesso offrirgli nelle circostanze di un ravaglione grave.

Io mi era prefisso oggi unicamente di richiamare l'attenzione de'medici pratici su di una malattia non ancora con sufficiente accuratezza osservata (2), la quale simulando il vajuolo vero e non rispettando i vaccinati

(1) Cum autem secundum Heberdenii experientiam in stadia varicellarum varia si respicis, nonnulla genera, e. g. tria illa Vogelli, in uno aegroto simul saepius adesse pateat. Murhbeck l. c. p. 7.

(2) Cullen, Medicina pratica. T. 2, p. 102. Testa, Discorso inaugurale alla Cattedra di Clinica medica. Bologna 1804, p. 96.

Quando il dottissimo Borsieri nelle sue Istituzioni di Medicina pratica (T. 2. p. I. Cap. IX. p. 401) mostrò di dubitare che non fosse ravaglione quello, che Vogel aveva chiamato *duro ovale*, e che noi abbiamo descritto colle parole istesse di questo illustre medico, diede a conoscere ch'egli medesimo non aveva avuto campo di osservare esattamente la malattia di cui parliamo.

cagiona spesso, come udiste, o Signori, motivo d'inquietudine, se non di sventure, nelle famiglie, e genera quistioni, e dubbj fra quegli uomini stessi dell'arte che dovrebbero allora istruirle e rassicurarle.

Crederò di avere raggiunta la meta propostami, se potrò dire a me stesso, che la tenue mia fatica ottenne il generoso vostro favore.

Chiunque poi avrà posto attenzione a quanto il celebre Pietro Frank dice del ravaglione sotto il nome di *pemfigo variolode* (Epitome de curandis hominum morbis, Ticinii Regii 1792. V. 3, p. 257 e 262.) comprenderà di leggieri ch'egli non ha creduto necessario nell'epoca in cui scrisse di trattenersi a discorrere del ravaglione così estesamente quanto è d'uopo di farlo adesso per i motivi esposti nella presente memoria.

SUL NICHEL (1)

MEMORIA

DI GIROLAMO MELANDRI

PROFESSORE DI CHIMICA NELL'UNIVERSITÀ DI PADOVA.

§ I.

1 Il nichel, metallo che fu in altri tempi un suggetto di dispute tra chimici rispettabilissimi (2), esercitò pur anche ai tempi nostri la sagacità dei più valenti chimici sperimentatori, talmente che la storia chimica di un tal metallo è divenuta più ricca di fatti, di quello che lo sia la storia di qualche altro metallo di più remota scoperta. Una proprietà fisica, che si credea propria ed esclusiva del ferro, voglio dire il magnetismo, fu secondo me la principale cagione, che molti chimici moltiplicassero sul nichel le più accurate sperienze ed osservazioni, per iscoprire se puro e semplice riguardar si doveva un tal metallo dotato di magnetismo. Il sommo *Bergman*, malgrado le numerose sperienze da essolui fatte sopra il nichel comprovanti l'esistenza propria di cotal metallo contro le opinioni insorte a' suoi tempi, malgrado il fino discernimento da essolui usato mai sempre nel dedurre dai fatti le vere ed immediate conseguenze, non potè in questa circostanza sottrarsi dall'influenza del comune pregiudizio, e restò nel dubbio che rimanesse associata al ni-

(1) Questa Memoria fu letta all'Accademia di Padova il giorno 10 febbraio 1814.

(2) *Sage* considerò la miniera di nichel come cobalto misto di ferro, arsenico, rame ed oro, e *Monnet* considerò pure il nichel, come un cobalto impuro. *Bergman* provò ch'era un metallo *sui generis*, come Cronstedt aveva annunziato, ma pensò che contener potesse un poco di ferro inseparabile. V.

Sage, Mémoires de Chimie. Paris 1773 pag. 116.

Monnet, Dissolution de metaux. Amsterdam 1775, p. 273.

Bergman, De niccolo, Opusc. Ups. 1780 p. 231, vol. 2.

chel una porzione inseparabile di ferro, dalla quale traesse la proprietà magnetica (1).

2. Non avvi ora più luogo a verun dubbio intorno a questa proprietà posseduta dal nichel; imperocchè le sperienze di *Thenard* (2), quelle di *Proust* (3) e di *Richter* (4) e le ultime che dobbiamo a *Tupputi* (5), hanno fatto svanire ogni obbiezione che fare vi si poteva, se pure lasciava luogo ad obbiezione il lavoro accurato e fedelmente descritto dell'immortale *Bergman*. Di fatti se per anche dubitar si volesse del magnetismo del nichel puro, non altra ragione si avrebbe di farlo, se non pensando che la porzione di ferro in esso nichel esistente non solo fosse inseparabile, ma ben anche indiscernibile con qualunque mezzo chimico noto. Per lo che lecito poi sarebbe di dubitare ugualmente d'ogni altra proprietà fisica o chimica, che per avventura le diverse sostanze, ammesse siccome esistenti da se ed in istato d'assoluta purezza, hanno in comune, come sarebbe colore, sapore, odore, combustibilità ec., alla qual maniera di pensare diede assoluto bando la buona filosofia introdotta nelle scienze sperimentali.

3. Ma il magnetismo è una proprietà sola verificata bene nel nichel: molte altre proprietà fisiche e soprattutto chimiche possiede questo metallo, intorno alle quali non si è ancora sperimentato abbastanza e che tuttavia meritano di essere ugualmente verificate. È qualche tempo che mi vado occupando in esperienze sul regolo di nichel germanico ch'ebbi in dono dal celebre professore Carburi mio illustre predecessore. Potei verificare le osservazioni degli altri più esatti sperimentatori, e scuoprire eziandio nel nichel nuove proprietà incognite, che spargono molto lume sulla natura di cotesto metallo, che insegnano la strada migliore da seguire per averlo puro, per riconoscerlo tale, per separarlo con facilità dall'eterogenee sostanze senza incontrare dispersioni, in una parola per analizzare bene li minerali di nichel. Il mio lavoro, ultimato

(1) En igitur ferrum solum restans et ejus quantitatem ultra certos limites diminuere non potuimus. Ejusdem praesentiam magnas facillime prodit, et non tantum reguli diversimode torti eidem lubenter adhaerent, sed non nulli etiam ipsi magneticam adquirunt facultatem quod observatu est dignissimum. Caeterum tenacitas et fusionis difficultas quae eo magis crescunt quo torquetur niccolum diutius, abunde testantur de separando ferro vix ullam superesse spem. Bergman, De niccolo, op. cit. pag. 257.

(2) Annales de Ch. T. 50.

(3) Journal de phisique, T. 63.

(4) Annal. de Ch. T. 53.

(5) Annales de Chimie, T. 78, pag. 133, et 79, pag. 153.

che sia, mi darà materia per alcune memorie, e frattanto con questa, che ho l'onore di leggere a questo rispettabile Corpo Accademico, per soddisfare al dovere di socio, renderò conto di una parte delle mie ricerche concernenti la depurazione del nichel, la di lui ossidazione minore, e le combinazioni dell'ossido minore di nichel cogli acidi e coll'ammoniaca.

§ II

Depurazione del nichel.

4. Dalla lettura delle memorie di *Bergman*, del sig. *Proust*, di *Richter*, e dei signori *Thenard* e *Tupputi*, e dalle molte esperienze che mi era occorso di fare nel periodo di varj anni, avevo già potuto sufficientemente apprendere di quali proprietà principali e caratteristiche sia fornito il nichel, e qual valore giustamente dare si debba ai metodi di depurazione, di cui si valsero i lodati chimici, per ottenerlo in istato di purezza. Quando poi volli far prova dei diversi processi conosciuti e descritti dai medesimi, mi fu forza il persuadermi, che il bello ed il buono trascegliendo da tutti, restava però da aggiungere qualche cosa ad ognuno onde semplificare ed abbreviare il processo, o per renderlo più facile, sicuro ed economico. Abbenchè, a vero dire, non potessi lusingarmi di ottenere il nichel puro con metodo economico senza far uso di una serie di lunghe operazioni, attesa la natura dei metalli esistenti nel nichel germanico, che tutti possedono in analoghe combinazioni, vicinissimi rapporti di coesione. Mi appigliai pertanto ad un metodo che ha per base quello del signor Proust (1), ed alcune modificazioni che ho trovate attissime a renderlo breve, non che ad assicurarmi della purezza del prodotto.

5. In vece di sottoporre a replicate torrefazioni il nichel arsenicale, più speditamente procedo all'ossidazione di questo metallo impuro col mezzo del nitraso di potassa, sia che debba trattare un minerale di nichel, sia che il metallo da trattare si trovi in istato di lega più o meno complicata, come sarebbe il regolo di nichel germanico, o lo *speis*. Polverizzato il nichel impuro lo unisco con due parti di nitro secco, e fac-

(1) Luogo citato.

cio projezione della mescolanza in crogiuolo di ferro rovente: finita la deflagrazione do un colpo di fuoco. Succede sviluppo di vapori bianchi arsenicali, e la materia soffre una fusione pastosa (1). Levato il crogiuolo dal fuoco la materia si mostra colorita di bruno, di verde e d'azzurro, indizj di ferro di nichel e di cobalto: la tolgo dal crogiuolo, la polverizzo e la liscivio col metodo delle lavazioni, lasciando poi che coll'aiuto del tempo la polvere di ossidi misti si deponga, onde separarne il liscivio per decantazione. Il sedimento lo lavo ancora e lo raccolgo sopra d'un filtro. Esso si presenta di color bruno.

6. La ragione delle accennate due operazioni è chiara per se: col mezzo della deflagrazione col nitro si ossidano tutti li metalli della lega di nichel e si separa parte d'arsenico; e colla lisciviazione si porta via quasi tutto il resto dell'arsenico sotto forma d'argento e d'arseniato di potassa ed anche una parte di cobalto. Di fatti il liscivio alcalino depose col tempo una polvere rossa cristallina d'arseniato di cobalto, e l'acido nitrico precipita da questo liscivio una polvere bianca d'ossido d'arsenico, e dà una soluzione acidula rosea.

7. Il sopradetto sedimento bruno d'ossidi misti di nichel, cobalto, ferro, rame, bismuto ed acido arsenico, già lavato quanto basta, lo pongo in capsula di porcellana, vi unisco dell'acqua e dell'acido solforico concentrato, oppure l'acido solforico residuo della distillazione dell'etere, come praticò anche il signor Proust, e ne faccio digestione alla temperatura prossima dell'ebullizione. Decanto poscia l'acida soluzione in altro vase, e sostituisco ad essa nuovo acido solforico, replicandone la digestione conformemente alla prima, ciò che ripeto tante volte quante sono necessarie per ispogliare il sedimento di tutto l'ossido di nichel. Giunto questo termine l'acido non si colorisce ulteriormente in verde, ed allora riunisco le soluzioni solforiche, le filtro, ed aggiungo alle medesime una soluzione saturata bollente di solfato di potassa, residuo della distillazione dell'acido nitrico, svaporando la risultante soluzione fino a pellicola. Col mezzo del raffreddamento si cristallizza il solfato di potassa e di nichel in prismi romboidali, che si sarebbe cristallizzato anche senza la concentrazione, sebbene in minor quantità. Se l'acqua madre di questa cristallizzazione mescolata che sia a porzione di soluzione bol-

(1) Il fornello a vento basta per questa operazione.

lente e saturata di solfato di potassa dà senza concentrazione dei nuovi cristalli di solfato trisulo, prima di sottoporla ad ulteriore svaporazione la unisco con quantità bastante della soluzione medesima, e poscia concentro a pellicola. Sull'acqua madre della seconda cristallizzazione pratico le stesse avvertenze che su quella della prima, aggiungendo se occorre solfato di potassa, ed evaporando di nuovo: e ciò fino al punto che l'acqua madre non resti più verde, ma bensì giallastra.

8. Colle operazioni menzionate nel numero precedente si disciolgono diversi ossidi costituenti il miscuglio bruno, quali sono gli ossidi di nichel, ferro, rame, cobalto e forse acido arsenico, e si ottiene una soluzione molto acidula, nella quale i diversi solfati, ed i pochi arseniati sono molto bene solubili nell'acqua. L'aggiunta del solfato di potassa ne compone alcuni allo stato trisulo, quali sono quelli di nichel e di cobalto, e forse qualche poco anche quello di rame; i quali solfati trisuli godendo di assai minore solubilità nell'acqua, si separano facilmente sotto forma di cristalli. Ma tra tutti questi solfati trisuli, quello ch'è meno solubile nell'acqua è il solfato di nichel e potassa, e quindi nelle acque madri vi resteranno in quantità gli altri solfati, non già quello di nichel. Ottenendosi la soluzione solforica molto acidula, si potrebbe in vece di solfato di potassa far uso del carbonato ossia potassa ordinaria del commercio, come praticò il signor Proust. Ma ciò non ostante io prescelgo sempre l'aggiunta del solfato anzi che della potassa, perchè amo meglio che l'acqua madre rimanga acidula molto, ciò che mi garantisce di più la purezza del solfato trisulo. Altronde pochi sono gli operanti laboratorj ne'quali non abbiasi un deposito abbondante di capi morti dell'acqua forte, di poco uso nei luoghi ove non vi sono fabbriche d'allume di rocca: per il che credo che anche ad altri chimici riuscirebbe economico l'uso del solfato di potassa piuttosto che quello della potassa del commercio.

9. Riuniti tutti li cristalli romboidali di solfato di nichel e potassa delle varie raccolte, lavati con poca acqua fredda, disseccati sufficientemente e ridotti in polvere, cimento questa polvere al fuoco, calcinandola moderatamente, come si calcinerebbe il vitriuolo di marte, acciocchè se vi è solfato di ferro l'ossido passi al massimo d'ossidazione, e si renda insolubile nell'acqua. Quindi la polvere calcinata la tratto coll'acqua calda distillata, in cui si discioglie, a riserva dell'ossido di ferro, se vi

era solfato. Io non ottenni che deboli indizj di ocra precipitata. Il ferro suole restare disciolto nelle acque madri acidule. La soluzione del solfato di potassa e nichel calcinato, poichè fu filtrata ha un bel color verde di smeraldo. La tratto allora con una corrente di gas idrogeno solforato, il quale annerisce ed intorbida ben tosto la medesima precipitando il rame in istato di solfuro nero verdastro. E quando una porzione di soluzione così trattata, filtrata che sia, non muta altrimenti coll'acqua idrogeno solforata, filtro netta la soluzione, e la faccio svaporare a pellicola. Ne ottengo allora cristalli romboidali di miglior colore ma sempre verdi, di un verde d'acetato di rame polverizzato. L'acqua madre, spogliata con ripetute concentrazioni e cristallizzazioni di tutto il solfato di nichel e potassa, rimane colorita in roseo, e contiene il cobalto. Abbandonata a se si dissecca col tempo, il solfato di cobalto e potassa si arrampica su per le pareti dello svaporatorio in forma di dentriti rosee ed il restante di solfato di nichel e potassa, impuro ancora di cobalto cristallizzato, informemente sta nel mezzo del fondo dello svaporatorio stesso.

10. Ripetuta la soluzione del solfato di nichel e potassa di seconda cristallizzazione, ed il trattamento con una corrente di gas idrogeno solforato, un nuovo ed abbondante precipitato nero-verdastro si presenta, e la soluzione filtrata e posta alla svaporazione fino a pellicola, dà i soliti cristalli ed un'acqua madre rosea. Mi sono assicurato coll' esperienza che non basta nè uno nè due trattamenti coll' idrogeno solforato per ispogliare questo solfato trisulo di nichel da tutto il rame, nè due o tre cristallizzazioni per separare tutto il cobalto, e che per essere certi che un tal sale di nichel sia veramente puro, è d'uopo di replicare le soluzioni, le precipitazioni coll' idrogeno solforato, e le cristallizzazioni del sale trisulo fino a che non si ottenga più cangiamento nè all' istante, nè poi col mezzo dell' idrogeno solforato versato nella di lui acquosa soluzione, e che questa tutta cristallizzi in rombi verdi senza residuo roseo, o diverso dal verde.

Li precipitati neri verdastri prodotti dall' idrogeno solforato nelle ultime precipitazioni, sono attaccabili dall'acido nitrico che discioglie il rame lasciando a nudo lo zolfo. La soluzione azzurra non mi ha mostrato alle prove dei diversi reagenti se non se rame: indarno vi ho cercato il nichel.

11. Ottenuto colle sopradescritte operazioni il solfato di potassa e di nichel assolutamente puro, lo sciolgo nell'acqua stillata, e decompongo la soluzione con puro carbonato alcalinulo di potassa, raccogliendo il precipitato su di un filtro, e lavandolo a perfetta edulcorazione. Quindi lo sciolgo nell'aceto distillato, precipito coll'acetato baritico qualche atomo d'acido solforico, che vi suole rimanere unito, e dopo filtrata la soluzione acetica, la decompongo colla soluzione di potassa pura. L'idrato di nichel di un color verde pomo, che si precipita in quest'ultima operazione, lo lavo perfettamente, lo dissecco e lo arrovento; esso rimane allora ossido di nichel di un colore cinericcio verdastro, intorno alla purezza del quale non si potrebbe concepire il minimo ragionevole dubbio, quando siasi operato con esattezza nella depurazione del solfato di nichel e potassa.

§ III

Riduzione dell'ossido di nichel.

12. L'ossido di nichel puro cimentato colla fiamma interna del tubo ferruminatorio diventa nero ed attirabile dalla calamita, come se fosse una polvere di ferro. Se dopo un tal cimento vi si aggiunga polvere di borace calcinato, e si vetrifichi, il vetro di borace si combina all'ossido di nichel non metallizzato, tingendosi in verde olivastro scuro, ed il nichel si presenta col suo bianco e brillante metallico, sparso sulla superficie e nell'interno del vetro stesso. L'ossido di nichel vetrificato col borace dà sempre un vetro opaco, o quasi opaco olivastro scuro: ma se vi si aggiunga arseniato di potassa, il vetro diventa trasparente e giacintino: e lo stesso avviene se acido fosforico, o fosfaro ammoniacale si aggiunga in vece di arseniato suddetto. In modo che sembra una condizione necessaria all'ossido di nichel, perchè si disciolga e si vetrifichi perfettamente in color di giacinto, la presenza cioè dell'acido arsenico, o dell'acido fosforico. Se il borace si colorisce in giacintino coi minerali di nichel, egli è perchè questi sono sempre mineralizzati dall'arsenico.

13. Ho tentata la riduzione e la fusione dell'ossido di nichel nella fucina del pubblico laboratorio, dove il ferro dolce in contatto col car-

bone si fonde bene in tre quarti d'ora: ma non ottenni la riduzione dell'ossido suddetto se non coll'aggiunta del carbone, e non ottenni fusione veruna. Pigliai due denari metrici (gramme) di ossido di nichel puro, che introdussi in un piccolo crogiuolo d'argilla assai refrattaria, coprendolo con coperchio d'argilla medesima, e lutandolo quasi perfettamente. Un altro crogiuolo simile preparai unendo all'ossido 0,165 di denaro di carbone di canape calcinato, ridotto in pezzetti e non in polvere; in un terzo crogiuolo finalmente introdussi tre pezzetti d'argilla a pirometro di Wegdewodd. E questi tre crogiuoli li montai sopra sostegni di giés nel centro del fornello di fusione, la cui interna parete è formata da un crogiuolo di piombaggine del diametro alla bocca di 28 in 29 centimetri sopra 30 d'altezza. Adattai inoltre alla bocca del fornello una torre alta due piedi, e larga quasi quanto il fornello; e riempinto il fornello di carbone non che la torre, applicai il fuoco graduatamente e lo portai fino alla maggiore incandescenza, caricando il mantice di un buon peso. Il fuoco incandescente durò due ore e mezza, e la torre fu mantenuta sempre piena di carbone in modo ch'esso giungeva nel fornello bello ed acceso. Terminata l'operazione e levati i crogiuoli dal fuoco, essi si erano conservati abbastanza bene; giacchè non avevano cominciato a fondersi che sul fondo ove attaccati si erano ai sostegni fatti di terra più fusibile. L'interna parete della fucina si era fusa in alcune parti.

14. Aperto il crogiuolo che conteneva l'ossido puro lo trovai ancora ossido in polvere: ma era singolarmente cangiato il suo colore cenericcio verdastro in bel color verde simile al colore del verde di Scheele. Esso sciglievasi negli acidi senza fenomeni straordinarj ad un ossido scuro eccettuato che la soluzione nasceva più lentamente. Nel crogiuolo dell'ossido misto col carbone trovai il nichel metallico, ma agglutinato, spugnoso e non fuso. Nel fondo del crogiuolo eranvi alcune molecole, che forse avevano provato maggior calore, le quali si potevano battere ed appianare bene sull'incudine. Prescindendo da pochissime particelle sparse, e specialmente alla superficie superiore, tutto l'ossido fu ridotto allo stato metallico, ed il metallo era bianco come sarebbe il platino ridotto dal muriato di potassa e platino. Non trovai atomo di carbone, bensì leggierissime tracce di cenere che indicavano li punti dove eransi trovati li pezzetti più grossi del carbone. Nel terzo crogiuolo i cilindri

d'argilla si erano di molto ristretti, ed uno segnò 105, il secondo 110 ed il terzo 120 gradi del pirometro. Questa temperatura essendo di molto inferiore a quella necessaria per fondere il manganese, non poteva bastare per fondere il nichel, il quale, secondo le osservazioni di Richter, ricerca almeno una temperatura uguale. Quando avrò fatte alcune riparazioni al fornello di *Pott* del pubblico laboratorio, ho in animo di ripetere in tal fornello il tentativo della fusione del nichel, e spero che otterrò un risultato più felice.

15. Il signor Tupputi ha osservato che il nichel scioglie del carbone alla guisa del ferro, e che gli acidi nel disciogliere poi il nichel lasciano dietro di se un carburo di nichel, come fanno disciogliendo il ferro crudo e l'acciaio. Il nichel da me ottenuto non ha mostrato di contenere atomo di carbone. Basta dosare bene la quantità del carbone in proporzione dell'ossigeno dell'ossido. Io mi sono valso delle stesse determinazioni del signor Tupputi in mancanza delle mie proprie sulla composizione dell'ossido minore di nichel, e dall'ottenuto risultato ho potuto giudicare ch'esse sono un po' scarse per l'ossigeno. Ciò non ostante avendo riguardo all'osservazione del mentovato chimico è bene di scarseggiare piuttosto nella dose del carbone di quello, ch'esporsi al pericolo di eccedere. Nelle ricerche ulteriori che mi propongo di fare sulla riduzione e sulla fusione del nichel non mi dipartirò dal metodo suddetto. Unirò in un crogiuolo solo il nichel ridotto in diversi crogiuoli, e non fuso, indi col mezzo di un poco di vetro di borace determinerò meglio la fusione del metallo, non che la separazione di qualche atomo di ossido che vi potesse restare. Il nichel deve risultare purissimo.

§ IV

Ossidazione minore del nichel.

16. Il nichel metallico ottenuto col metodo sopradescritto, quantunque non fuso ed unito, è però puro, soprattutto nell'interno della massa. Se ridotto in frammenti si faccia bollire nell'acido nitrico allungato, la superficie superiore colorita in gialletto per un lievissimo principio d'ossidazione, e qualche molecola d'ossido che vi fosse rimasto, vengono sciolti, ed il nichel fassi più bianco e lucente. La calamita attrae que-

sto nichel côn forza pressochè pari a quella colla quale attrae la limatura di ferro.

17. Le prime quantità di nichel che ottenni colla riduzione del suo ossido puro volli destinarle alla ricerca delle proporzioni d'ossigeno che costituiscono l'ossido minore di questo metallo (1). Questa determinazione mi era necessaria per le ulteriori indagini, che mi proponevo di fare sul medesimo. Ho preso 600 parti di nichel puro, e postolo in bottiglia pesata ne ho fatta dissoluzione coll'acido nitrico puro. La soluzione era limpida senza sedimento e di bel color verde. Evaporata a siccità ed arroventata la materia ho ottenuto 770 parti d'ossido di nichel grigio verdastro. Ugual risultato mi diede un secondo sperimento, e l'ossido di nichel dell'una e dell'altra prova fu disciolto intieramente dall'acido muriatico senza veruna effervescenza, e senza il minimo sviluppo d'acido muriatico ossigenato; ciò che prova che l'ossido era minore, e non conteneva più atomo d'acido nitrico. Dal sopradetto risultato si deduce adunque che l'ossido di nichel è composto in 100 parti di 777,922 di nichel e 22,078 d'ossigeno, e 100 parti di nichel assorbono 28 1/3 d'ossigeno per costituire l'ossido minore di nichel. Queste proporzioni si avvicinano moltissimo a quelle di Richter, che sono di 100 di nichel e 28 d'ossigeno, quantunque il metodo usato da questo abile chimico, debba condurre ad un risultato meno certo di quello conduca il metodo usato da me. La dissoluzione del nichel nell'acido nitrico, la precipitazione dell'idrato colla potassa, e la calcinazione del medesimo sino ad ossido nero grigiastro furono le operazioni di cui fece uso Richter. Ma la precipitazione dell'ossido può dare una perdita, ed un alcali non affatto puro può far crescere il prodotto, e nelle piccole differenze di centesimi e di frazioni di centesimi non è cosa rara che gli errori si compensino. Il signor Tupputi si è servito egli pure del metodo di Richter, e la sua determinazione è di 100 di nichel e 27 d'ossigeno, e quindi un po' scarsa la proporzione dell'ossigeno. Bergman, quantunque si possa dubitare ch'egli abbia operato sopra un nichel non assolutamente puro, ottenne ciò non pertanto da 100 di nichel 128 d'ossido secco (2). I metalli che sogliono imbrattare il nichel assorbono essi pu-

(1) Dalle ricerche dei signori Proust e Thenard, si apprese già che il nichel è suscettibile di due gradi d'ossidazione.

(1) V. Op. cit. V. 2. de praecipitatis metallicis.

re delle quantità d'ossigeno quasi uguali a quelle, che assorbe il nichel medesimo, ed ecco una ragione del risultato del Bergman prossimamente concorde col mio. Aggiungasi che il grado di disseccamento del precipitato, la complicazione dell'ossido per la concorrenza di porzione di solvente o di precipitante, e le altre cause già addotte di sopra, possono avere contribuito ad aumenti ed a diminuzioni, che accidentalmente siensi compensate. Il signor Klaproth in vece in un'analisi di una nuova varietà di miniera d'antimonio (1) avendo bisogno di conoscere la proporzione d'ossigeno nell'ossido minore di nichel, ricercandola colla soluzione del nichel ottenuto dalla riduzione dell'ossido del crisoprasio e della pimelite nell'acido nitrico, la precipitazione dell'ossido colla potassa e l'arroventamento del precipitato in crogiuolo di platino, da 100 di metallo ottenne 132 1/2 d'ossido di nichel, determinazione che differisce di 4 1/2 d'ossigeno in più per 100 di metallo, dalla mia. Il signor Proust all'incontro usando il metodo di cui mi valsi io stesso da 100 di metallo ottenne 125 a 126 d'ossido grigio verdastro; delle quali differenze non saprei renderne ragione sufficiente.

§ V

Sali di nichel.

18. Il nichel metallico è attaccato dall'acido solforico e dal muriatico allungati, che lo disciolgono con effervescenza e con sviluppo di gas idrogeno. La dissoluzione però succede lentamente. L'acido nitrico discioglie il nichel con vivissima effervescenza e grande sviluppo di gas nitroso. L'ossido di nichel puro è sciolto assai facilmente dai tre acidi minerali suddetti, e da molti altri acidi compresovi l'acetico, che lo scioglie senza lasciar residuo. Tutti i sali di nichel hanno un color verde più o meno saturato ed elegante, secondo la quantità d'ossido e d'acqua di cristallizzazione ch'entrano nella composizione loro. Deduco questa generalità dall'esame del solfato nitrato, muriato, acetato, arseniato, fosfato, fosfito, carbonato, e solfato trisulo di potassa e di nichel. Il sapore dei sali di nichel è più o meno dolciastro, stitico ed aspro, secondo la

(1) Annales de Chimie, T. 85, pag. 68.

natura degli acidi salificanti e la solubilità dei sali. L'ammoniaca pura decompone tutti i sali di nichel, e forma un liquore azzurro cilestro carico più o meno, od un precipitato azzurro di smalto, secondo lo stato di saturazione della soluzione (V, § VI). Il liquore d'ammoniaco si conserva permanentemente in vasi chiusi, col contatto e senza il contatto dell'aria. L' idrogeno solforato non precipita i sali di nichel in generale, ma vi sono delle eccezioni.

19. Il *solfato di nichel* è di un bellissimo color verde di smeraldo carico: cristallizza in prismi a quattro faccie, in tavole quadrate coi lati smussati, ed in altre forme secondarie, difficili anche da ben determinare. Esposto al fuoco perde l'acqua di cristallizzazione e diventa giallo; È questo un carattere di molti sali di nichel. L'acqua lo scioglie benissimo e la soluzione verde di smeraldo non macchia una lamina di ferro pulita, e non è mutata dall' idrogeno solforato. Ha inoltre questo sale li caratteri dei sali di nichel, e quelli dei solfati metallici solubili, e quando è deacquificato contiene in 100 parti, acido 53, base 47.

20 Il *nitrato di nichel* ha un color verde di smeraldo carico; cristallizza in tavole quadrilungue con lati smussati, ed in paralellepipedi. Esposto all'aria umida presto si liquefa. Nello sciogliersi nell'acqua produce freddo: avendone sciolta una porzione nell'acqua a gradi 17 di R., la temperatura della soluzione discese a gradi 11. Col fuoco si fonde nella propria acqua di cristallizzazione di cui abbonda, e nella fiamma di una candela deflagra un poco. Cento parti di questo nitrato, fuso nella sua acqua di cristallizzazione, contengono 32 d'ossido e 68 d'acido ed acqua, proporzioni che devono essere variabili dipendentemente dal grado di disseccamento del sale. Una goccia di soluzione di questo nitrato posta sopra una lamina di stagno, non altera lo splendore di questo metallo, ma lo zinco, il piombo ed il ferro vengono un poco ottenebrati, sebbene veruna macchia color di rame o di ottone vi si produca.

21 Il *muriato di nichel* è un sale assai deliquescente e difficile da cristallizzare. Il suo colore è verde, ma quando è in cristalli tende un poco al giallo. Disseccato col fuoco acquista un bellissimo color giallo puro (1). Attesa la grande solubilità di questo muriato, e la difficoltà di

(1) Il colore giallo di questo muriato, è quello che mescolato all'azzurro del muriato puro

farlo cristallizzare avviene che nel sottrargli coll'evaporazione l'acqua di soluzione difficilmente si può non sottrarre contemporaneamente una parte anche di acqua di cristallizzazione, da cui deriva secondo me la tendenza al color giallo che acquista sul sale cristallizzato. La sua forma mi è sembrata un prisma a quattro o a sei faccie. Cento parti di muriato di nichel spoglio di acqua mi sono risultate composte di 43 di acido e 57 d'ossido di nichel.

22. *L'acetato di nichel* cristallizza in prismi tetraedri con piramidi simili, di un color verde di smeraldo pallido. Il sapor suo è dolcigno; ma lascia sulla lingua un senso d'astringenza, ed un sapore metallico come fa lo zucchero di saturno. Poco si muta all'aria, tuttavia sente un poco il secco, e dà segni d'efflorescenza. Al fuoco soffre decomposizione, e lascia un residuo che fortemente viene attratto dalla calamita. L'acetato di nichel è meno solubile nell'acqua del nitrato abbisognando di quasi sei parti d'acqua fredda. La soluzione ha un bel color verde ed è decomposta dall' idrogeno solforato che precipita il nichel in nero sino a che sia ridotto alle minime quantità di ossido, disciolte in una grande massa di acido.

23. Colla soluzione di questo sale, nel quale l'acido sta unito all'ossido di nichel con poca affinità volli ricercare il rapporto di altri acidi coll'ossido di nichel, e soprattutto il rapporto di solubilità dei risultanti sali diversi. Ne mescolai adunque una porzione coi seguenti reattivi, ed ottenni li risultati corrispondenti ai notati.

1. Col succinato d'ammoniaca e coll'acido succinico	Nessun cambiamento.
2. Coll'acido prussico	Abbondantissimo precipitato bianco cinerino.
3. Col prussiato di potassa ferrugginoso .	Precipitato verdastro pallido.

di cobalto dà l'inchiostro simpatico verde di cobalto. Il signor Klaproth attribuisce in vece questo color verde alla presenza del ferro. Il muriato di ferro in realtà fa tendere al verde l'azzurro del muriato di cobalto, ma lascia una macchia d'ocra indelebile, ciò, che non deve avvenire e non avviene nell'ordinario inchiostro simpatico di cobalto. Inoltre il muriato di ferro non ha tanta potenza colorante quanto il muriato di nichel. Col muriato di nichel mescolato al muriato puro di cobalto, si può a piacere variare la differenza del color verde dall'inchiostro simpatico, il quale comparisce col riscaldamento, e scomparisce col raffreddamento quante volte si voglia e si rinnovi l'esperimento. Ritornerò in altra occasione su di un tale argomento.

4. Coll'acido gallico	Precipitato bianco verdastro pallido, lento a formarsi.
5. Col prussiato di mercurio	Nessun cambiamento.
6. Coll'acido fosforoso	Precipitato bianco verdastro.
7. Col fosfato d'ammoniaca	Precipitato caseiforme bianco azzurrognolo.
8. Coll'arseniato acidulo di potassa . . .	Precipitato bianco verdastro, solubile nell'acido acetico.
9. Coll'acido tartarico, e col tartrato di potassa	Nessun cambiamento.
10. Coll'acido ossalico anche in eccesso .	Precipitato bianco verdastro.
11. Coll'ossalato d'ammoniaca	Nessun cambiamento.
12. Colla soluzione d'ossido d'arsenico, coll'acido molibdico e coll'acido flluorico.	Nessun cambiamento.
13. Coll'arsenito di potassa, col molibdato e col fluato della stessa base . . .	Precipitati bianco verdastri
14. Coll'acido tungstico di *scheele* . .	Precipitato bianco, lento a formarsi.
15. Coll'acido cromico	Precipitato giallo scarso e liquido giallo verde.

Dalle quali reazioni si può dedurre: Che il succinato di nichel è solubile o nello stato neutro, o nello stato acidulo: Che il prussiato di nichel è insolubile, e che la somma delle forze che presiedono all'esistenza di questo sale è maggiore di quella delle forze da cui è mantenuto l'acetato: Che il fosfito ed il fosfato di nichel sono insolubili nell'acqua: Che il gallato è poco solubile, e l'arseniato lo è in un eccesso d'acido proprio, o acetico: Che il tartrato è solubile, che l'ossalato è insolubile anche in un eccesso d'acido proprio, quando è semplice, ma che quando vi concorre una base alcalina mostrandosi solubile, avvi luogo di credere che vada a costituire un sale trisulo: ciò che conferma quanto era stato osservato dal signor Tupputi. Che finalmente l'arsenito, il molibdato ed il fluato di nichel sono solubili mediante un eccesso d'acido acetico, il tungstato lo è meno, ed il cromato gode di maggior solubilità degl'altri.

24 Omettendo di descrivere le proprietà di qualche altro sale di nichel da me esaminato, che non potrei farlo ora se non se molto incomplessivamente, mi limiterò a riferire solamente i caratteri principali del solfato di potassa e di nichel, ch'è il sale trisulo delle proprietà del

quale si approfitta per depurare il nichel dai metalli stranieri. Questo sale, la di cui prima conoscenza esatta dobbiamo al celebre Proust, cristallizza in bellissimi paralellepipedi con facce romboidali; pare questa la forma primitiva di un tal sale, suscettibile di vestire altresì qualche altra forma secondaria. Così sovente si ottengono cristalli di solfato trisulo che hanno gli angoli solidi troncati, in modo che presentano delle faccette triangolari. Il colore di questo solfato è verde turchinastro analogo al colore del verde eterno polverizzato. Disseccato al fuoco diventa giallo e perde un quarto del suo peso in altrettanta acqua di cristallizzazione: a fuoco più forte si colora in bruno; ma raffreddandosi ritorna giallo, quando però la temperatura non sia stata portata fino alla decomposizione del solfato di nichel. L'acqua fredda lo scioglie poco, ma la bollente assai, e col raffreddamento lo lascia precipitare in quantità sotto forma cristallina, ritenendone però a freddo una quantità maggiore di quella che scioglie direttamente. Alla temperatura di 10 R. l'acqua ne scioglie 1/16 del suo peso, la soluzione di questo sale non è cambiata minimamente dall'idrogeno solforato, che annerendola indicherebbe la presenza di metalli stranieri. Di questo sale non posso riferire che un'analisi approssimativa, secondo la quale risulta composto di acido 33, potassa 26, ossido di nichel 17, acqua 25.

§ VI

Sopra l'ammoniuro di nichel.

25. La combinazione chimica più singolare che formar possa l'ossido di nichel, e sulla quale ho potuto fare diverse nuove osservazioni è l'*ammoniuro*. Il signor Tupputi aveva osservato che l'idrato di nichel non si scioglie netto nell'ammoniaca pura, e crede che la porzione che ricusa di sciogliervisi non si sciolga, perchè non è più in istato d'idrato, condizione secondo lui essenzialissima. Ho verificato io pure l'osservazione di questo chimico, ma non sono persuaso della sua conclusione. Inclino piuttosto a credere che l'ossido o l'idrato di nichel assolutamente puro non sia solubile che in pochissima quantità nell'ammoniaca, e non vi si sciolga più abbondantemente se non concorrendo qualche principio che faccia le funzioni di acido. Così un poco di carbonato d'ammoniaca o

di acido carbonico determina la totale soluzione dell' idrato, che prima ricusava di sciogliersi nell'ammoniaca pura, e così agisce qualunque altro acido.

26. Tutti i sali di nichel sciolti nell'acqua, allorchè vengono decomposti coll'ammoniaca in eccesso, danno un ammoniuro di un colore bleù di cielo più o meno carico, secondo la concentrazione della soluzione. Varia l'opinione dei chimici intorno al colore di questo ammoniuro; chi lo asserisce bleù tendente al pavonazzo, chi bleù verdastro, chi bleù cangiante col contatto dell'aria in bleù pavonazzo, e di quest'ultima opinione è anche il signor Tupputi. In quanto al colore azzurro volgente al verdastro, un tal colore può averlo un ammoniuro che contenga ancora soluzione salina di nichel indecomposta, e questo non sarà un carattere da ascriversi al puro ammoniuro di nichel. Quanto poi al color bleù volgente al pavonazzo col contatto dell'aria, credo di avere conosciuta la cagione, e di potere concludere in oltre, che tutti i chimici che hanno ottenuto un ammoniuro di nichel fornito di una tal qualità, hanno operato sopra un nichel impuro. La causa immediata del cangiamento di colore dell'ammoniuro di nichel deriva da un'azione ossigenante dell'ossigeno dell'aria, ma non sopra il nichel. Ho mescolato volumi uguali di un acetato di nichel non assolutamente puro, e di ammoniaca pura di densità $= 0,906$, facendo il mescuglio sotto una campanella di cristallo ripiena di mercurio e posta sul bagno idrorgirio-pneumatico. Si è formato un ammoniuro limpido di un bel colore appunto carico, che tale si è costantemente conservato. Dopo alcuni giorni ho introdotto nella campana un volume di aria, ed allora è successo a poco a poco il cangiamento di colore in pavonazzo. L'aria è diminuita in volume di quasi un quinto in pochi giorni. Che poi l'azione dell'ossigeno atmosferico sia diretta sopra altra sostanza che sul nichel verrà provato in seguito. (V. num. 29.)

27. Ho decomposto una soluzione di muriato di nichel puro coll'ammoniaca caustica concentrata, e l'ammoniuro bleù abbandonato a sè in bottiglia piena e chiusa, in una circostanza di abbassamento della temperatura ambiente ha dato molti cristalli azzurri di figura ottaedrica perfetta e regolare. Questo fenomeno nuovo eccitò molto la mia curiosità e mi fece ragionare sulle circostanze del fatto. L'ammoniuro liquido in seno al quale era già nata la suddetta cristallizzazione aveva un colore

azzurro assai pallido. L'ammoniuro preparato colla soluzione saturata d'acetato di nichel ha sempre un colore azzurro assai carico. La cristallizzazione adunque del detto ammoniuro non poteva dipendere dall'assoluto suo rapporto di coesione o dalla sua poca affinità coll'acqua, dunque doveva dipendere, o da un'influenza particolare del muriato d'ammoniaca, che colla sua affinità per l'acqua, diminuisce il rapporto di questo fluido coll'ammoniuro, o da una proprietà dell'ammoniuro combinato in ternaria unione con l'acido muriatico. Se dalla prima cagione dipendeva la mentovata cristallizzazione, qualunque ammoniuro di nichel doveva venire precipitato per opera del sale ammoniaco secco, siccome questo viene precipitato dal muriato di soda. Agitai adunque del sale ammoniaco in polvere colla soluzione dell'ammoniuro da cui avevo ottenuti i mentovati cristalli, ed ecco che tantosto il sale si disciolse, ed in sua vece comparve un abbondante precipitato color di smaltino volgente a quello di fiori di rosmarino, d'ammoniuro di nichel, ed il liquido restò scolorato. Questo precipitato si disciolse perfettamente in poc'acqua, e diede una soluzione di un bel azzurro di cielo carico immutabile all'aria; ma nella soluzione saturata di sale ammoniaco fatta nell'alcali volatile ricusò assolutamente di sciogliersi. Dal risultato di questo semplice esperimento sembrava verificata la prima ipotesi; ciò non ostante per escludere la seconda bisognava ottenere l'ammoniuro cristallizzato, e conveniva assicurarsi che l'ammoniuro di nichel cristalizzato nella indicata forma ottaedrica non aveva assoluto bisogno della presenza dell'acido muriatico.

28. Per verificare l'una e l'altra cosa in primo luogo presi il precipitato color di smaltino ed introdottolo in bottiglia turacciata vi versai sopra poca acqua in modo che rimanesse una porzione di precipitato indisciolto: indi chiusa la bottiglia la riscaldai a bagno maria, per il che successe a caldo la totale soluzione dell'ammoniuro precipitato. Permettendo poi che la soluzione lentamente si raffreddasse, potei ottenere un abbondante cristallizzazione ottaedrica perfettissima. In secondo luogo feci un ammoniuro di nichel colla soluzione saturata di nitrato di nichel, e si formò un precipitato azzurro di smalto, che si ridisciolse di nuovo col riscaldamento. Raffreddandosi poi questa soluzione, comparvero tosto dei bellissimi cristalli azzurri di forma ottaedrica simili agli altri ottenuti coll'ammoniuro precipitato per mezzo del sale ammoniaco. Da ciò risulta non essere altrimenti necessaria la concorrenza dell'acido muriatico per-

chè si formi l'ammoniuro di nichel cristallizzato in ottaedri: e per quanto indica la forma regolare e costante dei suoi cristalli, esso pare una combinazione *sui generis* ed invariabile.

29. Ma quello che nel corso delle riferite sperienze mi accadde di osservare di più interessante si fu, che se una soluzione qualunque di un sale di nichel sia impura e contenga qualche altro metallo come rame, o cobalto, che sono quelli che sogliono imbrattare la purezza del nichel, ridotta che sia in ammoniuro col mezzo di un eccesso d'ammoniaca, il sale ammoniaco agitato in tal soluzione precipita solamente l'ammoniuro di nichel, e nel liquore rimangono gl'ammoniuri di rame e di cobalto. Quindi se la soluzione d'ammoniuro di nichel è pura, l'acqua madre resta senza colore, se contiene cobalto resta colorita in roseo o in brunastro, se rame in azzurro. Un ammoniuro di nichel che col contatto dell'aria abbia cangiato colore e siasi tinto in bleù volgente al pavonazzo, trattato col sale ammoniaco lascia un' acqua madre rosea, dalla quale si possono ottenere tutti li fenomeni dell'inchiostro simpatico di cobalto. Se l'ammoniuro di nichel impuro non sia stato al contatto dell'aria, l'acqua madre resta tinta in brunastro, ma stando all'aria si colorisce in roseo. Ecco pertanto un carattere certo e costante per riconoscere la purezza di una soluzione di nichel, ed ecco verificato quanto più sopra annunciai al N. 26, intorno alla cagione del cambiamento di colore dell'ammoniuro di nichel col contatto dell'aria. Esso cambiamento dipende da un' ossidazione che prova il cobalto contenuto nell'ammoniuro di nichel. Il cobalto ossidato come si trova nei sali di cobalto forma coll'ammoniaca un ammoniuro brunastro, ed ossigenandosi all'aria cambia di colore e si tinge in rosso. Il color rosso di questo ammoniuro mescolato coll'azzurro dell'ammoniuro di nichel forma un azzurro volgente al pavonazzo, del qual colore si mostra un ammoniuro di nichel che contenga cobalto e che sia stato esposto all'aria. Il signor Tupputi adunque, malgrado alcuni caratteri anche empirici ch'egli assegna al nichel puro, sembra aver fatto uso nelle sue sperienze di un nichel impuro di cobalto.

30. L'ammoniaco di nichel è suscettibile di essere precipitato dalla sua acquosa soluzione anche per mezzo di altri sali, come sarebbero il nitrato d'ammoniaca in polvere, il muriato di soda ec. Dal che maggiormente apparisce che il sale ammoniaco non lo precipita per altra ragio-

ne che per avere una maggiore affinità coll' acqua di quello, che abbia l'ammoniaco.

Le suddette proprietà poi appartenenti alla stessa combinazione aprono la strada e suggeriscono un nuovo metodo speditissimo per depurare il nichel dai metalli stranieri, soliti a trovarsi uniti ad esso lui nelle miniere di nichel, e nelle leghe che risultano dal trattamento docimastico ordinario delle stesse miniere. Ne ho già fatto la prova con mia piena soddisfazione, e posso assicurare che il metodo riesce non solo speditissimo e sicuro, ma ben anche economico, se si raccolgano tutti li residui delle operazioni, e se ne approfitti convenientemente. Ma l'utilità maggiore che le mentovate osservazioni promettono si è nell'applicazione di cui sono suscettibili all'analisi dei minerali di nichel, su di che sto occupandomi tuttora, ed i risultati del qual lavoro spero di comunicare in altra occasione al rispettabile pubblico.

SOPRA UNA MALATTIA DI SENECA IL FILOSOFO

DA LUI DESCRITTA SOTTO IL NOME DI *SUSPIRIUM* NELLA SUA LETTERA LIV

MEMORIA

DEL DOTTORE GIOVANNI MARIA ZECCHINELLI

LETTA NELLA SESSIONE

DEL GIORNO VII MARZO M. DCCC. XVI

Tutto ciò, che appartiene ai grand'uomini, dee essere, non v' ha dubbio, o sapienti Accademici, sacro e giusto oggetto di diligentissime indagini e di riflessioni severe. Non solamente le loro imprese, i scientifici lavori, le virtù, li mancamenti morali, ma le loro fisiche imperfezioni pur anco destano sempre il maggior interessamento, e quindi è che vivissima brama ci prende di attentamente occuparsene. Se non che, a vero dire, non può lusingarsi di rettamente parlare sopra questi svariatissimi argomenti fuor solamente che quegli, al quale fosse da propizia Minerva concesso di bene tutti conoscerli. Ma dono è questo pur troppo toccato in sorte a pochissimi. Inferiore io d' assai a questi privilegiati, ricordevole perciò sempre della sentenza d'Apelle: *il calzolajo non vada oltre la scarpa*, nel sottoponere all' illuminato giudizio vostro alcune mie riflessioni sulla lettera 54 di L. Anneo Seneca, mi asterrò dal versare sulla parte della lettera, che vassene adorna, siccome tutte le altre, che di Seneca abbiamo, dell'altissima Stoica filosofia. A me medico non lice parlare che dell'arte propria, e per tale motivo le mie riflessioni non avranno per iscopo se non la parte della lettera, che parla di malattia.

Narra Seneca, nella lettera 54, al suo amico Lucilio una sua nuova malattia, che lo aveva di fresco assalito, la denomina *suspirium*, e ne descrive i fenomeni principali. Incerto a me sembrando o non adeguato il giudizio portato dai commentatori sopra il *suspirium* di Seneca, mi feci a riflettere sopra questo argomento.

È indispensabile cosa il prender sott'occhio la lettera del nostro filosofo, e andar passo passo analizzandola. A tale effetto io mi attengo all'ultima edizione dell'opere di Seneca, fatta in Lipsia nel 1800 per cura di Ruhkoff; non omettendo però le altre riputatissime anteriori, e spezialmente quella sortita in Amsterdam nel 1772, dai tipi Elzeviriani coi comenti di Giusto Lipsio, di Gronovio, di Tromond ec. Mi attengo poi all'emendazioni fatte al testo da Giusto Lipsio, poscia adottate da ognuno.

La principale di queste emendazioni, e pel nostro argomento essenzialissima, quella si è di un vocabolo usato nel principio della lettera, in forza della qual'emendazione il primo periodo è stato inteso dopo di Lipsio oppostamente di prima. Ciò si conosce da alcune traduzioni italiane delle lettere di Seneca anteriori all'emendazione di Lipsio, per esempio da quella di Sebastiano Manilio, rarissima, stampata in folio in Venezia nel 1494; dall'altra di Andrea Francesco Doni, fiorentino, stampata in ottavo in Milano nel 1611, il qual ultimo volgarizzamento però è rubato dal primo, siccome avverte Apostolo Zeno nel T. I delle annotazioni alla Biblioteca del Fontanini alla pag. 224; e dall'altra ancora di Angelo Nicolosi, segretario del Consiglio de' Dieci in Venezia, ivi stampata in quarto nel 1677.

Prima dell'emendazione di Lipsio il testo di Seneca diceva: *Longum mihi comitatum dederat mala valetudo, repente me invasit etc.* Perciò fu tradotto da Manilio « Longo tempo mi aveva accompagnato la ad»versa infermità, et hora mi ha sprovvistamente assalito ec.» Lipsio adducendo ottime ragioni, al vocabolo *comitatum* sostituì *commeatum*, dal che risultò un opposto significato di quel primo periodo, cioè, che « *la »cattiva salute da lungo tempo avea, non accompagnato Seneca, ma a »lui dato comiato, ossia lo avea abbandonato*». E che così di fatto, e non altrimenti debbasi intendere, si viene anco a conoscere portando attenzione a tutto il periodo; poichè soggiungendosi subito: *repente me invasit*, chiaramente risulta che prima di quel momento non dovea essere stato da lei accompagnato da lungo tempo. Il notar questa cosa è per me di massima importanza, perchè ne deriva, che quando Seneca fu assalito dal *suspirium*, era lungo tempo che non era ammalato.

Ciò premesso, vediamo quale malattia debbasi argomentare avere Seneca sofferto, dalla descrizione ch'egli ne fa al suo amico Lucilio. La maggior parte dei commentatori intesero ch'egli parli dell'asma, e passò in comune credenza che Seneca sia stato asmatico. Forse che si è più facilmente pensata questa cosa sapendo ch'egli era stato sempre malaticcio, e che fu minacciato di tisichezza. Lo stesso illustre signor cavaliere De-Rosmini nella sua bella vita di Seneca, stampata in Rovereto nel 1795, ha tenuto quest'opinione. Se non che quanto scrive il De-Rosmini delle malattie di Seneca (pag. 21) è inesatto generalmente parlando. Prende egli indistintamente ciò che ne dice da due lettere di Seneca, e lo riferisce ad un tempo successivo, e non interotto della di lui vita, mentre Seneca nelle sue lettere ora parla di mali da lui già sofferti altra volta, ora di mali che lo travagliavano al momento nel quale scriveva. Mi perdonerà il celebratissimo letterato, non medico, s'io, medico, oso rilevar questa cosa a me importantissima. Già per questo, nè presso di Voi, o dotti Colleghi, nè presso alcun altro d'Italia nostra, non resterà minimamente oscurata da sì fatta minuzia la splendidissima luce che spande per ogni dove il dottissimo cavaliere colle classiche biografiche opere sue.

Importa a noi di determinare innanzi tutto quali mali abbiano primamente molestato il nostro filosofo; se lo abbiano fatto in continuazione, o siano in qualche tempo cessati, od almeno siansi di molto diminuiti, e se stati siano sempre della stessa natura, oppur di diversa.

Lucio Anneo Seneca nacque gracilissimo, ed appena nato ammalò gravemente, ma per le cure d'una sua zia guarì, come egli stesso ci fa sapere nel libro *de consolatione ad Helviam* (XVII) per *longum tempus aeger convalui;* e ciò nota anco il De-Rosmini. Applicatosi all'eloquenza, rischiò sotto Caligola d'esser morto, per una bassa invidia, che avea di lui concepita quel furibondo e brutale imperatore udendolo trattare eloquentemente una causa in Senato, e non iscappò la pazza sentenza, se non perchè, al dire di Dion Cassio (Hist. lib. 58) il tiranno fu assicurato da una sua donna, che Seneca presto sarebbe morto di tisichezza, essendo egli estremamente magro. Anche questa circostanza è riportata dal De-Rosmini, e fin qui siamo d'accordo. Ma egli soggiunge le seguenti parole: «ed in fatti a tale era egli condotto della sua sanità (al tempo di »Caligola) che poco si potea promettere di sua vita. Era egli passato »per la trafila di tutte le malattie, e niun morbo per isventura non era

»a lui sconosciuto. (Ep. 54.) Era molestato da una tenue, ma giornaliera »febbretta, accompagnata da tosse, da distilazione, ch'egli non curò in sulle »prime, veggendosi nel fior degli anni: ma questa malattia trascurata a tale »il condusse di magrezza, che parea ch'egli stesso, come egli si esprime, »si disfacesse e si distillasse. (Ep. 78.) La malattia però che gli dava più »noia e spavento, e che gli era più familiare era l'asma, i cui accessi du»ravano un'ora intera, e che gli davano, com'egli dice, un'idea della mor»te. (Ep. 54) In tale stato infelice veggendosi gli venne più volte il pen»siero di uccidersi, ma nel ritrassero i riguardi dovuti alla vecchiezza del »padre». Fin qui il De-Rosmini.

Ora questi mali, che il De-Rosmini pone a fascio e confonde, quantunque ne prenda la cognizione da due lettere di Seneca (la 54 e la 78) debbono essere fra loro separati, ed attribuiti a tempi della sua vita l'uno dall'altro lontani. I mali di distillazione, e la febbretta che lo minacciaron di tisi furono da lui sofferti in gioventù, e ciò è ben detto dal De-Rosmini; ma al tempo del pericolo di vita corso sotto Caligola non *era egli già passato per la trafila di tutte le malattie*, come dice l'illustre biografo citando la lettera 54. Questa lettera scritta in vecchiaia, siccome le altre, come dice, ed è vero il, De-Rosmini medesimo (pag. 225) parla di male presente, ed in quella età potea in vero narrare d'esser passato per la trafila di tutte le malattie, essendo spezialmente stato allora assalito dal nuovo morbo da lui denominato *suspirium*. Il rimanente del passo del De-Rosmini è da riferirsi alla minaccia di tisichezza da lui avuta in gioventù. In quel tempo e non dopo d'essere stato assalito dal *suspirium*, gli venne più volte il pensiere d'uccidersi, e non si trattenne, che per riguardo del vecchio padre, e da questa circostanza eziandio si conosce ch'egli non potea essere molto avanzato in età, se ancora vivevagli il genitore.

Oltracciò in tutta la lettera 78 citata dal De-Rosmini non parla Seneca di male presente, ma di passato. Adunque ciò ch'ivi ei dice non è da confondersi col *suspirium* descritto nella lettera 54. Dirò anche di più, che dalla lettera 78 s'impara che Seneca dopo quella minaccia di tisi avuta in gioventù, aveva riacquistato la salute, il che ancora maggiormente ci prova, ch'egli parla di male passato. Scrive in fatti in questa lettera al suo amico Lucilio, il quale aveasi a lui lagnato d'una sua malattia consistente in frequenti febbrette seguite da lunghe ed abituali distillazioni « che ciò gli era tanto più molesta cosa ad udire, quanto che »avea già anch'egli provato questo genere di male, e lo avea a principio »trascurato a cagione della sua adolescenza, ma che in seguito vi era »soggiaciuto, ed era a tale ridotto da consumarsi » e fu allora che volea uccidersi. Ma segue Seneca consolando l'amico col dirgli « che colle »distrazioni, e con tutto ciò ch' ergeva l'anima sua giovò anche al corpo, »e ch'era debitore alla filosofia d'essersi ristabilito in salute: *philosophiae »acceptum fero, quod surrexi, quod convalui*; e che gli amici molto con»tribuirono alla sua buona salute: *multum mihi contulerunt ad bonam va»letudinem* ».

Adunque guarì Seneca dalla minaccia di tisichezza avuta in gioventù. Restò però sempre, a dir vero, debolissimo e malaticcio; ma ammettono i medici una salute massima, ed una minima, e molti gradi di mezzo fra esse, e sanno che la minima può stare anche con qualche incomodo, e non esser però giammai vera malattia qual' era il *suspirium*. Così sembra essere stato di Seneca. Egli fu sempre malaticcio, ma non apparisce dalle sue opere ch'egli sia stato gravemente ammalato se non che tre volte in sua vita; appena nato e non si sa di qual morbo; nella adolescenza e gioventù di minaccia di tisi, che sembra aver durato assai lungo tempo, ma finalmente riacquistò una buona salute, come abbiamo veduto; e per terzo in vecchiaia, in cui fu assalito dal *suspirium* « dopo che da lungo tempo »la cattiva salute gli avea dato comiato, e ne fu assalito repentinamente ».

Neppure in vecchiaia, prescindendo dalla sua delicatezza di temperamento e dal *suspirium*, malattia che coglievalo per accessioni di una sola ora, sembra ch' egli fosse poi malato continuamente, giacchè nella lettera 104 narra che si era involato dalla febbre, ed anzi dalle sole sue minacce, e si era tosto rifuggito nella sua famosa villa detta *Nomentanum*: in *Nomentanum meum fugi, quid putas? urbem, imo febrem equidem surrepentem*. Se fosse stato avvezzo alla febbre, non sarebbe così tosto fuggito dalla città al primo suo indizio; egli in vece appena si sentì da essa colpito montò in vettura, e passò alla campagna, ad onta che volesse impedirnelo la sua affettuosa Paolina: *jam manum mihi injecerat protinus, itaque parari vehiculum jussi, Paulina mea retinente*: alla villa provò subito un cambiamento nella sua salute, si riebbe, ed acquistò nutrizione: *repetivi ergo jam me, non permansit marcor ille corporis dubbii etc.*

Non so poi se questa piccola malattia sia stata posteriore, o anteriore, o contemporanea al *suspirium*, perchè s'ignora la data delle lettere di Seneca, e quali sieno state scritte prima quali dopo, il loro numero progressivo essendo stato posto dai raccoglitori. Si sa solamente, che tutte furono scritte in vecchiaia. Sembrano però scritte in parecchi anni, e non in due solamente, come dice Giusto Lipsio, essendo consoli Mummio Regolo e Licinio, 816 e 817 anni *ab urbe condita*, cioè non molto prima della morte di Seneca, che avvenne, secondo lo stesso Lipsio, nell'anno 818. Ruhkoff (l. c. Praefat.) dimostra evidentemente, che non rettamente giudicò Giusto Lipsio, ed asserisce che si ha una chiara prova del tempo di queste lettere nella lettera 94. Parla Seneca in essa dell'incendio di Lione, con cui rimase estinta la colonia Lionese, ed aggiunge, che questa colonia contava il centesimo anno, dal che inferisce, che furono scritte 6 in 7 anni prima della morte di Seneca. Nota poi lo stesso Ruhkoff che Seneca dice nella lettera 70, ch'era trascorso un lungo intervallo da che avea veduto Pompeja, la città poscia coperta da un'eruzione del Vesuvio, dove il suo amico Lucilio aveva i suoi beni, la quale dice poi nella lettera 49 di avere allora veduta; dal che si scorge che passò un lungo intervallo da una lettera all'altra: *post longum intervallum Pompejanos tuos vidi.* (Ep. 70.) Può dunque essere, che il *suspirium* sia stato posteriore anche alle citate minacce di febbre e di lungo intervallo.

Ma qual malattia fu questo *suspirium*? È d'uopo riportare la parte della lettera 54, che lo scrive, per passare poi ad analizzarla.

Longum mihi commeatum dederat mala valetudo: repente me invasit, quo genere? inquis. prorsus merito interrogas: adeo nullum mihi ignotum est: uni tamen morbo quasi assignatus sum: quem quare graeco nomine appellem, nescio, satis enim apte dici suspirium *potest. Brevis autem valde et procellae similis impetus est: intra horam fere desinit. Quis enim diu expirat? Omnia corporis aut incommoda, aut pericula, per me transierunt: nullum mihi videtur molestius. Quid ni? aliud enim, quid quid est, aegrotare est: hoc est animam agere. Itaque medici hanc meditationem mortis vocant. Faciet aliquando spiritus ille, quod saepe conatus est. Hilarem me putas haec tibi scribere, quia effugi; si hoc fine, quasi bona valetudine delector, tam ridicule facio, quam ille quisquis se vicisse putat, cum vadimonium distulit.*

Ego vero et in ipsa suffocatione non desii cogitationibus laetis ac fortibus acquiescere: e qui segue Seneca filosofando sulla morte, e poscia ripiglia, *his et hujusmodi exhortationibus tacitis scilicet* (*nam verbis locus non erat*) *alloqui me non desii; deinde paullatim suspirium illud, quod esse jam anhelitus coeperat, intervalla majora fecit, et retardatum est ac remansit. Nec adhuc quamvis desierit, ex natura fluit spiritus, sentio haesitationem quandam ejus et moram.*

Giusto Lipsio restò in forse, se Seneca colla voce *suspirium* avesse inteso di dire *asthma*, ovvero *orthopnaea*, e riflette che il *suspirium*, com'è descritto da Seneca, è più impetuoso dell'asma, e più breve dell'ortopnea: (*utrum asthma, an orthopnaeam vult dictam? Nam plus aliquid quam asthma in hoc impetu est, et minus quam orthopnaea in brevitate*). Ma non solamente Lipsio, che non era medico, Mercuriale medesimo, medico cotanto dotto, non seppe distinguere qual malattia potesse essere il *suspirium* del nostro Seneca. Egli dice nella VI delle sue varie lezioni (cap. 16) che gli sembra che Seneca « abbia il primo chiamato » con nome latino quella gravissima difficoltà d'anelito, che i Greci chia- » mavano *orthopnaea*; ma riflette, che dicendo Seneca, che il suo male » era solito a cessare nello spazio di un'ora, e che essendo certa cosa, » che l'ortopnea dura più lungo tempo, egli era molto incerto, quale ma- » lattia fosse propriamente il *suspirium*; se però non piacesse di dire, » che fosse la stessissima difficoltà di respirare, ma nella quale il pe- » ricolo della soffocazione non durasse più di un'ora, quantunque taluno » la giudicherà forse una palpitazione di cuore, perchè in essa v'è non » solamente la gravissima difficoltà di respirare, e quasi il sospiro, ma » eziandio il pericolo di soffocazione, per modo che se non cessa nello » spazio di un'ora porta in fatti alla morte ».

Mercuriale adunque non seppe determinare la malattia. Egli però fa gran caso della circostanza, che il male di Seneca non durasse più di un'ora, e non trovò che la palpitazione di cuore da potersegli paragonare a cagione del pericolo di soffocazione, della quale Seneca anche si lagna. Se non che la palpitazione di cuore è una sensazione così facile da determinarsi da chi la prova, che sembra che se Seneca fosse stato palpitante lo avrebbe indicato.

Il male che Seneca denominava *suspirium* a me pare essere stato una malattia di cuore, e i fenomeni ch'egli descrive mi sembrano appartenere più che ad altro morbo alle affezioni cardiache analoghe alle anginose di petto. Questa denominazione non potendosi usare in passato perchè non era per anco stata richiamata l'attenzione dei medici sopra le affezioni anginose, s'interpretò comunemente il *suspirium* per *asthma*. Che se anche l'angina di petto genuina, e molto di più le analoghe affezioni anginose furono, e sono tuttavia confuse con le asmatiche, non è maraviglia, che lo sia stato anco il *suspirium* di Seneca.

Per la qual cosa non serve che tutti gli autori a Seneca posteriori, anche medici, intendano per *suspirium* un' affezion del polmone, e che sotto questo nome raccontino storie d'asmatici, come a cagione di esempio fece Giovanni Rhodio, che ha due osservazioni (Obs. med. Cent. Obs. XXI XXII,) sotto la rubrica *suspirium a siccitate pulmonis; suspirium a pulmonibus inflatis*. Non serve che le Nosologie mettano *suspirium* per sinonimo d'*asthma*, come ha fatto lo stesso *Sauvages*. Non serve alla fine che tutti i Lexicon, e quello medesimo del *Forcellini*, traducano il *suspirium* di Seneca difficoltà di respiro, o asma, e che il vocabolo *suspirium* sia poi stato applicato perfino dai veterinarj agli animali tossicolosi, o vogliam dire *bolsi*. Tutti gli autori batterono la medesima strada, e tutti partirono dalla prima interpretazione data al *suspirium* di Seneca, giudicandolo una malattia asmatica.

Eppure lo stesso Seneca ha distinto, a me sembra, il suo *suspirium* dall'asma, poichè dice, che allorchè andava cessando, diventava prima anelito: *paullatim suspirium illud, quod esse jam anelitus caeperat etc.* e sembra che Seneca o non abbia inteso di chiamare latinamente *suspirium* l'*asthma* dei greci, come inclina a pensare Mercuriale, o che non giustamente abbia giudicato essere affezione asmatica il proprio male. Il vocabolo greco *asthma* aveva il corrispondente latino *anhelitus* od *anhelatio*, da *anhelo* respirare più spesso e più veementemente del solito, ed *anhelo* dall'antico latino *halo*, o dal greco *ἄω*, ambedue *spiro*, aveva poi tutti i suoi derivati, e Seneca stesso usò *anhelitus* nella stessa lettera 54, e dal suo contemporaneo Plinio il naturalista si disse *thymum prodest et orthopnoicis et anhelatoribus* (Histor. Nat. l. XXI, cap. 21) dal che vedesi posto *anhelator* in vece d'*asthmaticus*.

Dalle parole di Seneca, che il suo *suspirium* prima di cessare cominciava a farsi anhelito, *quod esse jam anhelitus caeperat*, si comprende del pari che dal suo impeto procelloso e breve ch' era molto più grave dell'*asthma*. Potea dunque essere l'*orthopnaea*, vocabolo greco, cui Seneca avesse sdegnato di usare, credendo di avere nella patria favella il corrispondente; *quem quare graeco nomine appellem, nescio. Satis enim apte dici suspirium potest.* Se non che Mercuriale ha opportunamente fatto rimarcare, che il *suspirium* di Seneca era assai più breve dell'*orthopnaea*.

Il sospiro, a dir vero, generalmente considerato, appartiene alle funzioni del polmone, ma in questo viscere non vi è la cagione, e di lui si può dire, come dell'astma convulsivo (1) che talora sia un sintoma di varie affezioni poste fuori dei polmoni. La cagione del sospiro è posta principalmente nel cuore. Cosa è di fatto il sospiro, e come si genera? Non altra cosa egli è, che una violenta respirazione eseguita a grandi intervalli, non consiste cioè, che in una grande e lenta inspirazione, che fa penetrare in un modo lento, graduato ed uniforme molta aria nel polmone. Ma qual' n'è la cagione occasionale, quale l'effetto, ed in quali circostanze si genera? il sospiro è provocato da tutte le cause fisiche e morali, in forza delle quali si accumula il sangue nel cuore, e nei polmoni, il suo effetto fisiologico è di proporzionare la quantità d'aria, ch'è introdotta nel polmone, alla quantità di sangue che vi circola. Si sospira in quasi tutti i casi nei quali il sangue accumulato nelle cavità destre del cuore, dee traversare i polmoni in maggior copia del solito, cioè in altri termini, quando v'ha accumulamento straordinario di sangue nelle cavità destre del cuore; si sospira per dilatare i polmoni, e così proporzionare la loro capacità alla maggior quantità di sangue, che debbono ricevere dal cuore. In tali casi il sospirare è una necessità, altrimenti rimanendo il cuore sopraccaricato di sangue minorerebbe, od arresterebbe il suo moto, e accaderebbe il deliquio, ed anche la sincope. Si sospira profondamente per sollevare il cuore dal peso che l'opprime, come per la stessa ragione traggonsi lunghi e profondi sospiri sortendo da una sincope, che non è riuscita mortale.

Quando si sopraccarica di sangue solamente il polmone, non è necessario il sospiro, ma ha luogo la sola difficoltà di respiro. Il sospiro sopravviene quando si carica anche il cuor destro. Quando poi il primo a sopraccaricarsi di sangue è il cuor destro, allora v'ha tosto il sospiro.

(1) Vedi la mia opera sull'Angina del petto, e le morti repentine, P. II, Cap. XII, 42.

Che se si caricano ambedue questi visceri ad un tempo, si destano contemporaneamente la difficoltà di respiro e il sospiro.

Da queste circostanze derivano le varie specie di sospiro, che furono notate dai patologi: dei piangenti, detto *luttuoso*, quando il solo cuore è oppresso; dei deliranti, detto *obblivioso*, perchè è una semplice dimenticanza di respirazione, per cui rimanendo i polmoni inattivi si gonfian di sangue, e resta così oppresso il cuor destro; degli amanti scontenti, detto *amatorio*, come cantava il maestro in tale materia; *ingemit et tacito suspirat pectore*. Nei casi, in cui sono gravemente oppressi e cuore e polmoni, nasce il sospiro, detto *ansifero*, dai greci, *aporiforon*, angustioso, ed allora al sospiro si associano l'ansietà e l'anelito. Questi sono i casi, che l'accuratezza di alcuni sommi medici distinse dai casi comuni di semplice asma, chiamando il sintoma *respiratio suspiriosa*. Così Morgagni rimarcò che la respirazione era divenuta *suspiriosa* in quell'uomo del n. 26 della sua ep. A. M. XX, nel cadavere del quale si è poi trovata in ambedue i ventricoli del cuore una concrezione poliposa, e maggiore nel ventricolo sinistro, il che non era per anco stato veduto dallo stesso Valsava.

Per le quali cose si viene a conoscere, che il sospiro angustioso può dipendere da due osservabilissime circostanze. O il cuor destro, o i polmoni sono morbosamente alterati, o non è che resa difficile od impedita la circolazione del sangue per la loro sostanza. Nel primo caso il sospiro e l'anelito sembra che debbano essere meno impetuosi, ma più difficili da calmarsi e più diuturni. Nel secondo più impetuosi, ma per contrario più brevi e più facili da calmarsi.

Quest'ultimo caso è quello precisamente di Seneca, e siccome suole egli dipendere, generalmente parlando, da ostacoli al libero corso del sangue posti nel cuor sinistro o nell'aorta, i quali di fatto determinano spesso non solo l'angustia ed il sospiro, ma anche le dilatazioni del ventricolo e dell'orecchietta destra del cuore, e talvolta cagionano perfino la loro rottura, come insegnarono Lancisi, Senac, Morgagni e Portal; il qual ultimo autore ebbe anzi ad avvertire ch'è d'uopo per lo più cercare la cagione dei disordini delle parti destre del cuore, nelle parti sinistre, così non sarà lontano dalla probabilità il pensare che il *suspirium* di Seneca possa esser derivato da taluno di questi ostacoli posti nel cuor sinistro o nell'aorta. E questa probabilità acquista una forza maggiore da un altro sintoma che soffriva Seneca essenzialissimo alla questione che agitiamo, e che merita quindi la speziale nostra attenzione. Egli sentiva nelle accessioni del suo *suspirium*, che gli mancava la vita. Ora questa sensazione è uno fra i segni li più caratteristici dell'affezione detta *angina pectoris*, come si può vedere nella mia opera sopra questa terribile e proditoria malattia; e fu questa sensazione eminentemente provata, ed egregiamente descritta dall'anonimo di Heberden, la storia della di cui malattia io riportai la prima. In forza di questa penosissima sensazione di mancanza di vita, niun male pareva a Seneca più molesto del suo, a lui che ne aveva molti sofferti, e che di sì alta stoica filosofia era fornito: *omnia corporis aut incommoda aut pericula per me transierunt; nullum mihi videtur molestius.* « E perchè no? » egli esclama, ogni altra cosa, qualunque ella sia, è un semplice esser » malato, ma il mio male è uno spirar l'anima: *quid ni? aliud enim,* » *quidquid est, aegrotare est; hoc est animam agere* ». Perciò dice che i medici chiamavano il suo male una meditazione della morte, cioè al dire di Gronovio, un esercitarsi a imparar a morire: *itaque medici hanc meditationem mortis vocant.* E già Seneca era preparato a dover spirare in un parosismo del *suspirium*, come appunto l'anonimo di Heberden; « farà l'anima, egli dice, ciò che più fiate ha tentato di fare: « *faciet* (1) *spiritus ille quod saepe conatus est* ». Anzi era egli così persuaso di dover repentinamente morire, che dice all'amico « non pensa» re ch'io ti scriva il mio pericolo con indifferenza, perchè io l'abbia » scappato; se mi compiacessi con questo fine di una quasi buona sa» lute, mi comporterei così ridicolosamente, come quello, che pensasse » d'aver guadagnata la lite, sol perchè ne avesse differito il giudizio: » *hilarem me putas haec tibi scribere, quia effugi; si hoc fine quasi* » *bona valetudine delector, tam ridicule facio, quam ille quisquis se* » *vicisse putat, cum vadimonium distulit* ».

Alle cose dette fin qui aggiungerò, che il *suspirium* di Seneca non era nè deliquio, nè sincope, perchè egli non perdea i sensi nell'accessione, ed anzi rimanea sì perfettamente presente a se stesso, che andava filosofando nello stesso pericolo di soffocazione: *ego vero et in ipsa suffocatione non desii cogitationibus laetis ac fortibus acquiescere.*

(1) Il testo dice *facit*, ma G. Lipsio dice *malim faciet.*

Forse che Seneca nell'attacco procelloso ed impetuoso d'un tanto male, soffria anche dolori al petto, i quali scrivendo egli ad un amico, e non ad un medico, non ha narrato; ma ha fondato il racconto sopra l' impeto e la durata del male, e sulla sensazione di mancamento di vita, che gli era la cosa la più tormentosa.

Adunque l' impeto procelloso, e non pertanto di breve durata del *suspirium*, e la crudel sensazione di morte imminente sono un complesso di fenomeni, che appartengono assai più alle affezioni cardiache ed aortiche, che alle pulmonari isolatamente considerate. Sembra perciò, che il *suspirium* di Seneca sia stato un'affezione cardiaca del genere delle *anginose di petto*, o secondo la denominazione, più assai esprimente, dell' illustre nostro Presidente, *steno cardiache*.

Io però non oserò tentare di determinarne la specie, e quantunque il *suspirium* sia stato sofferto da Seneca nella vecchiaia, età quasi esclusivamente propria delle affezioni anginose, non dirò ch'esso sia stato la vera angina di Heberden. Non si sa qual esito abbia avuto il *suspirium*; e non restò il tempo perchè si avverasse il tristo presentimento di Seneca, di dover una volta o l'altra morire nell'accessione. Morì Seneca, com'è noto, vittima della crudeltà di Nerone, e si aperse le vene.

Dirò solamente, che l'affezione *cardiaco-anginosa* provata da Seneca, per il suo carattere impetuoso e breve sembra essere stata di quelle, che sono prodotte da straordinarj e repentini impedimenti posti allo scaricarsi del ventricolo sinistro del cuore, per cui si arresta ad un tratto il sangue in questo ventricolo, e quindi nel polmone e nel ventricolo destro, e si corre immediato tremendo pericolo di spirar l'anima sul momento, ed effettivamente talvolta viene troncata repentinamente la vita, qualora l' impedimento non possa essere prestamente superato, e rimosso dai potenti sforzi del cuore, ma qualora è pur superato anche prestamente, cessa e dileguasi l'orrendo pericolo,

Giunto però a questo punto io non vorrò dissimulare, che ad onta di tutti gli argomenti in sostegno addotti della mia opinione, una massima obbiezione può essermi mossa, essenzialissima obbiezione, cui s'io non riuscissi a rendere inefficace e vana, sarebbe facilmente gettato a terra e distrutto quanto ho detto fin qui.

Fenomeno caratteristico dell' *angina pectoris*, e di parecchie affezioni analoghe si è l'essere il malato assalito dal male o salendo un acclivio, o velocemente correndo, o camminando contro il vento etc. e per tal modo assalito, da esser costretto persino a fermarsi sul momento, parendogli che se pur volesse continuare o la salita, o il corso, od anche il solo cammino gli mancherebbe la vita; e di fatto a taluno, il quale non volle tosto arrestarsi, la vita effettivamente mancò, ed io ne ho dato nella citata mia opera più d'un esempio, ed uno solenne nell'oss. XXIII.

Ora l'illustre letterato sig. cav. De-Rosmini sopra lodato scrive alla pag. 53 della sua vita di Seneca queste osservabili parole.« Non avea » Seneca abbandonati neppure in vecchiezza gli esercizj corporali. S'eser- » citava a correre, e a ciò teneva presso di se negli ultimi anni un fan- » ciullo per nome Earino, col quale giuocava, a chi primo corresse alla » meta. (epist. 83.) Prendeva pure diletto al nuoto, e di bel gennaio » nell'Euripo e nel Tevere si gittava. (ib.) »

Potrebbe adunque essermi opposto sull'autorità appoggiandosi di un tanto vivente scrittore: e come Seneca avrebbe potuto correre negli ultimi anni se fosse stato cardiaco ed anginoso? E come gittarsi a nuotare di bel gennaio nell'Euripo e nel Tevere? Certamente, o Signori, che non lo avrebbe potuto senza incontrare un' accessione del suo *suspirium*, e forse morir sul momento; e certamente ancora, che dopo un primo esperimento non avrebbe osato di avventurarsi al secondo. Per la qual cosa io dovrò chiaramente provare, che non esatta è l'esposizione del De-Rosmini, e che anzi generalmente parlando, egli ci dice il contrario di ciò, che narra Seneca di se medesimo nella lettera 83 da lui citata.

Narra Seneca, è vero, che in vecchiezza correva alla meta col suo Earino, ma lo fa per commiserarsi delle sue forze perdute, non per gloriarsene, e tutta commiserazione di se è quella sua lettera. Ed in fatti di che età credete voi che fosse quel suo competitore nel corso? Dovea essere un fanciullo di 6 in 7 anni. Lo stesso Seneca cel fa sapere narrando, che Earino solea dirgli scherzando: noi siamo sotto la stessa crisi, perdiamo i denti ambedue: *nos eamdem crisim habere, quia utrique dentes cadunt.* Non potea dunque essere un corso molto veloce quello con un fanciullo, che cambia i denti. Eppure anche questo era troppo per Seneca, e già pensava a cangiare quel suo competitore, e ne cercava uno più debole: *sed mutabitur, jam teneriorem quaero.* E già quasi più non arrivava quel corridore, e sentiva che fra pochi dì non avrebbe assolutamente più potuto arrivarlo: *vix illum assequor currentem, et intra paucissimos dies non potero*. E questo suo gran correre lo chiamava inoltre più fatica, che esercizio; *ab hac fatigatione magis quam exercitatione* etc.

In quanto poi appartiene « al prendere diletto al nuoto di Seneca » già vecchio, ed al suo gittarsi di bel gennaio nell'Euripo e nel Te» vere » narratici dal De-Rosmini, io debbo dire le cose seguenti. Lascio il far rimarcare che non dice Seneca di gittarsi a nuotare di bel gennaio, ma alle kalende di gennaio, ossia nel primo giorno di questo mese, giorno lietissimo e celeberrimo per i Romani, giorno in cui i magistrati entravano in carica, e dagli amici si davano reciproci augurj di felicità. È da notarsi per il nostro scopo, che Seneca non dice di gittarsi nell'Euripo e nel Tevere per nuotare, ma di saltare nell'Euripo per bagnarsi in quella auspicata festività, nella quale appunto col bagnarsi fra le altre cose festeggiavasi l'anno nuovo.

Non dice poi di saltar nell'Euripo, ossia in quello *stretto di mare*, come significa generalmente questo vocabolo, il quale è posto fra l'antica Beozia e l'Eubea, ora chiamato stretto di *Negroponte*, e una volta Euripo per antonomasia, essendo il più agitato *stretto di mare* degli altri *euripi* nominati anche da Plinio il naturalista, l'*Ellespontico*, sul quale Serse fece gittare il famoso ponte, ed il *Tauromitano*, ora di *Tormena*; ma dice semplicemente in *euripum*. Ora è qui da ricordarsi che *euripi* chiamavano i Romani gli alvei, le fosse, i canali, gli acquedotti, i serbatoj d'acqua, diremmo ora laghetti fatti dall'arte per utile e per delizia. Ogni ricco signore avea di tali *euripi* ne'suoi giardini. Anzi *euripi* si dicevano le raccolte o condotti d'acqua maggiori, mentre i più piccoli chiamavansi *nili*, come s'impara da Cicerone (de leg. c. 1.) « *ductus aquarum, quos isti nilos et euripos vocant* etc. » E di questi euripi o fosse se ne facevano anche di temporarj, come fece Scauro, al dire di Plinio (Hist. Nat. L. VIII (XXVI.) il quale fu il primo che in un *temporario euripo* abbia fatto mostra d'un ipopotamo e di cinque cocodrilli all'occasione dei giuochi della sua dignità di Edile. E negli *euripi* o stabili o temporarj si facevano combattimenti navali, o *naumachie*: e questi *euripi* per i giuochi navali Circensi non solamente empievansi d'acqua, ma furono una volta riempiuti anche di vino da quel pazzo di Eliogabalo, quel Sardanapalo di Roma. (Lamprid. in Heliogab. cap. XXIII.)

Oltre tutto questo, e ciò a noi importa ancora di più, è da sapersi, che Seneca non dice già che gittavasi nell'Euripo e nel Tevere, essendo egli vecchio, ma anzi che in vecchiezza non poteva soffrir più neppur di bagnarsi nell'acqua fredda, e che fredda era costretto chiamare la poco calda: *ab hac fatigatione potius quam exercitatione*, quella di correre a prova col fanciullo che cangiava i denti, *in frigidam descendi*, *hoc apud me vocatur parum calida* » io, segue a dire il vecchio Seneca, in questa cosa *laudator temporis acti*, come tutti della sua » età, io quel tanto bagnator d'acqua, che alle *calende* di gennaio sal» tava nell'*Euripo* (cioè nell'acqua del suo giardino) che all'anno nuovo » siccome col leggere, collo scrivere e col dir qualche cosa, così pren» dea buon augurio col saltare nell'acqua vergine (cioè di una particolare » fonte ch'era freddissima, come si ha da Marziale (Lib. VI. epigr. 42): » *cruda virgine, martiaque mergi*; e da Ovidio (de Art. am. III. v. 385.) » *nec vos campus habet, nec vos gelidissima virgo*, passai in seguito » primamente a bagnarmi (non a nuotare) nell'acqua del Tevere, cioè in » acqua meno fredda, perchè sebbene al dire di Bacci (del Tev. L. II, » pag. 135, ed Aldo Ven. 1576) l'acqua del Tevere per la sua freddezza » era stata cagione, che la nobiltà romana vi sostituisce le terme ad imitazione dei Greci, pure in confronto dell'acqua vergine era meno » cruda, al dire dello stesso Bacci (ivi pag. 102) e finalmente mi ri» dussi a bagnarmi in mia casa nell'acqua temperata dal sole, quando pe» rò sono fortissimo, e tutto in me procede con ordine, ma non molto » mi manca di ridurmi al bagno (cioè al bagno caldo, di cui si gloria » in altra lettera, la 108, d'aversi sempre astenuto): *ille tantus psychrolu*» *tes, qui kalendis januarjis in euripum saltabam, qui anno novo,* » *quemadmodum legere, scribere, dicere aliquid, sic auspicabar in vir*» *ginem desilire, primum ad Tiberim transtuli castra, deinde in hoc* » *solium, quod cum fortissimus sum, et omnia bona fide fiunt, sol tem*» *perat, non multum mihi ad balneum superest.*

Adunque L. Anneo Seneca in vecchiezza tutt'altro faceva che correre e che gittarsi a nuoto nell'Euripo e nel Tevere, ma non potea fare neppure un leggiero esercizio; e già chiaramente egli stesso ce lo fa sapere nel principio della stessa lettera 83 dal De-Rosmini citata in prova ch'egli correva e nuotava. » Oggi, egli dice, fu per me un solido giorno, » nessuno me n'ha rubata una qualunque porzione; l'ho tutto impiegato

»nello star coricato e nel leggere; una minima parte concessi all'eser»cizio, e su questo proposito rendo grazie alla vecchiaia, perchè non »gran cosa ella mi costa: appena mi muovo, sono già stanco. La vec»chiaia è il termine degli esercizj anche per li fortissimi. Mi domandi »li miei compagni d'esercizio? Mi basta il solo Earino fanciullo, come »sopra si è detto. *Hodiernus dies solidus est; nemo ex illo quidquam »mihi eripuit; totus inter stratum, lectionemque divisus est: minimum »exercitationi corporis datum; et hoc nomine ago gratias senectuti; »non magno mihi constat; cum me movi lassus sum. Hic autem exer»citationis etiam fortissimis, finis est. Progymnastas meos quaeris? unus »mihi sufficit Earinus, puer* etc.» In vecchiaia adunque Seneca nè correva, nè nuotava, e non potea fare neppure un leggiero esercizio, che ogni esercizio gli era fatica, ed appena movevasi era già stanco, e perciò in altra lettera, la 67, rende egli parimente grazie alla vecchiaia di averlo fissato nel letto: *ago gratias senectuti, quod me lectulo affixit.*

Rettificato così il passo del De-Rosmini, niente egli opponesi, perchè possiamo credere che il *suspirium* di L. Anneo Seneca non sia già stato un'affezion polmonare, od asmatica, ma *cardiaca* del genere dell'*anginose* di petto.

DEGLI ACCUMULAMENTI AEREI O GASOSI DEL CORPO UMANO

MEMORIA

DEL CONTE ANGELO DALLA-DECIMA

LETTA NELLA SESSIONE
DEGLI XI GENNAIO M. DCCC. XVI

Gli accumulamenti aerei in varie parti del corpo umano sono ed effetti e cause di parecchie e sovente molto gravi morbose affezioni. Nondimeno essi non sono stati esaminati quanto conviene, e ciò, che ne hanno detto gli antichi, non comprende che i fatti più evidenti e comuni, ed anche questi in una maniera più volte confusa e vaga. Tra le opere, che passano sotto il nome d'Ippocrate, v'ha un libro intitolato *De Flatibus*, nel quale si stabilisce l'aria come un principio necessario alla vita, e come causa principale di tutte le malattie. Si vuole, che l'aria venga nel corpo umano ed attratta dall'atmosfera, ed introdotta, mescolata ed unita agli alimenti, e quindi disciolta ne' nostri umori si porti per tutte le parti, che quello compongono, dove col suo accumulamento, temperatura e moto dia origine alle diverse malattie. Oltracciò si sa ch'Erasistrato credeva, che le arterie fossero piene di aria. Queste opinioni fondate sopra immaginarie induzioni e convenienze, e sopra una poco attenta considerazione de' fatti non potevano certamente somministrare alcun fondamento, nè lume ad utili conclusioni e giudiziose dottrine. In più altri luoghi dell'opere d'Ippocrate s'accennano distensioni flatuose od aeree nel canal alimentare, ed eziandio nell'utero. Le tumorose distensioni di basso ventre congiunte ad un notabile grado di elasticità erano già distinte co' nomi di flatulenze, di mateorismo, e di timpanitide, ma però non era sempre precisa, nè uniforme la spiegazione, che se ne dava. Procolo, della setta metodica, pretendeva che l'anasarca, la timpanitide e l'ascite costituissero tre diversi periodi d'una stessa malattia, l'idropisia; per modo che l'anasarca ne fosse il principio, la timpanitide lo stato e l'ascite la declinazione. Areteo poi mostra confondere la timpanitide coll'ascite, riguardandole pressochè come varietà d'una medesima specie di affezione. Celio Aureliano crede, che la timpanitide provenga da un doppio accumulamento d'acqua e di vento nella cavità dell'addome fuori degl'intestini. Galeno poi nel suo trattato *de Tumoribus* stabilisce la timpanitide per un'enfiagione ventosa di basso ventre. Parlando però nel terzo libro dell'altro suo trattato, intitolato *de symptomatum causis*, delle flatulenze di basso ventre, egli le ripete da un liquido esistente nel canal alimentare convertito dal calore in un vapore od alito. Una simile sentenza, illustrata da ulteriori teorie sulla fermentazione e sull'influenza del sistema nervoso, fu ne' tempi più a noi vicini prodotta dal chiarissimo Willis. Del resto riunendo varj passi dell'opere di Galeno, sembra ch'egli ammettesse queste distensioni flatulente o vaporose od aeree, e nella milza e nel fegato ed in altri visceri; nè guari da questo fu differente il giudizio su tale proposito di Alessandro Tralliano. Dopo l'istaurazione delle lettere, di mano in mano che s'andarono diradando le tenebre dell'ignoranza, questo soggetto fu molto meglio conosciuto; ma sebbene molte cose interessanti e curiose siansi su questo argomento in varj tempi prodotte, e sebbene Pechlino, Camerario ed altri uomini diligenti e sagaci se ne siano in particolar modo occupati, nondimeno le osservazioni, che se ne sono finora pubblicate, non sono così per ogni conto perfette, onde bastare alla formazione d'una generale e soda patologica dottrina. Considerando però attentamente le patologiche osservazioni, che sopra un tal argomento si sono in varj tempi prodotte, e prevalendosi dell'aiuto delle moderne chimiche dottrine, e delle conosciute leggi dell'animale economia, si potrà cercare di stabilire un saggio di teoria, se non affatto certa, almeno a molto probabili congetture appoggiata, la quale serva di sprone ad ulteriori più variate ed ingegnose ricerche, che atte sieno od a pienamente confermarla, od a mostrare le modificazioni, di cui è suscettibile. Frattanto per procedere con fondamento verso quest'oggetto, tre cose debbono essere attentamente considerate; primieramente, in quali parti dell'umano individuo, ed in quali circostanze s'abbiano trovati accumulamenti d' aria, o di gas; in secondo luogo quale sia la natura di questi gas; finalmente come tali accumulamenti succedano.

Quando si rifletta, che il canal alimentare è un tubo, a cui è sempre libero l'accesso all'aria atmosferica, se ne conchiuderà, che una tal'aria più o meno alterata si dovrà in quello trovare anche nello stato naturale e sano. Ma l'aria in molti casi di distensioni e gonfiamenti di ventre, che in varie affezioni sì croniche, che acute accadono, trovarsi preternaturalmente accumulata in qualche parte del tubo alimentare o nello stomaco, o negl' intestini tenui, o ne'crassi un gran numero d'osservazioni apertamente dimostrano. Così Arrigo Welse narra d'aver osservata nel cadavere d'una ragazza di due anni una porzione della cavità del colon, fra due spastiche contrazioni interposta, grandemente gonfia per l'aria in quella rinchiusa. S' ha un caso di Valsava, descritto dal Morgagni, d'una femmina di circa trent'anni, la quale dopo lunghi dolori agli arti soggiacque ad una copiosa scabbia umida, la quale essendo stata con rimedj esterni retropulsa, insorse una febbre acuta con grande calore e sete e feroce cafalalgia; successero delirio, respirazione difficile, ed enfiagione di tutto il corpo, ma specialmente del basso ventre, grande ambascia, e nel sesto giorno la morte. Apertone il cadavere, si trovarono lo stomaco e gl' intestini molto gonfi dall'aria ivi rinchiusa. Bergero pure vide uno di robusta complessione e gran bevitore, il quale morì d'una malattia, di cui i sintomi principali furono soppressione d'orina e peso al basso ventre senza alcun dolore. Nel cadavere vi trovò il colon grandemente dall'aria rinchiusa dilatato e teso. Io ommetto per brevità molti altri casi, che su tale proposito riferir potrei.

Sebbene non siano ugualmente frequenti gli accumulamenti aerei nella cavità dell'addomine fuori del tubo alimentare e degli altri visceri in quella contenuti, pure anche di quelli più esempj vengono da diligenti osservatori riferiti. Io non ne citerò, che due soli casi, l'uno indicato da Portal, e l'altro da Heistero, ne' quali, forato l'addome di due soggetti morti di timpanitide, seguì sull' istante una grand'esplosione d'aria molto fetida nel primo caso, ma nel secondo senza alcuna estraordinaria prava qualità, e senza alcun indizio di ferita, o di vizio ne' visceri sottoposti.

Di aria rinchiusa nell'utero fanno fede i pratici i più diligenti. Quindi s' hanno timpanitidi, e flatulenze uterine di varia durata e di vario esito. Io ho conosciuta una Signora nella Dalmazia, dalle pudende della quale tratto tratto sortivano flatuosità rumorose, che mentivano quelle, che dal retto intestino provengono, senza che nella medesima fosse alcun indizio di una comunicazione dell'utero o della vagina col tubo intestinale. Una tale affezione è già stata avvertita da Ippocrate, ma più apertamente poi da Aezio, il quale dopo aver detto « *vulva interdum a* »*partu refrigerata spiritu impleri solet, sive os ejus claudatur, sive* »*a grumescente sanguine obstruatur* » soggiunge « *nonnumquam spiritus efflatio per muliebre pudendum erumpit, ut ab aegris percipiatur.* » Ad una tale categoria si deve riportare la *timpanitide uterina vaga* d'Astruc, ed il caso riferito da Sauvages, tratto dal giornale di *Medicina* del Bianchi, di una femmina, che dopo una collera violenta soggiacque ad un'enorme enfiagione d'utero, per cui messa a letto, le coperte erano alternativamente sollevate e depresse, come se un vento andasse ivi da un mantice sortendo, onde un fischio veniva prodotto; la quale enfiagione terminò in una strepitosa impetuosa sortita d' aria. Un caso eziandio di simile sortita di flatuosità dall'uretra d'un uomo si legge nell'*effemeridi de' curiosi della natura*. Somiglianti osservazioni hanno data occasione ai patologhi di stabilire una particolare specie di malattia sotto il nome d'*Edopsofia*.

Giambatista Fantoni, citato dal Morgagni, trovò la vescichetta del fiele grandemente gonfia d'aria sotto la sua tonaca esteriore, e suo figlio vide più volte sotto l'esterne membrane del fegato, della milza, e specialmente del mesenterio un gran numero di vescichette di varia ampiezza piene d'aria.

Riguardo alla cavità del torace non m'è noto alcun esempio d'aria ivi accumulata, se non in caso di ferita. Abbiamo però più esempj di accumulamenti preternaturali aerei ne' polmoni, nel pericardio e nel cuore stesso. Quanto ai polmoni più casi se ne sono osservati. Fra questi abbiamo due riferiti dal chiarissimo Stórck. L'uno è quello d'un uomo di cinquant'otto anni, il quale era aggravato da una molestissima tosse, e da una cancrena alle dita del piede. Egli guarì dalla cancrena, e contemporaneamente la tosse si rese più mite; ma questa dopo alcuni giorni ritornò più fiera, ed accompagnata da difficile respirazione. Poco dopo l'ammalato morì, ed apertone il cadavere, si trovò il polmone duro, elastico e gonfio dall'aria accumulata in forma di bolle di diversa ampiezza sotto la membrana, che investe quel viscere; nè usando la pressione, si scorgeva quell'aria entrar ne' bronchi; ciocchè indicava, che la medesima non era da quelli provenuta. Tagliato quel polmone in più pezzi, questi pezzi restarono gonfi ed elastici. L'altra osservazione appartiene ad una femmina di 30 anni, la quale era da molto tempo tormentata da tosse secca, e da dispnea. Le si gonfiarono le gambe, la voce si rese affannosa, il polso piccolo, inuguale, gli sputi glutinosi. Il corpo tutto divenne in seguito edematoso, crebbe l'affanno, la respirazione si fece sempre più difficile, finalmente il polso diventò tremolo, e succedette la morte. Nel cadavere si trovò tutto il polmone pieno d'aria, ed alla sua superficie s'osservarono alcune vesciche di tal fluido ripiene, che avevano l'ampiezza d'un pugno. Il gonfiamento del pericardio prodotto da aria in quello rinchiusa fu osservato da Ballonio nel cadavere d'un vecchio sessagenario soggetto a palpitazione di cuore; da Hollerio in quello d'un altro individuo soggetto alla medesima affezione; da Bartolino in quello d'una vecchia morta da flusso di ventre, ec.

Più però de' già accennati della nostra attenzione degni, a mio avviso, si rendono gli accumulamenti aerei, o gasosi trovati nella cavità del cuore, ne'vasi sanguigni e nello stesso cervello, siccome quelli, che più prossimamente minacciano la vita, mentre dagli esperimenti fatti in varj tempi da parecchi diligentissimi uomini risulta, che una picciolissima quantità d'aria injettata nelle vene d'un animale a sangue caldo vi apporta prontamente la morte. Fra molti esempj di tale natura io sceglierò alcuni molto al nostro oggetto opportuni, e riferiti da autori, che per la loro sagacità, diligenza e candore meritano tutta la confidenza. Due di questi appartengono al sig. Littre, e sono descritti negli Atti della fu Accademia Reale delle Scienze di Parigi, nel tomo pubblicato per l'anno 1704. Nel primo si legge, che Littre nell'apertura d'una donna strozzata da due assassini, contra i quali ella aveva cercato d'opporre una valida resistenza, trovò i polmoni molto tesi, e la loro membrana, in cui naturalmente non apparisce alcun vaso sanguigno, tutta seminata di vasi grossi come spille mezzane. Attraverso di questa membrana appariva molto maggiore copia d'aria di quella, che soglia comunemente trovarsi nelle vescichette di què visceri. Aprendone poi il cuore, dal destro ventricolo sortì impetuosamente dell'aria, e vi si conteneva un'oncia di sangue vermiglio e schiumoso. Il secondo caso riguarda un uomo, il quale perì dopo essere stato per tre settimane tormentato da un dolor continuo nello stomaco, da mali frequenti di cuore, da nausee, e negli ultimi giorni da sortita di sangue, e per bocca ed inferiormente. Esaminatone il cadavere, si trovò nello stomaco un'ulcera rotonda vicino al piloro del diametro di cinque linee, e mezza linea profonda, molto sangue nelle cavità di quel viscere e degl'intestini: all'incontro i ventricoli del cuore, i suoi vasi, le sue orecchiette, e gli altri vasi grossi delle altre parti del corpo vuoti di sangue, e pieni d'aria. Littre poi dice, che ne' morti per una qualunque emoragia egli aveva sempre trovati pieni d'aria i vasi, ch'erano vuoti di sangue. In una femmina, nel giorno appresso la sua morte, Ruischio trovò il cuore sommamente gonfio per l'aria in esso contenuta, e quasi affatto privo di sangue. Un simile molto notabile gonfiamento aereo del cuore, senza che nelle sue cavità goccia di sangue si trovasse, osservò Giovanni Arrigo Groetzio nel cadavere d'una femmina morta fra'tormenti di un'affanosa dispnea e di continue lipotomie. Pechlino ha pure osservato in uno morto dopo fieri dolori di ventre, e gravi angustie di petto vuoto di sangue, e ripieno in vece d'aria, e grandemente ampliato e teso il ventricolo destro del cuore coll'auricola corrispondente, onde presentare un volume due volte maggiore del naturale. Gonfio pure grandemente d'aria trovò lo stomaco, e nelle vene per tutto il corpo porzioni di sangue vermiglio alternate da bolle aeree. Un altro caso d'aria accumulata nel cuore, e ne'vasi sarà da me descritto in appresso.

Abbiamo eziandio un caso riferito dal celebre Giuseppe Antonio Pujati di accumulamento d'aria nel condotto toracico. Fra le osservazioni del Morgagni ve n'è una d'un pescatore d'anni sopra i quaranta d'età, ernioso, e soggetto a flatulente affezioni di ventre, il quale attaccato improvvisamente da uno di tali accessi, mentre era nella sua barca, morì prossochè sull'istante. Nell'esame del cadavere si trovò molt'aria nel ventricolo e negl'intestini. La porzione dell'intestino tenue contenuta lassamente nel sacco ernioso era un po' livida, ma d'una consistenza uguale al resto, ed era eziandio alcun poco livido il sacco ernioso, che la conteneva. Livida in oltre era qua e là la faccia concava del fegato. Nella vescichetta del fiele si conteneva un calcolo nero, ed una bile nericcia. Il sangue ne' ventricoli del cuore era nero e spumoso, e di simile sangue turgide si trovarono tutte le altre vene in quel soggetto osservate. Il tronco poi dell'arteria polmonare era molto gonfio non solo per tal sangue, ma eziandio per aria in esso contenuta. La laringe era internamente nera e cancrenosa. Ommetto per brevità gli altri più minuti dettagli, e noterò con Morgagni due cose in questo cadavere osservate, cioè la cavità già indicata dallo stesso Autore nel principio della midolla spinale molto ampliata dall'aria ivi accumulata, e l'interiore membrana dello scroto grandemente gonfiata d'aria nel breve tempo di quella sezione, mentre al principio della medesima lo scroto non presentava alcuna notabile enfiagione. Aggiungerò un'altra osservazione dello stesso Morgagni. Un etiope di trent'anni dimorante in Venezia andò pochi mesi innanzi la sua morte soggetto a riccorrente languore di stomaco congiunto ad un po' di sudore, il qual malore si dissipava col prendere un po' di cibo. Una mattina dopo la colazione, mentre allegramente in compagnia di alcuni suoi amici se la passava, cadde a poco a poco indietro con alcuni tremori di tutto il corpo, e morì sull'istante. Il cadavere presentò un po' di lividura alla fessura del fegato; un sangue alquanto disciolto; i vasi sanguiferi, che passano sopra il corpo calloso, gonfi d'aria mista ad un po' di siero; e gonfi d'aria l'arteria basilare, e gli altri vasi posti nella superficie superiore del cervello. Anche Giovanni Guglielmo Albrecht trovò nel cadavere d'un apopletico aria ne'vasi del cervello; e Filippo Corrado Fabricio in una femmina, che in mezzo ad un'apparenza di salute fu improvvisamente colpita dalla morte, trovò i seni della dura madre, ed i vasi sì arteriori, che venosi del cervello privi di sangue, e pieni d'aria, senza che altro vizio in quel viscere apparisse. Narra Lieutaud, che una giovane di trent'anni di cagionevole costituzione fu colta da una febbre terzana, accompagnata da un acerbissimo dolor di capo, dalla qual febbre rimasta in quindici giorni libera, dietro replicate flebotomie, cadde poco dopo inaspettatamente in una sincope, che la tolse di vita. Nel cadavere si trovarono le vene del cervello, non eccettuato il pleno coroideo, vuote di sangue, e piene d'aria; privi di sangue i ventricoli del cuore e le auricole; idropisia di pericardio; la milza tre volte maggiore del solito; la cisti fellea contenente molte concrezioni. Willis eziandio dice, che nelle persone morte dopo una cefalalgia, oltre ai vasi pieni d'aria, non di rado si trovò la stessa pia madre enfiata da un sottoposto aereo accumulamento.

A tutti questi esempj io aggiungerò quello d'un caso da me osservato nell'anno 1782, mentre esercitavo la Clinica nell'ospedale di Firenze. Fu portato una sera nella corsia de' miei malati, dopo che io ne avea fatta la visita, un vecchio settuagenario, cachettico, con vomito sanguigno, dolor di stomaco, grande ambascia e prostrazione di forze. Fu sul momento rifocillato con qualche po' di alimento ed un po' di vino. Nel far la visita alla mattina appresso io trovai quest'uomo molto affannato, addolorato, vomitando sangue, e spossatissimo di forze. Aveva duri gl'ipocondrj, ed il sangue evacuato era nero e sciolto. Gli ordinai una somma quiete, un clistere di decozione di malva tepida da ripetersi due volte al giorno, l'uso frequente per bocca d'una chicchera d'acqua gelata resa acidola da un po' d'aceto, e tratto tratto qualche mezza chicchera di tenue mucilaggine fatta d'una decozione ristretta d'orzo coll'aggiunta d'un po' d'aceto. Con tali mezzi cessò il vomito, si calmò la cardialgia, si mitigò l'ambascia, e cominciarono a sollevarsi la forze. Perlochè dopo tre giorni si cessò dall'uso de' clisteri; fu reso meno frequente l'uso dell'acqua gelata; e si cominciò ad andar di mano in mano rinforzando l'alimento. Le cose andavano ogni dì migliorando, e l'ammalato si riguardava già come convalescente, e doveva dopo qualche giorno ritornar alla sua casa. Frattanto vennero a trovarlo sua moglie, ed il di lui fratello, e gli portarono non so qual focaccia, ed un po' di vino. Ritornarono i malori di prima, e vi s'aggiunse la diarrea. Si ripigliarono l'acqua gelata acidola, e la dieta tenuissima di prima, e si misero in uso i blandi clisteri di decozione di camamilla. Si calmarono il vomito, la nausea, la cardialgia e la diarrea, ma vi restò un'inappetenza, ed un mal essere generale, e le forze s'andavano molto lentamente ricuperando. In tale stato di cose una mattina nel far la visita ordinaria trovai questo malato seduto nel suo letto, e *cataleptico*. Aveva gli occhi aperti ed incantati, la faccia pallida ed abbattuta, il polso piccolissimo appena percettibile, e molto raro, rara e piccola la respirazione. Lo si chiamò più volte con voce molto forte, ma inutilmente. Egli era insensibile. L'ammalato vicino sorpreso di tale avventura, mi disse, che fino ad un quarto d'ora prima egli mostrava di trovarsi bastantemente bene, e che aveva discorso, o piuttosto altercato per una buona mezz'ora con suo fratello, ch'era venuto a trovarlo, e dopo la partenza del quale s'era sempre mantenuto nella stessa positura, senza far parola con chicchessia.

Gli feci subito applicare i vescicanti alle coscie. Tornai al dopo pranzo. L'ammalato cominciava a fare qualche sbadiglio, ed il polso era un po' rialzato. Alla sera trovai l'ammalato coricato nel letto cogli occhi chiusi. Il polso era più rialzato, la respirazione più sensibile, ma v'era lo stesso abbattimento di volto. Egli morì verso l'alba della seguente mattina. Nell'esame del cadavere fatto in quel dopo pranzo, trovai un po' di sangue nero e disciolto nel ventricolo; questo viscere, e gl' intestini flacidi: durezza nella milza e nel fegato; i plessi coroidei, e tutti gli altri vasi del cervello vuoti di sangue, e pieni d' aria. Il cervello aveva la sua ordinaria consistenza, nè si osservò alcuna effusione di siero, o d'altro liquore ne' ventricoli od in altra parte. Perlochè si può dalle cose sopra esposte concludere, che l'ammalato morì per un'apoplesia aerea; apoplesia, la quale fu già indicata dall' immortale Morgagni. Non trovo però, che alcuno abbia osservata una *catalepsi* nata da una somigliante cagione.

Grande poi è il numero di relazioni pubblicate sopra enfisemi prodotti da percosse, da varie malattie, da veleni e da varie altre sostanze internamente prese, oltre a quelle provenute in seguito a qualche ferita. Io non ne citerò che alcune. Nel terzo volume della collezione d'opuscoli medici pubblicata da Hallero v' è una dissertazione di Daniel Hoffmanno, e di Ferdinando Cristoforo Oetinger del 1737, intitolata *de aere microcosmi factitio*. Si narra in essa, che un villanello d'anni diciotto gettato in terra da un cavallo fu fortemente compresso al destro lato del torace dall'aratro, che gli venne addosso, e gl' infranse la terza costa corrispondente. Il garzone s'alzò, onde correr dietro al cavallo, ma poco dopo ricadde a terra per mancanza di forze, e soggiacque ad una grave lipotimia, dalla quale rinvenuto parlava a stento, ed aveva la voce clangosa ed aspra: s'andò enfiando tutto il corpo, e per tutto dove si toccava, si sentiva uno scroscio, come se in vece della pelle, vi fosse una pergamena. Tre giorni dopo accorso il chirurgo per trargli sangue dal braccio, trovò questo gonfio a segno, che a stento potè marcare la ricercata vena, ferita la quale, ne sortì molt'aria con fischio, ed interrotamente il sangue a maniera di goccie fra loro distinte. Il corpo s'andò sempre più enfiando, e specialmente lo scroto s'era espanso in un sorprendente volume, il quale però si diminuì alquanto, appena ne fu punta la pelle, sortendo con fischio un'aria fredda. In seguito s'aprì anche nell'altro braccio la vena, e ne sortì parimente fischiando l'aria. Confricate fortemente le tumefatte braccia, si sentirono moversi a maniera di sfere ivi rinchiuse e raccolte le bolle d'aria, finchè, nato un notabile tumore nella piegatura del gomito, cessò l'enfiagione dell'altro braccio. Una parte del torace, ed il collo vicino erano equabilmente enfiati, ma puntane appena la pelle, ne sortì la massima parte dell'aria ivi rinchiusa. Anche lo scroto essendosi nuovamente enfiato, questa enfiagione parimente andò minorando colla sortita dell'aria per mezzo di più punture minute sopra quella parte eseguite. Apparisce quindi, che la sola forte contusione è capace di produrre accumulamento d'aria nella cellulare de' comuni integumenti, ed eziandio ne'vasi. Nella stessa dissertazione si narra un caso d'un cappuccino, il quale in un inverno assai freddo avendo fatto un lungo cammino in mezzo alla neve, che gli arrivava quasi fino alle ginocchia, giunto finalmente stanco ed abbattuto al convento, se gli enfiò talmente lo scroto, che minacciava uno scoppio imminente. Si legge in Riverio nella seconda centuria alla sessantesima nona osservazione, che un ragazzo di 18 mesi s'enfiò improvvisamente tutto il corpo con febbre, e che un altro ragazzo della stessa famiglia era morto della stessa malattia. Sauvages dice d'aver veduto un chirurgo, il quale essendo stato soggetto per lungo tempo ad una quartana, s'enfiò tutto il corpo. Dice che il tumore in alcuni luoghi era edematoso, ma che nella faccia, nel petto, nelle mani e ne'polpacci l'enfiagione era enfisematica ed elastica. S'hanno esempj d'enfisemi specialmente alle gambe in alcuni casi d'isteria, d'enfisemi alternati da ptialismo e da diabete, d'enfisemi all'occasione d'un vajuolo, e di così dette febbri maligne ec. Oltracciò egli è noto, che vi sono certi animali, di cui la morsicatura è atta a produrre un'enfisema generale. Un caso però, che merita una particolare attenzione anche per ciò, che sarò per dire in appresso, è quello riferito da Alexander d'una donna gravida, la quale aveva preso per isbaglio una dose forte di nitro sciolto nell'acqua calda in vece del sale di Glaubero, o solfato di soda. Essa provò sull'istante una sensazione forte e pungente alle fauci, che produsse un così grande stringimento alla gola, che pareva che la volesse strozzare. Appena inghiottito, si sentì un fiero dolore allo stomaco, e si cominciò a gonfiare tutto il corpo, sebbene sulle prime le sia sopraggiunto un po'di vomito, per cui evacuò una piccola porzione di nitro preso. Nel breve spazio di quattro minuti l'enfisema era giunto a *segno, che la stringa del busto stava per rompersele, nè fu senza la maggior fatica del mondo, che poterono slacciarla a tempo di dare sfogo a quella enfiagione, che cresceva tuttavia furiosamente; e già le avea preso anche il collo di maniera, che il monile l'avrebbe per poco strangolata, se gli astanti non erano ben presti a levarglielo. Poi bisognò slacciarle anche le legacce e le gonnelle, perchè tutto il corpo se l'era enfiato: e tutto ciò accadde in sei o sette minuti.* Non erano più di dieci minuti dopo preso il nitro, che arrivò Alexander, il quale informato di tutta la cosa, fece subito prendere all'ammalata una conveniente copia d'ipecacuana, accompagnata da larghe bibite d'olio comune con acqua calda. Promosso per tal mezzo il vomito, s'andarono a colpo d'occhio diminuendo l'enfiagione ed i dolori. Il vomito fu maggiormente favorito da un po' di sale di Glaubero preso poco dopo. La donna abortì, e sopravvennero alcuni altri incomodi, da' quali pure in pochi giorni si riebbe perfettamente colla quiete, e coll'uso di sostanze mucilagginose e dell'oppio. D'un simile accidente fu pure minacciato il celebre abate Fortis nel 1784. Mentre egli si trovava a Molfetta presso il canonico Giovine, uomo dotto senza jattanza, e rispettabile non meno per le sue cognizioni, che per il suo morale carattere, e di cui mi resteranno sempre scolpiti nell'animo i tratti di cordialità usatimi, quando unitamente al predetto Fortis mi trattenni ospite in sua casa; mentre dico il Fortis era a Molfetta per esaminare col reale permesso la terra nitrosa, che aveva scoperta presso quella città in un luogo chiamato Pulo, sentendosi bisogno di purgarsi il ventre, prese di suo capriccio sciolta nell'acqua un'oncia di nitro ricavato dalla lisciviazione della predetta terra. Poco dopo gli si spiegò un intollerabile affanno ed un grande meteorismo di ventre, il quale sarebbe, secondo io penso, passato presto in un generale infisema, se prontamente non fosse insorto un gagliardo e copioso vomito, per cui, unitamente all'indigeste materie dello stomaco, il nitro preso venne evacuato. Dalle cose fin qui esposte ben apparisce, che in tutte le parti del corpo umano si può trovare, e s'è realmente trovato un qualche preternaturale accumulamento d'un fluido aeriforme, o gasoso.

Ma quale è poi la natura di questo fluido, ed in qual guisa tali accumulamenti succedono? Prima che s'avesse cognizione della dottrina de' gas, quel fluido si credeva generalmente essere lo stesso, che quello, che forma la base della nostra atmosfera, perchè non altro fluido aeriforme essere si pensava, che l'atmosferico. Ma poichè per le osservazioni d'Hales, di Black, di Priestley, e d'altri valenti fisici la scienza pneumatica fu meglio distinta, e di sempre nuove scoperte arricchita, all'aria atmosferica ne' predetti accumulamenti furono successivamente aggiunti varj altri gas, cioè l'aria fissa, od acido carbonico, il gas azoto, e la così detta aria infiammabile. Nondimeno i fondamenti, su cui veniva appoggiata la determinazione di questi gas, erano incerti e vacillanti; poichè consistevano od in qualche rara ed imperfetta esperienza ed osservazione, od in una vaga applicazione della dottrina delle fermentazioni. Laonde sebbene da molti anni per parecchie esperienze si fosse conosciuto trovarsi alle volte negl' intestini un gas infiammabile, non era però stato determinato, se quest'era idrogeno puro, ovvero un gas idrogeno, in cui disciolto fosse l'azoto, il carbonio, od altra materia.

Il signor Hallé medico francese in un *saggio di teoria sull'animalizzazione ed assimilazione degli alimenti*, pubblicato nel tomo undecimo degli annali di Chimica di Parigi, riferisce i risultamenti di alcune sperienze fatte dal sig. Jurine di Ginevra in differenti circostanze, e specialmente sopra un uomo vigoroso morto improvvisamente in una notte freddissima in mezzo alle apparenze della migliore sanità. In tali esperienze si notarono quattro diverse spezie di gas nel canal alimentare, cioè l'ossigeno, l'azoto, l' idrogeno e l'acido carbonico. La proporzione del gas ossigeno andava progressivamente diminuendo dallo stomaco agl' intestini, all' incontro andava corrispondentemente aumentando quella del gas azoto. La proporzione poi del gas idrogeno aumentava successivamente dallo stomaco sino alla fine degl' intestini tenui, ed in appresso andava decrescendo. Finalmente la proporzione del gas acido carbonico s'osservò la più variabile di tutte; ma nel predetto soggetto improvvisamente morto essa si trovò massima nello stomaco, e molto minore nel tubo intestinale. Frattanto il sig. Hallé molto giudiziosamente avverte, che queste deduzioni non si ponno riguardare, come le più sicure ed esatte, attesochè nelle sperienze a tale proposito istituite, i soli reattivi adoperati furono l'acqua di calce ed il gas nitroso.

Si credeva una volta, che l'aria fissa od acido carbonico non fosse già un prodotto, ma sempre un edotto, e che si trovasse come principio nelle sostanze animali o vegetabili, e ne costituisse una maniera di cemento, o di legame, che tenesse le altre parti fra loro obbligate ed unite, e che si svolgesse prendendo la forma aerea nella scomposizione di dette sostanze o per una spiritosa, o per un'acida, o per una putrida fermentazione, o per una combustione delle medesime. Per la qual cosa Hallero ed altri hanno creduto, che quell'aria, che si trova alle volte accumulata dentro i vasi od altre cavità non comunicanti coll'aria esteriore atmosferica, provenga da una putrefazione del sangue, o dell'altre parti liquide o solide, dove accade d'osservarli. Ma contra una tale sentenza basterà riflettere con Senac, che più volte s'osservano i vasi pieni d'aria, benchè nel sangue non sia avvenuta alcuna putrida dissoluzione. Così nel caso sopraccitato, da me osservato, di quel vecchio morto dopo un replicato accesso d'ematemesi, i plessi coroidei e gli altri piccoli vasi sanguigni del cervello si trovarono pieni d'aria, senza che alcun indizio di putrescenza nel sangue apparisse. All'incontro s'hanno molti casi di putride e saniose alterazioni senza tali gasosi accumulamenti. Io pure mi ricordo d'una giovane, la quale dopo due anni d'ostinata e sempre crescente emicrania al lato sinistro morì apopletica. Apertone il cranio, ed esaminato il cervello, si trovò il corpo striato sinistro convertito in una vescica ripiena d'un umor tenue, fetido, il quale per un'apertura laterale inondava il corrispondente ventricolo; nè in tanta alterazione e corruzione di sostanza alcun accumulamento gasoso o nei ventricoli, o ne'vasi del cervello fu osservato.

Ma sebbene sembra, che ammetter non si possa nel sangue circolante pe'vasi dell'uomo vivente una perfetta putrida fermentazione, ed uno sviluppo o formazione di gas quindi dipendente, nondimeno non s'avrebbe ragionevole fondamento di negare, che alle volte non possa aversi una così avanzata disposizione a tale fermentazione, ond'essa prontamente succeda dopo la morte della persona; ed oltreciò può alle volte succedere, anche in istato di vita, una putrescenza, mortificazione, o sfacello in una qualche parte del corpo, che dia occasione ad una formazione di gas, che insinuato nel sistema della circolazione vi produca aerei accumulamenti. Ed a tale proposito merita d'esser conosciuta un'osservazione molto singolare e curiosa comunicatami dal chiarissimo mio collega il professore Fanzago. Un signore d'anni 58, di temperamento melanconico, soggetto da parecchi anni a frequenti attacchi nervosi, fu trovato una mattina morto nel suo letto in un'attitudine, che pareva che tranquillamente dormisse. La sera avanti egli aveva cenato, secondo il solito, s'era mostrato di buon umore, ed era andato a letto alla sua solita ora; e solamente poche notti prima aveva sofferto uno de' sopraindicati attacchi nervosi. Visitatone il cadavere al dopo pranzo dello stesso giorno, esso tramandava un odor alquanto puzzolente, ed il basso ventre era molto gonfio e teso. Se ne intraprese la sezione dal cranio, ma nel tagliare gl'integumenti della fronte, sortì da'vasi recisi con molto sangue nero e disciolto un gas sommamente fetido, il quale andò crescendo quanto più di sangue s'andavano vuotando que'vasi, e nel sortire faceva divertere la fiamma d'un'approssimata candela, producendovi nello stesso tempo piccole deflagrazioni. Aperto il cranio, si trovò la dura madre fortemente aderente alla calvaria, la sostanza midollare del cervello alquanto floscia, ma nessun altro vizio s'osservò o nel cervello, o nel cervelletto, se s'eccettui una piccola copia di linfa leggermente colorita ne'due ventricoli laterali. La cavità del torace era assai ristretta, ed i visceri molto compressi dall'innalzamento ed eccessiva enfiagione del diaframma dentro quella. I polmoni però si trovarono nello stato di loro naturale integrità, ma non così il cuore, il quale unitamente ai vasi maggiori formava una mole deforme molto voluminosa, e grandemente tesa, resistente e dura. Apertone il destro ventricolo, ne sortì molt'aria, scomparve sull'istante l'enfiagione, ed il viscere divenne ristretto e floscio, siccome accade in una vescica, dalla quale per un'incisione fattavi sortì impetuosamente l'aria, che v'era rinchiusa, e che la teneva grandemente distesa e gonfia. L'addomine esternamente, come sopra s'è detto, era grandemente tumido e resistente, ma alla prima incisione, che ne fu fatta, sortì da quella cavità una quantità di gas così puzzolente, onde riuscire insoffribile, ed ammorbò in un istante talmente tutto il luogo scelto per una tale sezione, che mise a romore i circostanti, e perciò si dovette desistere da ogni ulteriore ricerca, e far sotterrare al più presto il cadavere. È naturale però il pensare, che quel gas così fetido provenisse da uno sfacello intestinale, e forse anche da uno stato simile di disorganizzatrice mortificazione in qualche altro viscere in quella cavità contenuto.

Le quali cose attentamente considerando, e volendo dare degl'indicati gasosi accumulamenti una qualche probabile spiegazione, io penso, che in generale l'ossigeno, l'azoto e l'idrogeno si trovino naturalmente nel corpo umano sotto due diversi stati, cioè in uno stato d'intima combinazione e fra loro, e cogli altri principj, che compongono le melecole primitive de' solidi e de' liquidi del corpo predetto; ed in uno stato di dissoluzione ne' diversi liquidi del medesimo. Lo stato di combinazione di que' tre principj nella composizione delle varie parti della macchina animale è pienamente dimostrato dalla moderna chimica. Egli è al presente noto, che l'ossigeno, l'idrogeno, l'azoto ed il carbonio in varia maniera e proporzione fra loro combinati ed uniti compongono l'albumina, la fibrina e la gelatina, di cui sono principalmente formati tutti i solidi ed i liquidi della macchina animale.

Nè già dopo l'esperienze indicate da Musschembroek sembra, che dubitar in alcun modo si possa, che un fluido di genere gasoso si trovi naturalmente disciolto ne' liquidi animali. In fatti se si leghi strettamente in due parti un pezzo d'arteria o di vena d'un animale vivente, onde sia impedita la sortita del sangue intercetto fra le due allacciature, e recisa poscia questa porzione di vaso sanguigno, la si collochi dentro la campana della macchina pneumatica; e se dopo che s'abbia fatto il vuoto nella campana, si fori la porzione di vaso in essa collocata; ne sortirà un'aria o gas. Che questo gas si trovasse nel sangue in uno stato di dissoluzione, anzichè d'intima combinazione, apparisce dalla facile sua separazione per la semplice sottrazione dell'esterna ordinaria pressione, e dal non osservarsi alcun indizio di scomposizione nel sangue restante dopo una tale sortita. Anche negli altri liquidi animali, nel latte, nella linfa, nella bile, ec. trovarsi un fluido gasoso in istato di dissoluzione più osservazioni sembrano apertamente dimostrare.

Ma sebbene sia già provata la dissoluzione d'una materia gasosa nei liquidi del corpo umano nello stato naturale e sano, pure non è del pari conosciuto, se questa materia appartenga ad una spezie unica di gas, ovvero a tutti e tre i gas sopraccennati l'ossigeno l'idrogeno, e l'azoto, i quali abbiamo già detto trovarsi combinati nella composizione delle diverse parti sì liquide, che solide del corpo predetto. L'ultima opinione, sebbene non sia ancora con decisive sperienze ed osservazioni dimostrata, sembra però essere la più probabile. Imperciocchè o quest'aria proviene dall'atmosferica o sia per mezzo della respirazione, o sia mescolata agli alimenti, od in altro modo, ed in tal caso pare che s'abbiano da ammettere i due gas, dalla cui reciproca dissoluzione risulta l'aria atmosferica, cioè l'ossigeno e l'azoto, sebbene forse in una proporzione diversa da quella, in cui si trovano nella formazione dell'aria atmosferica predetta. Ovvero risultano dalla continuata decomposizione delle parti per il regolare processo della vita, ed in questo caso sembra, che non s'abbia da escludere alcuno di quelli, che alla composizione di siffatte parti concorrono. Perlochè ammettendo i predetti tre gas in istato di dissoluzione ne' liquidi del corpo umano, segue, che i medesimi vi si debbano trovare equilibrati e fra loro, e colle particelle di que' liquidi; e che siccome essi vi saranno mantenuti in uno stato di compressione e d'incarceramento dalla tenacità o viscosità dei liquidi, da un certo grado d'attrazione delle molecole di questi verso le molecole di que'gas, e dalla pressione esterna; così i liquidi stessi si ponno riguardare come tenuti in una specie d'espansione dall'elastica ed espansile forza de' gas disciolti. Or poichè gli umori diversi hanno una diversa composizione e natura, e la condizione d'uno stesso umore non è la medesima in differenti età, ed in differente stato di sanità e di malattia, s'avrà eziandio una differente attitudine di tali umori alla dissoluzione de' predetti gas, de'quali perciò potranno variare e la quantità assoluta, e la proporzione ne' diversi umori, e nello stesso umore sotto una condizione diversa.

Del resto io giudico, che si possa stabilire, che tre siano i mezzi principali, pe'quali que'gas nel sangue e negli altri liquidi animali provengano: cioè la decomposizione o naturale per il successivo processo della vita, o preternaturale e morbosa delle parti liquide, o solide del corpo umano; gli alimenti e la respirazione, ai quali, malgrado alcuni esperimenti prodotti in contrario, io sarei inclinato ad aggiungere un assorbimento cutaneo. Non v'ha dubbio, che gli alimenti o liquidi, o resi liquidi per le varie operazioni, alle quali soggiacciono fino al momento, in cui sono assorbiti da'vasi chiliferi, non contengano una certa copia d'aria disciolta, che seco trasportano nella circolazione generale. Oltracciò un attento esame de' risultamenti della respirazione rendono grandemente probabile l'opinione di quelli, che pensano, che una certa copia di fluido aereo s'introduca pe'polmoni nel sistema della circolazione parte in istato di dissoluzione nel sangue, e parte in quello di combinazione con qualche principio del medesimo. Finalmente non si può negare, che per il solo processo della vita succedendo continuamente un certo grado di decomposizione e di rinnovamento nella macchina animale, e la condizione del sangue e degli altri umori, anche nello stato di sanità soffrendo nelle varie parti del corpo umano continui cangiamenti nella loro composizione per le varie secrezioni ed escrezioni, i gas, che vi saranno disciolti, non si troveranno per tutto nella medesima quantità rispetto a que' liquidi, nè nella medesima proporzione fra loro. Imperciocchè per la mutata condizione de' liquidi stessi, si cambierà eziandio la loro attitudine alla dissoluzione de' diversi gas nella stessa copia e proporzione di prima. Laonde nelle diverse secrezioni, ed escrezioni s'anderà dal sangue separando una varia quantità d'uno, o di più de' predetti gas, che in istato di combinazione, o di dissoluzione anderà a formar parte dell'umor separato od espulso. Ma nello stesso tempo, in cui da' diversi organi si separa una porzione de' gas nel sangue contenuti, questo ne acquista sovente una qualche altra porzione, la quale o l'umor separato permuta con quella, ch'esso riceve, o per la mutata condizione del sangue, da questo stesso si sviluppa per una nuova reciproca reazione de'suoi principj. Molto opportuno, secondo io penso, riuscirebbe a rendere più ferma questa dottrina, a farne conoscer meglio i rapporti, ed a purgarla da' difetti, che vi potessero essere, se dal sangue estratto da differenti parti di soggetti di diversa età e temperamento, sì in istato di sanità, come in varia specie ed epoca di malattia s'osservasse coll' aiuto d'un appropriato apparato di macchine e di adattati reattivi la quantità e qualità de' gas, che s'andassero sviluppando per la sola sottrazione dell'esterna comune pressione atmosferica; ed a questi risultamenti s'aggiungesse una distinta contemplazione degli altri fenomeni, e de' caratteri apparenti di colore, di consistenza, ec. di quel sangue innanzi e dopo la sortita di que' fluidi gasosi. Tali esperienze sarebbero state già da gran tempo da me eseguite, se avessi avuti esatti stromenti a tal uopo necessarj.

Frattanto da ciò, che ho di sopra esposto, si può generalmente inferire, che qualora siano tolte, o minorate le condizioni, che tengono nel sangue, od in altro liquido animale un gas incarcerato e disciolto, e qualora all' incontro siano nel gas accresciute le potenze, che favoriscono la sua separazione da quel liquido, questa soluzione non avrà più luogo, ed il gas eccedente o sortirà dal corpo, o si combinerà con altri principj, e formerà un tutto novello, o si mescolerà a'liquidi comunicanti, o finalmente formerà accumulamenti aeriformi o nella stessa parte, o nelle parti prossime, ed in quelle, che con queste hanno una qualche comunicazione.

Pertanto se sia accresciuta la forza espansile, o la copia del gas; se sia diminuita l'esterna ordinaria pressione; se scemi la forza di coesione nelle particelle del liquido; o se all'incontro cresca l'attrazione reciproca di queste, onde l'aumentata loro vicinanza scacci dal loro luogo le molecole del gas interposto; s'avrà una separazione gasosa; e se questo gas non vada contemporaneamente sortendo dal corpo, o non si vada combinando con altri principj, onde comporre una novella sostanza o liquida, o solida, s'avrà un accumulamento aeriforme. Quindi apparisce, che tale accumulamento potrà essere di vario genere e da varie cause provenire.

In fatti il gas accumulato può alle volte essere l'uno, o l'altro di quelli, che sopra abbiamo indicati, altre volte o tutti e tre, o due di essi insieme mescolati, ed altre volte i medesimi mescolati, o combinati con qualche altro principio proveniente da una decomposizione, onde s'abbia od un gas acido carbonico, od un gas idrogeno carbonato, od un gas idrogeno azotato, ec.

Questi accumulamenti poi potranno provenire 1. da una putrida scomposizione; 2. da un'altra diversa specie, comechè non ben determinata, di scioglimento, e di diminuita vitalità nel sangue, e negli altri umori; 3. da uno stato flogistico del sangue stesso; 4. da un'offesa, od attacco del poter nervoso, per cui restandone squilibrata l'azione sia turbato, ed in particolar maniera alterato l'ordine delle secrezioni; 5. da uno spasmo; 6. da una fermentazione di materie estranee nel corpo introdotte; 7. da un particolar grado d'atonia; 8. dal passaggio d'un gas da una parte ad un'altra, o per una comunicazione naturale, o per un'estraordinaria violenza. Imperciocchè alla sopraccennata generale derivazione di gasosi accumulamenti tre altre si debbono aggiungere. L'una di queste appartiene allo sviluppo di qualche gas nel canal alimentare per una viziosa digestione, o gastrica corruzione; l'altra a tutte le cavità in generale, nelle quali ha l'aria esterna un libero accesso, perlochè questa restando imprigionata fra due spastiche costrizioni dal calore del luogo rarefatta espande la cavità, in cui si trova rinchiusa; e finalmente la terza delle predette derivazioni comprende quegli accumulamenti gasosi nelle testè indicate cavità comunicanti o naturalmente, o preternaturalmente coll'aria esterna, cioè il canal alimentare, l'utero, ec. il torace, la cellulare cutanea, ec. dopo una ferita; ne' quali accumulamenti non s'hanno le suddette spastiche contrazioni, e che sembrano dipendere o da un eccessivo sviluppo gasoso dalle materie estranee in quelle cavità contenute, o dalla soverchia secrezione di gas nelle medesime unitamente ad una grande lassezza in quelle parti o visceri, per cui la resistenza delle distese pareti per la perduta, o troppo languida loro elasticità sia minore di quella, che oppone il combaciamento delle medesime l'una sopra l'altra. Ciò sembra avvenire in più casi di meteorismo nello stato delle febbri gastriche, ed in più casi di timpanitidi isteriche, siccome quella comunicatami dal chiarissimo nostro presidente, signor consiglier cavaliere Brera, d'una timpanitide isterica, che andò a poco a poco svanindo per le reiterate esplosioni d'aria di mano in mano che s'andò rinforzando il sistema generale di quell'inferma. Perlochè non recherà più meraviglia il caso descritto da Lieutaud d'una flatulenza enorme del ventricolo, sebbene ostacolo alcuno non si fosse trovato o nel cardias, o nel piloro. Nè, dopo quanto sopra s'è detto, riuscirà difficile il comprendere la ragione, perchè altre volte si trovino accumulamenti aerei dentro i vasi sanguiferi, ed altre volte bolle sparse nel sangue in quelli contenuto? Perchè il sangue in tali accumulamenti, o bolle sia ora d'una tessitura più ferma del naturale, ed ora più sciolto, ora d'un bel colore vermiglio, ed ora oscuro? Perchè, siccome avvertì il Littre, e come s'osservò nell'indicato caso del Fanzago, l'accumulamento aereo cresca, quanto più di sangue si vanno vuotando i vasi? Perchè in alcuni casi di flogosi il crassamento del sangue estratto da'vasi pieno d'aeree bolle apparisca? Perchè alle volte accadano enfisemi o per una ferita, o per una percossa, o per un rimedio preso, o per un veleno introdotto, o per una qualche affezione ricorrente, siccome s'è osservato in qualche febbre periodica? Perchè tali enfisemi cedano prontamente cessata la causa, che li produsse, ed altre volte siano più ostinati e caparbj? Malgrado però l'agevole spiegazione de' sopraccitati fenomeni, e la convenienza co' già ricevuti principj della moderna chimica e dell'animale economia; pure io sono lontano dal credere pienamente dimostrate le opinioni da me esposte; ma mi lusingo almeno, che non saranno giudicate indegne d'essere riguardate come un progetto di dottrina atto a servir d'eccitamento ad ulteriori sempre più interessanti investigazioni e scoperte.

OSSERVAZIONI MINEROLOGICHE SU LA MINIERA D'AGORD

ED ALCUNE ALTRE LOCALITÀ DEL TERRITORIO BELLUNESE

MEMORIA

DEL CONTE NICOLÒ DA RIO

LETTA NELLA SESSIONE PUBBLICA IL GIORNO XXII GIUGNO M. DCCC. XV

§ I.

Introduzione.

Se un accigliato geometra, o un canuto filosofo tanto più facilmente le verità matematiche, o le cause morali delle umane azioni disvela, quanto più nel solingo ritiro del suo gabinetto si concentra e si chiude, il naturalista all'opposto, e spezialmente il geologo, non può certamente nè istruirsi, nè per poco contribuire ai progressi della scienza, qualora

Per rupes scopulosque adituque carentia saxa,
Qua via difficilis, quaque est via nulla . . .

Ovidio Metam.

que' fatti non cerchi che la natura non isvela se non a chi audace la sorprende fra le cime e i burroni delle più trarupate montagne.

Egli è per questo che appassionato amatore della mineralogia, com'io fui fin dalla prima mia giovinezza, non mai ho trascurato occasione, che mi siasi presentata, d'intraprendere qualche montanistica escursione; ed una ben volentieri ne ho colta, la quale mi fu dall'amicizia del conte Marco Corniani, Ispettore generale delle miniere di queste provincie, graziosamente offerita.

Io avea già molt'anni addietro visitato quel lavoro, ed una relazione scritta dall'Ab Olivi, di chiara memoria, e da me ne fu letta a questa stessa Accademia, nell'occasione che le venne fatto dono di una collezione dei saggi di quella miniera; ma quantunque a quell'epoca i lavori si fossero molto estesi e migliorati in confronto di prima, per merito spezialmente de' N. N. H. H. Bataja, Nani e Morosini, componenti in allora il veneto magistrato alle miniere, nondimeno tali e tante sono le modificazioni e le aggiunte fatte di poi, ch' io credo che sentirassene da voi ben volentieri, se mal non m'appongo, la relazione, nella quale, toccando appena quant'era noto in prima, io mi tratterrò solo alcun poco sui lavori nuovi, e su qualche geologica osservazione relativa alla miniera o a que'contorni.

§ II.

Posizione geologica d'Agord.

Giace Agord a 18 miglia al N. O. di Belluno sulla sinistra sponda del Cordevole, e due miglia all' incirca prima d'arrivarvi si trova la miniera, le sue fucine e l'altre fabbriche inservienti alla miniera stessa. Occupano queste una ristretta valle trasversale, che dir potrebbesi un burrone, per la quale scorre un picciol torrente detto *Imperina*, che dopo aver dato il suo nome alla valle, e le sue acque agli edifizj della miniera, va a gittarsi nel vicino Cordevole.

Le montagne, che fiancheggiano il Cordevole, sono tutte di quella calcaria di color bigio sudicio, di frattura scheggiosa che passa alla concoide, di frammenti indeterminati, e di nessuna o poca trasparenza e lucentezza che costituisce la calcaria alpina, così detta da alcuni recenti mineralogisti tedeschi, la quale in fine altro non è che la calcaria di transizione, ossia la calcaria compatta degli orittologi. Al signor Brocchi, per alcune sue buone ragioni, non piace molto questa denominazione (1); nondimeno, qualora vogliasi considerarla come equivalente alla denominazione di calcaria di passaggio o di transizione, senza punto comprendervi la secondaria, cui non bene conviene il nome di *alpina*, perchè

(1) Brocchi, Mem. sulla valle di Fassa, pag. 3 e seg.

non costituisce la parte principale dell'alpi, e perchè orittognosticamente e geognosticamente diversifica dalla calcaria di transizione che costituisce la massa principale dell'alpi stesse, non saprei trovar a ridire a questa denominazione, ed io l'adotterò come più facile e compendiosa.

Questa formazione di calcaria alpina partendo da Belluno incomincia ad inalzarsi al *Mas*, luogo celebrato nella bella descrizione della *Villeggiatura di Clizia*, poemetto di Pagani Cesa, assai rinomato poeta, e luogo parimenti osservabile per le rovine delle sovrastanti montagne di *Cornia* al di là del Cordevole, ov'è situata la Certosa di Vedana, presentemente luogo di delizie della famiglia Erizzo, e di *Carera* al di qua del Cordevole. Occupano queste rovine, pur troppo non infrequenti in quelle montagne, come se n'ebbe anche recentemente l'esempio in Antelao, uno spazio di circa sei miglia quadrate di terreno.

. . . . Al destro lato, dice il Pagani nel citato poemetto,
« Sovrasta un monte, a cui staccossi un giorno
« Parte di lui; fresco l'orror ne mostra,
« E incerto, formidabile, scorrente
« La perduta metà par che raggiunga.

Non si abbandona più questa formazione fino all'ingresso della valle Imperina, e quando cammin facendo siasi giunti al *Peron*, piccolo villaggio, dove sogliono i viandanti far posa e rinfrescare le loro cavalcature, vedesi nella corte dell'osteria un grandissimo masso di questa calcaria caduto dalla sovrastante montagna, che nella mole se non nel pregio sorpassa quel grande masso granitico ritrovato nelle paludi della Finlandia, che con tanto onore della meccanica moderna e del fu Conte Carburi, trasportato a Pietroburgo, servì di base alla statua equestre di Pietro il grande, fattavi inalzare da Caterina seconda. La calcaria della montagna del *Peron*, che può dirsi piantata sul confine tra le colline terziarie e le montagne secondarie, contiene in se delle focaje, come ha potuto osservare il C. Corniani, che sì spesso ha avuto occasione di rivedere quelle località.

All'ingresso poi della valle Imperina alla formazione di passaggio della calcaria alpina succede una formazione primitiva di scisto (1) micaceo.

(1) Io ho adottato di scrivere la parola *scisto* e i suoi derivati senza l'*h*, che vi si suol mettere ordinariamente, per adattarmi meglio alla pronunzia originale tedesca di questa parola. Sa

Parvemi però non poco singolare la posizione di questo scisto, poichè piuttosto che costituire una regolare ed estesa formazione, siccome all'ordinario, costituisce in vece una giogaja, o un immenso filone racchiuso fra la calcaria alpina. Di fatto se partendo d'Agord e valicando la montagna di Riva si arriva alla sommità del *Poi* al sito detto *Coi mont* (cioè colle mondo, perchè è nudo e spelato) si vede patentemente che la grande deposizione di scisto micaceo, che forma la matrice della miniera, si trova racchiusa al Sud Est dalla valle Imperina, ed all'opposta parte al Nord-Ovest dalla valle Sarzana: le montagne, che formano i lati della valle Imperina, sono della solita calcaria di transizione e quelle della valle Sarzana di scisto: al di là di questa valle avvene un'altra parallela, detta di S. Lugano, per cui scorre il *Tegnaz*, e le montagne che bordeggiano il Tegnaz sono nuovamente della solita calcaria: avvi dunque una giogaja di scisto fra le accennate due catene parallele di montagne, e questo scisto tanto più si allarga, quanto più s' inalza.

Giacciono in questo scisto gl' immensi filoni della miniera d'Agord, ed osserveremo qui di passaggio che la maggiore loro potenza si trova fra il confine della formazione calcaria e scistosa.

§ III.

Osservazioni su questa particolar giacitura dello scisto.

Questa particolare posizione dello scisto micaceo imprigionato fra la calcaria alpina offre campo alle curiose indagini de' geologi; poichè se lo scisto micaceo spetta alle formazioni primitive, come comunemente si tiene, e per qual modo poi potrà trovarsi racchiuso fra formazioni d'epoca posteriore? E se la calcaria è posteriore, perchè non lo ha ricoperto? poichè tanta pure ve n'ebbe da formare le immense catene dell'alpi che lo fiancheggiano a destra e sinistra della sua direzione.

---

ognuno che in quella lingua l'*sch* si pronunzia presso a poco come il nostro *sc*, e l'*h* non si fa sentire: noi altri italiani facciamo talvolta i schizzinosi per l'asprezza che ritroviamo nella pronuncia di alcuni vocaboli tedeschi: non sarebbe egli ridicolo che rendendo italiana una voce tedesca la regalassimo di quell'asprezza che non ha nella sua lingua nativa? Il vocabolo *Micaschisto* non sarebbe egli più duro di qualunque durissima parola alemanna? Comunque sia io propongo questo modo di scrivere che adotterò, se vedrò che altri lo adotti, e abbandonerò, se non vedrò che da altri venga accettato.

Ecco come le osservazioni locali sono l'eculeo dei teorici, i quali dopo aver architettato un bel sistema sedendo al loro tavolino, molto sudano e si crucciano qualora lo vogliano far combaciare colle osservazioni reali.

In quanto alla prima questione potrebbesi sospettare che lo scisto allargandosi e sprofondandosi nel tempo stesso andasse a nascondersi sotto le montagne della valle Imperina e di S. Lugano, e costituisse così una formazione sottoposta alla calcaria alpina, e che fosse rimasto colà scoperto per l'azione di qualche corrente che avrà trasportato altrove la calcaria che originariamente vi dovea soprastare.

Un'osservazione di fatto dà qualche peso a questa mia congettura. Sulla sommità del poc'anzi nominato *Poi* sopra *Riva*, montagna che forma l'accennata giogaja di scisto-micaceo, ho rinvenuto sparsi grandi e frequenti massi di calcaria delle vicine montagne; e siccome il *Poi* n'è separato per interposte valli, così non si possono riguardare que' massi come caduti dalle sovrastanti montagne, perchè sarebbero rimasti nelle valli intermedie, ma piuttosto come resti di un corpo di montagna calcaria distrutta.

Questa mia osservazione convalida l'opinione di Bowles, il quale nella sua introduzione alla storia naturale della Spagna, pretende « che i massi isolati che qua e là rinvengonsi sulla superficie del Globo non sieno che gli avanzi di massi più grandi, di colli e di montagne degradate a quel segno; e che quel che di esse manca si trovi nelle circonvicine pianure. Se per casualità, dic'egli, restasse in mezzo d'una pianura un masso grande di rocca di 2 in 300 piedi d'altezza, si sentirebbero allora molti discorsi curiosi per ispiegare quel fenomeno, e si ricorrerebbe a qualcuno dei tanti sistemi e teorie della terra. Per alcuni sarebbe un vulcano, e per altri un terremoto, una rottura di montagne, il ritiro del mare, il diluvio universale, e qualche altra cosa di più bello: niuno forse direbbe che la terra di quel piano fu rocca e montagna, nè che una rocca decomposta pel suo movimento e divisione interna possa non occupare la centesima parte dello spazio e del volume, che occupava prima della risoluzione delle sue parti, e che quello scoglio, che supponiamo rimasto nel mezzo, si conservi intero unicamente perchè più duro e consistente. » (1)

(1) Bowles, Introd. alla St. naturale e alla Geografia fisica della Spagna, tradotta dal Milizia, T. I. 196.

Pari origine attribuisce ad alcune colline isolate anche Saussure, il quale presso Vidauban tra Frejus e Hyeres osservò una collina affatto piramidale ed isolata, composta di strati d'arenaria pressochè orizzontali; i strati inferiori contengono frammenti di rocce micacee, di porfidi ed anco d'arenarie più antiche, e gli strati superiori non contengono frammenti di sorte veruna. La regolarità e orizzontalità colle stratificazioni non lasciano riguardarla come uscita dalle viscere della terra; bisogna dunque, dice Saussure, che i banchi, che l'univano alle vicine montagne, e quelli che con dolci pendj l'attaccavano alle pianure, sieno stati rovesciati e trasportati. (1)

Si può dunque molto fondatamente sospettare che la giogaja scisto-micacea di *Riva*, *Poi*, *Coi-mond* ec., tra l'Imperina e Val Sarzana, fosse originariamente coperta dalla formazione calcaria, che una causa distruggitrice qualunque avrà in un tempo trasportata, e segnatamente in quella situazione ov' ha la sua massima pendenza.

L'aver avuto campo di fare queste osservazioni sulla sommità del *Poi*, l'ospitalità a me ed alle mie guide praticate dal paroco di Riva, e le graziose macchie che ho potuto vedere lassù del bellissimo *Rhododendron ferruginea*, allora fiorito, largamente mi compensarono del grave disagio della salita a più doppie accresciuto dalla pioggia e dalla burrasca che quasi costantemente mi ha accompagnato, e fece sì che poco possa contare sull'osservazione barometrica che avea fatto per aver l'altezza non per altro assai grande di quel sito, che mi è risultata di tese 497, 4, cioè più di cinque volte e mezzo all' incirca del nostro Monte-Rosso, e quasi come se il Monte di Rua fosse sovrapposto alla nostra montagna di Venda.

§ IV.

Natura e determinazione della matrice del filone.

Giace dunque la miniera d'Agord fra lo scisto micaceo che le serve di matrice. Due varietà poi si osservano di questo scisto: la prima molto più abbondante d'argilla contiene la mica argentea in minutissime squa-

(1) Saussure, voyages, T. 3, § 1465.

mette finamente e frequentemente dispersa; il suo colore è bigio blù; la sua frattura longitudinale e trasversale è lamellare, e si divide in grosse lamine. Esso pertanto molto s'accosta all'ardesia, ossia scisto argilloso, o *Thonschiefer* degli Orittologi, da cui però alquanto si discosta per l'interposta mica, e mi sembra appartenere al V. genere delle rocce cristallizzate anisomeri di Brongniart, ed esser una Fillade micacea, la cui origine però sembra più dovuta alla deposizione meccanica, che alla cristallizzazione confusa; ma lo studio delle rocce composte non è ancora avanzato a segno da poter ritrovare l'esatta indicazione, e la giusta classificazione di tutte le specie e varietà che di esse si rinvengono.

La seconda varietà cotanto abbonda di mica che quasi passa in essa: il suo colore è bigio nerastro; la sua lucentezza quella della seta e quasi metallica; la sua tessitura sfogliosa a lamine sottili e leggiermente ondulate; i suoi frammenti sono scheggiosi, che passano a quelli, ch'io dirò *piastriformi*, non sapendo meglio rendere, ciò che i Francesi dicono *fragments en plaques*, e i Tedeschi *scheibenförmig*, e le sue particelle squamose. Esso ha i caratteri orittologici dello scisto lucente di Brongniart, il quale per insensibili gradnazioni passa al mica-scisto, o glimmer-schieffer de'Tedeschi, ordinaria matrice de' filoni, e per mica-scisto considererei anche questa roccia, se non trovassi tutti gli autori concordi nell'annoverare come uno degli ingredienti essenziali del mica-scisto il quarzo, che pur manca nel nostro, sola ragione, per cui lo determino per lo scisto lucido di Brongniart piuttosto che per il mica-scisto dell'autore medesimo, ossia il *glimmer-schieffer* di Werner.

Un altro fossile viene colà da'minatori e dalle guide considerato come una terza varietà di scisto, e nominasi scisto steatitico, ma questo non è punto uno scisto steatitico, ma una vera e perfetta steatite in tutto il rigore del termine, la quale ivi si trova in un filone fra lo scisto lucido, come appunto non di rado suole trovarsi.

§ V.

Discesa nella miniera.

Ma conosciuta abbastanza la formazione delle montagne, in cui si trova la miniera, e la natura della roccia che le serve di matrice, è omai tempo di scendere nel sotterraneo. Spogliamoci adunque de'vestiti e indossiamo quelli di canopo, che troppo anneriti e sucidi diverrebbero i nostri per la fuligine delle lampane, e troppo macchiati e corrosi per l'acque vitrioliche che vi stillano. Già l'ottimo nostro Ispettore Corniani completo assortimento ha preparato fin dalla camicia e dalle scarpe, e di più un bel desco di sostanziosa colazione ha fornito, che inavveduta cosa sarebbe stata a stomaco digiuno intraprendere la penosa visita del sotterraneo. Le guide ci attendono all' ingresso della galleria di S. Barbara; le lampane sono accese; l'Ispettore ci accompagna: entriamo.

Entrasi dunque per la galleria, nominata di S. Barbara, galleria che s'interna 896 metri nella montagna; per lo spazio di metri 512 essa è scavata nello scisto-micaceo, e per li restanti metri 384 è scavata propriamente nel filone. Un filetto d'acqua che lentamente cade sopra una picciola ruota a casselle è la potenza motrice d'un orologio, che sta sopra una torricella fabbricata all' ingresso della galleria, e che segna l'ore pel cangiamento degli operaj, che succede di otto in ott'ore. Due dispense sono a questa torretta contigue, dall'una delle quali ricevono i minatori il lume, e dall'altra una medaglia di piombo indicante il lavoro cui sono addetti, la quale siccome non si dispensa che all'ora del cangiamento, e deve all'uscita esser riconsegnata al computista, perchè dia credito all'operajo del suo lavoro, così serve di scontro, non consegnandosi che a quelli ch'entrano nell'ora prescritta, e serve inoltre a garantire l' interesse dell' ignorante minatore, al qual oggetto fu, sotto la direzione del co. Corniani, introdotta con ottimo successo questa disciplina.

Dalla prima visita ch' io feci a questa miniera, molt'anni addietro, e in tempo ancora del veneto governo, al presente, molto migliorata ho ritrovato questa galleria, ossia pel suolo reso più eguale ed asciutto, ossia per l'elevazione data allo scavo per cui si può camminar sempre ritti e non curvarsi, come prima far si doveva, per alcuni tratti con grave disagio della persona: progredendo per la medesima sono disceso per il pozzo Erizzo, uno dei principali pozzi della miniera; pozzo che serve all'estrazione del minerale e alla discesa dei canopi che vi si calano per undici scale.

Diretta principalmente la mia visita al sotterraneo, a conoscere i lavori nuovi e gl' introdotti miglioramenti, e non già a visitar ogni pozzo, ogni galleria, ogni scavo, che troppo ci voleva, io sono disceso al secondo piano della miniera, nel quale oltre i lavori d'estrazione ho con molta attenzione visitato un nuovo e importantissimo lavoro che si stava facendo, diretto a mettere in comunicazione tutte le acque di quel piano, per il che si rendono praticabili alcuni antichi lavori che per l'inondazione erano stati abbandonati.

Una delle gallerie di questo piano mette ad altro pozzo molto profondo detto dello *Scarper*: questo pozzo è verticalmente scavato tutto nel masso del filone; se la vena cadesse essa pure perpendicolarmente, niuna conseguenza trar si potrebbe a favore di sua potenza dallo scavo perpendicolare del pozzo, ma siccome il filone d'Agord cade obbliquamente alquanto, così bisogna argomentare di sua molta potenza dall'osservare che uno scavo verticale d'un profondissimo pozzo non vale ad attraversarlo.

Il nostro viaggio sotterraneo fu disposto in maniera che noi ci siamo trovati in un'ampia cavità del piano di mezzo, cavità che con vocabolo tratto dal tedesco, benchè con alterata significazione, ivi chiamano zecche, vi ci siamo dico trovati al momento in cui effettuandosi il cangiamento de'minatori fu bello a vedersi lo scendere dalle scale del piano superiore i canopi destinati a riprendere il lavoro, mentre quelli che aveano terminato l'opera sbucavano dalla bocca del pozzo inferiore: il tetro lume delle fiaccole, l'incerto luccicar delle piriti, il cigolio delle macchine, il cupo fragor delle mine, la veste nera, la faccia scarna, la tinta pallida di que' canopi destano un certo senso di piacevole orrore, che invano si tenta emulare sulle scene nelle tragiche rappresentazioni di Semiramide, o Amletto.

Finalmente per il pozzo Napoleone io sono disceso alla massima profondità dei lavori, cioè a metri 175, calcolandosi dalla prima corona del pozzo Pizzini, ch'è al giorno, cioè prossimamente 81 tesa, profondità ben ragguardevole, poichè questo lavoro arriva ad essere, men poche tese, tanto profondo quanto è alto il nostro Monte-Rosso; sorpassa in profondità due volte l'altezza di Monte-Merlo, e solo che si sprofondasse ancora 21 metro vi starebbe due volte sepolto il campanile di S. Marco compreso l'angelo. Ad onta però che tanto siasi sprofondato lo scavo, il lavoro si mantiene perfettamente asciutto, vantaggio che devesi principalmente attribuire all'essere tutto scavato nella massa del filone stesso, che per la sua compattezza ed omogeneità non permette la feltrazione dell'acque.

Il fondo di questo pozzo tocca lo scisto; ma questo scisto forma esso il letto della miniera, ovvero non costituisce che un salto che ne interrompa il corso, come tanto di frequente si osserva nelle miniere, così che oltrepassata che fosse coi lavori la massa dello scisto costituente il salto o *la faille*, come dicono i Francesi, si possa di nuovo trovare la vena? Quest'è pur anco incerto, e perciò quando visitai quella miniera si continuavano ancora i lavori di ricerca seguendo la direzione del cumolo per assicurarsene.

§ VI.

Macchine della miniera.

Questa miniera è fornita di due macchine, cioè una macchina pompatoria ed un'altra di estrazione. La macchina pompatoria sollevando le acque dalla massima profondità le porta nella galleria di S. Francesco per dove fluiscono nel Cordevole: l'altra serve all'estrazione del minerale. Avvezzo a trattare più gli oggetti spettanti alla mineralogia che quelli appartenenti alla meccanica io non mi tratterrò a descrivere queste macchine, nè mi permetterò il giudicare del loro merito in paragone d'altre macchine di simile natura, ma dirò solamente che la forza motrice è l'acqua, nè abbisognano di cavalli, il che è un grande risparmio; che sole cinque persone bastano al maneggio d'ambedue; e che siccome la macchina d'estrazione può in ventiquattr'ore portar fuori 500 mila libbre di minerale, così calcolando che un uomo potesse in un giorno estrarne anche mille libbre, al che certamente non potrebbe arrivare, si vede che questa macchina risparmia il lavoro di trecento giornalieri.

§ VII.

Lavori esterni.

Ma usciamo omai dal sotterraneo, e fermiamci sulla piazzetta destinata a raccogliere l'estratto minerale, e dove se ne fa la prima separazione, dopo che le casse in cui lo si traspotra e si solleva hanno incontrato cammin facendo una stadera che ne segna il peso e la proporzionata mercede ai canopi.

Non tutto il filone è d'uguale ricchezza: generalmente è povero, calcolandosi contenere il 3 1/2 per cento di rame, ma largamente compensa la sua straordinaria potenza ed estensione. Il minerale è una pirite cupreo-marziale ossia un rame solforato ferrifero. Appartiene al rame piritoso amorfo di Haüy, ossia al *cuprum sulfure et ferro mineralisatum, minera colore aureo vel variegato nitente.* Wall. Questa pirite si trova in massa, talvolta superficialmente iridata, e quando sia straordinariamente ricca ed adorna dei più vivaci colori dell' iride porta il nome di fioretti, come diconsi *lozime* certi pezzi di pirite ordinariamente povera e che passa alla pirite di ferro, che presentano una superficie naturalmente lucida come uno specchio, al di cui uso anche suppliscono per que' poveri minatori. Non è ben chiara la causa della lucidezza che queste *lozime* presentano in una delle loro superficie, e quantunque questo fenomeno non debba essere particolare della miniera d'Agord, ed abbia io stesso una galena speculare di Reibel in Carintia, la quale mi sembra esser ciò, che in Agord si dice *losima*, nondimeno non veggo che dai mineralogisti siasi fatta attenzione nè studio per rintracciare la causa di questa lucidezza. Lo spato calcario, il quarzo accompagnano ordinariamente questa pirite, come pure vi si trova assai spesso unita, a quella particolarmente che si scava a molta profondità, ad una galena di grana minuta, così che risulta un minerale misto di rame solforato ferrifero e di piombo solforato, che con denominazione compendiosa io indicherò col nome di pirite piombifera.

Questa pirite piombifera siccome contiene oltre il rame il ferro e il piombo, anche dello zinco e molto arsenico, ed esige per ciò un trattamento diverso dalla pirite ordinaria, e molto più di fatica e di lavoro, così veniva per lo innanzi trascurata, e gittavasi o adoperavasi per riempire la gallerie abbandonate. Milioni adunque e milioni di quintali ne andarono miseramente dispersi fino a che, sotto la direzione del conte Corniani, s'intraprese ad estrarne il piombo con molto profitto. Si arrostisce dunque questa pirite piombifera in roste distinte da quelle in cui si arrostisce il minerale ordinario; durante la torrefazione che le si fa subire all'aria libera si sublima in fiori una gran parte dello zinco ch'essa contiene. Non essendo però questa torrefazione valevole a spogliarla di tutto lo zinco, le se ne fa subire un'altra più gagliarda a fuoco di riverbero, indi si polverizza col pistello, e ridotta in polvere si sottomette ad una terza torrefazione nel forno parimente di riverbero spesso movendola col sarchio; spogliata con questi replicati arrostimenti di tutto lo zolfo, lo zinco e l'arsenico ch'essa contiene, si passa alla fusione in un forno a manica, e si ottiene il piombo unito al rame.

Questo si tratta col solito processo della liquazione, e restando il rame in cialde buccherate e spugnose ne cola separatamente il piombo. Al momento della mia visita, quantunque fosse da poco introdotto questo processo, erano state fuse più di 8 mila libbre metriche di piombo, risultamento di una prima esperienza di quindici giorni di lavoro.

Questo piombo contiene 25 diecimillesimi d'argento, e si calcolava che reggesse il conto di sottometterlo alla coppellazione in Agord, dove abbonda il combustibile; molto più ch'era salito in prezzo il litargirio ossia ossido di piombo semivetroso: stavasi allora preparando il forno e le coppelle, che furono poi messe in pratica l'anno seguente.

Quand'anche non si trovasse vantaggiosa l'operazione di coppellare il piombo per ricavarne il poco argento che contiene a motivo del consumo della materia combustibile e della mano d'opera, dovrà sempre riguardarsi come utilissima introduzione quella del processo di estrarre il piombo dal minerale di rifiuto, processo che può mettere in circolazione una ragguardevolissima massa di piombo, al che devesi aggiungere l'importo del rame che resta dopo la liquazione, il quale pure tutto andava perduto, e l'utilità dell'impiego d'un maggior numero d'operaj, il che pure è d'aversi in vista in un pubblico stabilimento, quando ciò ottenere si possa senz'aggravio anzi con vantaggio del pubblico erario.

§ VIII.

Processo di cementazione a freddo.

Di non minore utilità fu per la miniera l'introduzione del processo di cementazione a freddo, che dicesi anche volgarmente di precipitazione o di sramazione. Intorno a questo occorre prima di sapere che tutte le acque che filtrano per la miniera, e che sono innalzate dalla macchina vengono portate nella galleria principale di discarico detta di S. Francesco, galleria che costò il lavoro di più d'un secolo alla veneta famiglia Crota, posseditrice un tempo di quella miniera; di là andavano quest'acque a perdersi nel vicino torrente Imperina: ora, giacchè quest'acque sono una ricca soluzione di solfato di rame, vengono esse raccolte, e per un canale di tavole si conducono dalla porta della galleria di S. Francesco alla non molto distante fabbrica di precipitazione. Consiste questa in sette casse parallelopipede disposte longitudinalmente una sotto l'altra a guisa di gradinata con leggerissima pendenza. Si riempie il fondo di queste casse di pezzi di ghisa; l'acqua vitriolica entra nella prima, e il rame in parte si precipita, poi passa nella seconda, nella terza, sino all'ultima, e l'acqua sempre più si spoglia del rame convertendosi in una soluzione di solfato di ferro: dall'ultima cassa cade nel serbatojo generale, da dove per un pertugio passa in una vasca, dalla quale col mezzo d'una tromba aspirante a quattro stantuffi viene rialzata e di nuovo portata sulla prima cassa, onde rinnovi il passaggio sulla ghisa.

Questo grande serbatojo ha due fori a differente livello; il più basso è quello che conduce l'acqua alla vasca testè accennata in cui pesca la tromba; il superiore è quello che discarica il serbatojo medesimo; e siccome l'acqua che sta al di sotto si suppone la più pesante, perchè più carica di particelle ramose, così quella che viene portata allo stantuffo è la più ricca, e quella che sorte per il pertugio superiore è la più povera e quasi interamente spogliata di rame. È poi certo che se anche non esistesse questa differenza di gravità specifica, l'acqua che se ne va per il foro superiore è quella che passò due volte sopra la ghisa, ond' è spogliata quasi interamente del rame, ciò ch'importa e che forma l'oggetto di quest'operazione.

Le casse hanno un coperto tutto minutamente pertugiato, sicchè l'acqua che passa dalla prima alla seconda, dalla seconda alla terza cassa ec. non cade immediatamente sopra la ghisa, ma sopra il coperchio, per i fori del quale va poi a cadere sopra la ghisa divisa in goccioline a guisa di minutissima pioggia, il che moltiplicando i contatti giova mirabilmente alla decomposizione del solfato di rame ed alla precipitazione del metallo.

Questa fabbrica è doppia, così che le casse sono quattordici; il grande serbatojo comune alle due casse è costrutto in mattoni, ed esso pure vien riempito di ghisa. Con tale fabbrica si mette a profitto tutto il vitriolo di rame che la natura forma nel sotterraneo, e si ottiene con minima spesa una grande quantità di rame di cementazione a freddo, che non abbisogna che di una semplice fusione per esser posto in commercio.

Il solfato poi di ferro, che durante questa operazione si forma, si trascura, perchè la fabbrica già ne somministra molto al di là della propria consumazione.

Forse che la nuova situazione politica di questi stati, e la revocazione del famoso editto di Berlino amplierà lo smercio di questa mercanzia, e rianimerà questo ramo d'industria.

§ IX.

Conclusione.

Io non mi sono proposto, o dotti Colleghi, che di parlarvi di alcuni nuovi processi ed utili discipline introdotte in questa miniera e di esporre qualche mia geologica osservazione intorno quelle rocce e quelle montagne. Troppo assai ci vorrebbe a particolarmente parlare d'ogni lavoro, d'ogni macchina, d'ogni fabbrica, delle gallerie di comunicazione scavate, delle rotaje stabili praticate dall'ingresso delle miniere fino alle tettoje, per cui da un solo ragazzo si spingono le casse di minerale in vece di farle tirare come prima da buoi, della quantità dei consumi dei generi inservienti alla miniera, del numero delle mano d'opera impiegate, delle misure prese per facilitare ed assicurare la sussistenza ai lavoratori ec. Tutt'altro ho preteso che di formare la storia di questa miniera, che il tesserla argomento sarebbe di libro voluminoso non di semplice memoria, ma di libro voluminoso che manca ancora, ch' io spero però veder condotto a termine dall' Ispettore conte Corniani, alla di cui diligenza e probità molto deve di sua prosperità questa miniera. I pochi cenni da me fatti però potranno essere sufficienti a far conoscere l'importanza e l'estensione di questo stabilimento, ch' è uno de' più grandi d'Europa, lo stato di progressivo miglioramento in cui era al momento che lo visitai nella state del 1813, e come la mineralogia e la metallurgia, benchè piante per dir così proprie ed indigene del suol germanico, crescano però prosperamente anche nel suolo italiano.

SULL'APPENDICE VERMIFORME DELL'INTESTINO COLON

OSSERVAZIONI

DI FLORIANO CALDANI

LETTE NELLA SESSIONE ACCADEMICA DEI XXV MAGGIO MDCCCIX.

Una picciola parte del corpo umano, chiamata dagli Anatomici *appendice o processo vermiforme*, aggiunta al principio dell'intestino *colon*, e pendente da esso liberamente nel destro lato del basso ventre, descritta da tutti gli Anatomici, e principalmente dall'illustre Morgagni, sia in questo giorno l'argomento, che vi trattenga per poco tempo, o Signori. Se non dovete attendere da un Anatomico o le abbaglianti immagini poeticamente introdotte negli avvenimenti della Storia, o alcuna di quelle scoperte, che per essere d'immediato vantaggio alla società credonsi i soli argomenti che possono interessare un'Accademia ed il pubblico; non è perciò che l'Anatomico non abbia alle mani un soggetto egualmente importante di quelli, se contempla la struttura di noi medesimi, se il meccanismo di molte nostre membra è ancora più sorprendente delle macchine le più composte, se funzione veruna del nostro corpo, o fenomeno alcuno annesso alla nostra esistenza non ottenne giammai senza il soccorso dell'Anatomia una facile interpretazione, o almeno un qualche plausibile schiarimento.

Stupisce in fatti lo studioso indagatore de' naturali cangiamenti del nostro corpo, allorchè esaminato il principio dell' intestino colon del feto (che cieco intestino dicesi dagli Anatomici, perchè ci offre la forma di un sacco senza inferiore apertura) passa ad osservarlo nell'adulto. Vede nel fanciullo, che quel sacco gli presenta un cono cavo, l'apice del quale comunica coll'appendice vicina; laddove crescendo il fanciullo e dilatandosi l'intestino, non si allarga proporzionalmente quell'appendice, che rimane anzi di gran lunga più ristretta, ed apparisce all'osservatore in un sito diverso da quello, che avea nel feto rispettivamente all'intestino, al quale è congiunta. Imperciocchè dilatandosi l'intestino medesimo più nel destro lato che nel sinistro, e più nella faccia anteriore che nella posteriore, l'origine dell'appendice diviene posteriore e sinistra. Nè ciò solamente conobbero gli Anatomici: indagarono la struttura di quella particella, le connessioni, le piegature, e ne confrontarono il diametro e l'estensione ne' varj soggetti e nelle diverse età, come fecero tra gli altri il sommo fisiologo ed anatomico Haller ed il lodato Morgagni.

Se però la cavità dell'appendice è continua al vicino intestino, e se nel fanciullo è dessa ripiena di meconio, si ricercò se le feccie eziandio dell'adulto che si raccolgono nell'intestino cieco penetrino in quella. La quistione, se io non m'inganno, non fu disciolta ancora; poichè, tranne alcuno degli antichi, nessuno degli Anatomici più recenti assicura di avere trovate le feccie nell'appendice vermiforme, ed a pochi venne in capo se in essa possano farsi strada o no. Che anzi il medesimo Morgagni, che tutte radunò le osservazioni de' vecchi scrittori, ci lasciò poi nello stesso buio, quando scrisse, che nell'appendice di un cadavere *nihil erat faecum, aut fere nihil, idque in principio si aderat*, e che in quella di altro soggetto *vix ramenta erant* (1). È chiaro che il *nihil* o *fere nihil*, il dire *si aderat*, e la particella *vix* non c'istruiscono bastantemente. Ho creduto perciò che simile questione non potesse meglio deciferarsi, che osservando l'appendice vermiforme in tutti li soggetti che per uso della scuola di Anatomia si fossero sparati nel corso di molti mesi. Ho dato principio a queste osservazioni nel mese di novembre dell'anno 1806, e le ho continuate fino al corrente mese di maggio 1809; e senza aver tenuto alcun registro de' cadaveri che mi vennero alle mani, come usano quelli, che vogliono ingannare gli allocchi, posso assicurare di averne aperti moltissimi, ed in due solamente ritrovai qualche porzione di materia fecale nell'appendice vermiforme, ch'era dilatata in modo straordinario, come appresso dirò.

E siccome il più delle volte videro gli altri ciò, ch'io pure ho veduto, cioè, che quell'appendice è vuota d'ogni escremento, così cercandone

(1) Epist. Anat. XIV, § 37.

taluno la ragione immaginò, che ciò si debba alla particolare direzione con cui quell'appendice si rivolge in alto, *ut nihil ingredi nisi adscendendo possit*, come congettura il citato nostro Morgagni (1). Ma può riflettersi che codesto rivolgimento allo in su del picciolo intestino non è costante, e che se pure lo fosse, la svariata positura del nostro corpo agevolar potrebbe assai frequentemente il passaggio delle feccie fluide dalla cavità del tubo intestinale in quell'appendice, se nulla più che la direzione di questa lor si opponesse.

È ben facile che ognuno di Voi si persuada, o Signori, che nell'esame non mai interrotto dell'intestino cieco in così gran numero di cadaveri, io abbia avuto il comodo di bene osservarlo. Ora in tutte le mie osservazioni ho veduto una piccola valvola nel sacco dell'intestino cieco là dove con esso comunica l'appendice vermiforme; e questa, a mio credere, impedisce alle feccie il libero passaggio di cui parlai, nè quindi è più duopo di cercare altra cagione di quell'impedimento o altro meccanismo che non sia costante e dimostrato.

Siccome però io leggo nella grande Fisiologia di Haller che *valvulam aliqui viderunt* (2) senza che aggiunga di averla veduta egli stesso, siccome il signor Caldani mio zio scrive, che in quel luogo *species quaedam valvulae preaest* (3), siccome il chiarissimo anatomico signor Soemmerring c'insegna, che *raro valvulosus aliquis apparatus in eo conspicitur* (4); così io non pretendo di proporre agli Anatomici una cosa nuovissima parlando ad essi di questa valvola. Se però quelle incerte espressioni e quelle rare osservazioni si confrontino con la copia de' cadaveri, ne' quali vidi la valvola, che ho accennato, sembrerà forse a taluno ch'io abbia veduto la cosa un poco più degli altri, e forse anche più che non vide il Bonazzoli, le osservazioni del quale registrate nei Commentarj dell'Accademia di Bologna (Tom. II. P. I, pag. 140) non corrispondono a ciò, che in seguito fu insegnato dagli Anatomici più recenti. Morgagni in fatti riferisce che in due soggetti presso l'apertura dell'appendice era un'insigne ruga (5), e Soemmerring, oltre la rara apparenza di valvola accennata poco prima, scrive che il processo vermiforme *plicam praefixam habet*. Potrebbesi dunque conchiudere che

(1) Adversar. Anat. III. *Animad.* XIV.
(2) *Elem. Physiol.* Lib. XXIV, Sect. III, § 3.
(3) *Instit. Anatom.* Tom. IV, pag. 30.
(4) *De corp. human. fabrica*, Tom. VI, § 239.
(5) Luog. cit. Advers. Anatom. III.

la ruga veduta due volte dal Morgagni sia appunto la valvola da me trovata in tutt' i cadaveri che ho esaminati, e che il celebre Soemmerring abbia distinto la valvola dalla piega ossia ruga.

Nelle sei preparazioni che presento all'Accademia del cieco intestino, pria rigonfiato coll'aria, poi seccato ed aperto nel lato destro, chiaramente si vede che dalla faccia posteriore del sacco ha la propria origine il processo vermiforme ad incerta distanza dal labbro inferiore della valvola del Falloppio. L'orificio che conduce a quell'appendice in tutte queste preparazioni ha una valvola o piega membranosa, di figura semilunare, il di cui lembo disposto a foggia d'arco è rivolto inferiormente (1). Questa membrana nell'intestino così disseccato è tesa per modo, che angustissima è la via per la quale dalla cavità dell'intestino cieco si passa a quella dell'appendice.

Diversa però è la forma di quella valvola nell'intestino recente, perchè il lembo n'è rotondeggiante a guisa appunto di una ruga (2) siccome si osserva tal differenza nella valvola del Falloppio (3) allorchè si confronti negl'intestini molli ed in quelli che furono disseccati; per lo che il grande Anatomico Albino parlando del modo migliore con cui devesi osservare quella valvola avvertì, che *inflato exsiccatoque intestino plurimum mutatur natura et conformatio* (4). Ed in fatti essendo questa piccola valvola una piega o ruga delle due interne membrane, prominente là dove l'appendice vermiforme nasce dall'intestino e fa un angolo con questo, e poichè tutta la cavità dell'intestino è sparsa di altre piccole rughe, non solo è facile cosa ch'essa sfugga dall'occhio dell'osservatore, ma è pur necessaria una particolare attenzione per ravvisarne la forma, la disposizione e direi anche l'ufficio, se prima non sia stato dilatato dall'aria quel sacco membranoso e seccato. E per tal ragione io credo, che l'illustre mio antecessore Morgagni in due soli soggetti vedesse l'orificio dell'appendice *insigni quadam ruga in palpebrae superioris modum facta et disposita ita obductum, ut nihil omnino sive flatus, sive eo delabentis materiae subire appendiculam posset*: e per

(1) Vedi la Tav. I. Fig. II. e.

(2) Vedi la Tav. I. Fig. I. e.

(3) Così ho il costume di chiamare quella valvola, che alcuni vogliono essere stata scoperta da Postio, da Bauino e da altri. L'onore di tale scoperta devesi all'italiano Falloppio, come appare dai manoscritti di lui conservati nella Biblioteca di Gottinga. Vedi Blumenbach, *Institut. Physiolog.* Sect. XXXIII, § 419.

(4) *Acad. Annotat.* Lib. III, Cap. 2.

tal ragione eziandio nella figura dell' intestino cieco, ch'egli pubblicò nella terza parte de'suoi Avversarj, vedesi il forame del processo vermiforme sprovveduto di ogni valvola o ruga.

Siccome poi il chiarissimo Haller nella sua Fisiologia, là dove dice che *valvulam aliqui viderunt*, cita la testimonianza del Weitbrecht nel volume XII de'Commentarj dell'Accademia di Pietroburgo, così ho giudicato che fosse conveniente di esaminare quel volume. Ivi tra varie osservazioni anatomiche raccolte in una dissertazione dal Wilde (e non già dal Weitbrecht) una ve n'ha sopra la strana forma che presentò l'appendice dell' intestino cieco di un uomo, ed a quella osservazione aggiunse l'Autore un cattivo disegno, nel quale accennò con la lettera B la valvola di cui favello, quantunque io non ne abbia incontrato alcun cenno nella dissertazione. La stravagante struttura dell'appendice descritta dal Wilde fu dalla natura imitata in un altro soggetto, ch' io ebbi occasione di esaminare nello scorso anno 1808, e qui vi presento quell' intestino (1), acciò col confronto delle altre preparazioni la differenza si conosca della conformazione nelle parti. In questo uomo molto dilatato è il principio dell'appendice o processo, cosicchè rappresenta piuttosto un sacco comunicante con l' intestino cieco e continuo con la rimanente appendice, che ha il diametro ordinario. La valvola di cui ho parlato finora, scorgesi nel confine che separa il sacco straordinario dall'appendice, cosicchè il sacco medesimo si potrebbe considerare da taluno qual porzione dell' intestino cieco più che del processo vermiforme, e tanto più perchè in quel sacco medesimo si raccoglieva alcuna quantità di materie fecali. Nell'esempio riportato dal Wilde l'orificio dell'appendice era angusto come si osserva ordinariamente ed era provveduto di una valvola, dilatavasi poi per qualche tratto, superato il quale, il processo o l'appendice riacquistava il consueto volume.

Nè l'accennata varietà di struttura incontrasi soltanto in questa particella; ma siccome in altre parti del corpo umano, così in questa particolari differenze si trovano da colui che l' esamina in molti cadaveri. Tale è per esempio quella, ch' io feci delineare nella figura 4 della Tavola CXXIII delle *Icones Anatomicae*, ch'avea all'origine sua due piccole labbra, com'è la valvola del Falloppio. Nella spiegazione di quel-

(1) Tav. II, fig. 1.

la figura dissi *ostium appendiculae vermiformis, in quo saepissime valvulam inveni*, perchè all'occasione che fu disegnata quella figura io non avea tante osservazioni per dirne di più. In altro cadavere l'appendice discendeva dall'intestino cieco che sembrava ristringersi a poco a poco a guisa d'imbuto, ed è facile di credere che nello sviluppo di quell'individuo rimanendo l'appendice nella situazione che ha nel feto, le feccie abbiano sempre tenuta aperta la via di comunicazione tra le due cavità, laonde non fa meraviglia che in quel cadavere mancasse la valvola di cui ho parlato finora, che l'appendice fosse dilatata, e che penetrassero in essa le feccie. Eccettuate però queste insolite deviazioni dall'ordinaria struttura, ho ritrovato la valvola o ruga in tutt'i cadaveri che ho esaminati, e parmi che con un tal corredo di osservazioni io abbia ragione di conchiudere che nè le feccie, nè l'aria passa liberamente dall'intestino cieco alla vicina appendice, perchè premendo le feccie dall'alto al basso, si applica essa vie più all'apertura dell'appendice, e quindi la via di comunicazione tra le due cavità viene interrotta, come accade appunto alla valvola del colon che impedisce il passaggio degli escrementi dal medesimo intestino cieco al tenue che gli è vicino, perchè quegli escrementi nell'ascendere all'intestino colon esercitano una compressione sul labbro inferiore della valvola, e chiudono così di per loro stessi la via per la quale potrebbero facilmente ritornare. S'intende così perchè neppure di aria trovò piena quest'appendice il Valsalva in una vergine, l'intestino colon della quale *valde erat flatu distentum*, e l'appendice fosse lunga otto dita trasverse (1), e perchè così raramente si sia trovato in quella un qualche vestigio di materia fecale.

Se dunque dalle cose esposte fin qui è dimostrato che il passaggio dell'aria e degli escrementi dalla cavità dell'intestino cieco a quella dell'appendice è impedito da una valvola che trovasi in tutt'i cadaveri, rimane a determinarsi il fine per cui la natura aggiunse all'intestino colon quell'appendice. Non oso negare che Fabricio d'Acquapendente, lo Spigelio, il Morgagni ed il Santorini abbiano osservato un qualche lombrico nell'appendice vermiforme; ma non credo che si possa perciò conchiudere, che in quella i lombrichi depongano le nova, e che in verun altro luogo più tranquillamente crescano e si sviluppino. Confes-

(1) Morgagni. *Epist. anat.* XIV, § 3.

sa lo stesso Morgagni, ch'esitò molto ad abbracciare questa idea, allorchè gli si affacciò alla mente, perchè non potea credere che una parte di noi fosse stata destinata a comodo, direm così, de'vermi, da'quali sono certi i danni, ignoto il vantaggio che dobbiamo attendere; pure rammentando egli le osservazioni di molti medici che rinvennero i lombrichi in quell'appendice, e mosso dall'approvazione che questa congettura ottenne dal Santorini, non solo gli piacque, ma gli parve anche confermata dai fatti (1). Io dubito però moltissimo che il dotto mio antecessore rinunciato arebbe a quel pensamento, ed altro uso arebbe attribuito a questa particella del corpo umano, se avesse rammentato che non v'ha in noi organo alcuno, in cui non siensi incontrati i vermi in maggiore o minor quantità, che i lombrichi forarono più volte le pareti degl'intestini, che s'introdussero nel condotto escretorio del pancreas, e che la struttura dell'appendice medesima ci dimostra essere ben altro l'ufficio a cui fu destinata.

È certo in fatti, che gli escrementi versati nell'intestino cieco hanno perduto molta parte de'liquidi che seco recavano passando dallo stomaco al tubo intestinale, e quindi è certo che divenuti densi e tenaci sono vie più atti ad irritare con qualche incomodo l'interna membrana dell'intestino cieco. Che se vogliamo aggiungere che quegli escrementi deggiono trattenersi per qualche tempo nell'intestino medesimo, ci sarà forza di conchiudere che questo irritamento dee farsi maggiore. A togliere o a minorare quella molesta impressione non era forse bastante il muco che sgorga da tutta l'interna superficie del sacco; e siccome in altre parti del corpo umano furono collocati certi fonti particolari di questo umore, perchè gli organi per il loro ufficio più ne abbisognano, così è fuor di dubbio che lo stesso dovesse aver luogo nell'intestino cieco. Poichè adunque oltre i molti follicoli che sono alla base della lingua e sull'interna superficie della faringe, e nella membrana interna dell'uretra, il forame cieco nella lingua, le tonsille presso il palato, la prostata ed altri corpi glandolosi presso l'uretra somministrano a norma de'bisogni, e quando gli stimoli sono maggiori, nuovo muco ed abbondante; un pari ufficio a me sembra che debba ascriversi all'appendice vermiforme che di muco provvede continuamente l'intestino cieco. E

(1) Ivi, § 41.

per verità, oltre che quella particella vedesi ordinariamente ne' cadaveri ripiena di muco, le sorgenti di siffatto liquore facilmente si scuoprono da chiunque ne contempli l' interna superficie. Tagliata l'appendice per lo lungo, apparisce sparsa di molti follicoli rilevati o piccioli globetti, a ciascheduno de' quali corrisponde un forellino detto *poro* dagli anatomici, per cui il liquore separato dal follicolo è versato nella cavità dell'appendice (1). In quel serbatojo si condensa esso vie più, e per l'effetto del movimento peristaltico dell'appendice accresciuto dalla dimora delle feci nell' intestino cieco ribocca di tempo in tempo quando n' è maggiore il bisogno, cioè, quando la contrazione dell' intestino maggiormente agisce sugli escrementi stagnanti.

Nè perciocchè alcuni cadaveri eran privi di quell'appendice, o dessa era divenuta legamentosa potrà rivocarsi in dubbio l'ufficio indicato, o potrà credersi che non sia essa necessaria al tubo intestinale (2). È pur noto ad ognuno che non in tutti gl' individui è scavato egualmente il forame cieco della lingua, ed anzi in qualche cadavere neppure si scorge; nè perciò si può dire ch'esso non raccolga il moccio somministrato dalle glandole profondamente collocate, e non lo versi sulla superficie della lingua medesima. Diviene talvolta scirrosa una tonsilla, o è estirpata dal chirurgo, e scirrosa si fa la prostata; nè perciò si pensò da alcuno che questi organi potessero dirsi inutili alla generale economia ed alle funzioni dell'uomo. Se a me fosse accaduto di aprire un cadavere mancante dell'appendice vermiforme, arei cercato di scuoprire se nel fondo dell' intestino cieco si nascondesse una più copiosa raccolta di follicoli o di glandolette che ne facessero le veci, la qual cosa non fu avvertita da quelli a' quali si presentarono le opportune occasioni per osservarla.

(1) Vedi la Tav. II, fig. 2.

(2) De Bononiensi Scientiar. et Artium Instituto atque Academia Commentarii. Tom. II, Pars I, pag. 141.

Fig. 1.

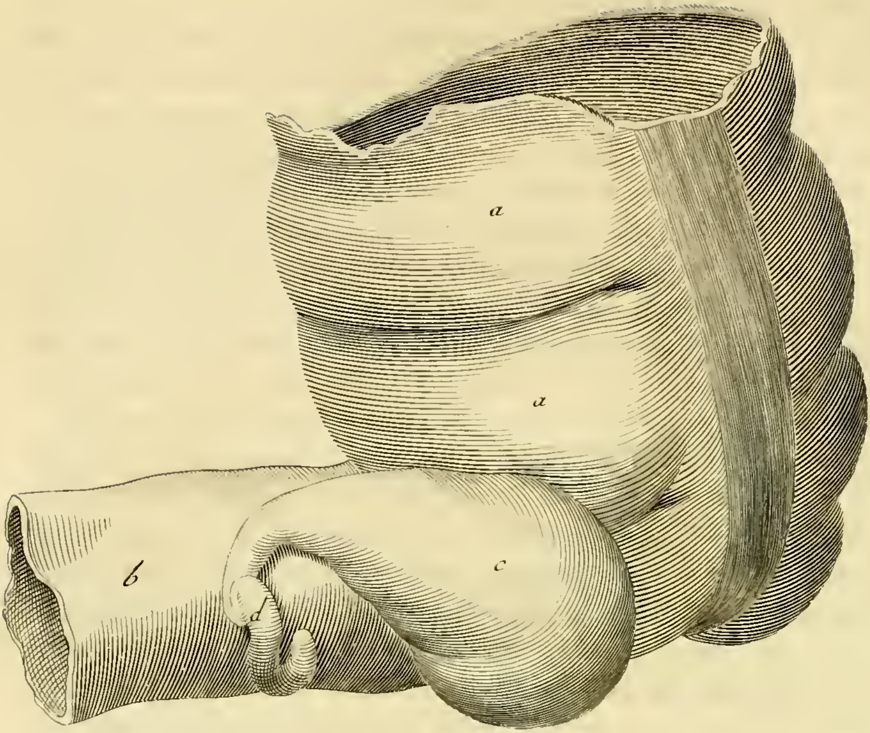
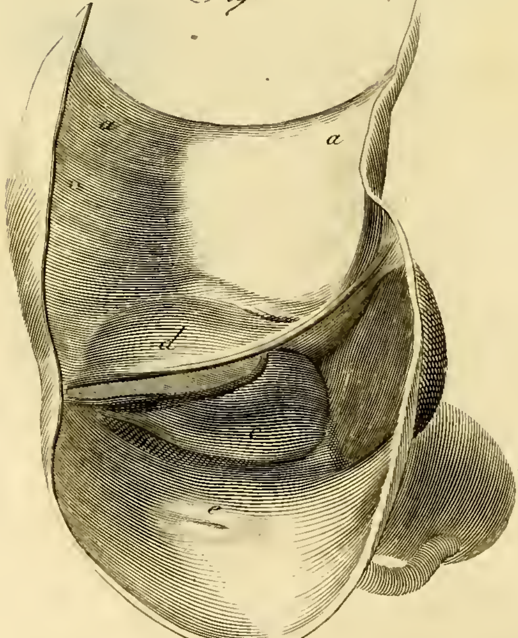


Fig. 2

Tav. I.

Fig. 1.

Fig. 2.



SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

TAVOLA I.

Fig. I. *L'Intestino cieco recentemente tratto da un cadavere ed aperto nella sua faccia anteriore.*

a. a. *L'Intestino colon ascendente.*

b. *L'Intestino ileo.*

c. c. *La Valvola del Falloppio.*

d. *L'Appendice vermiforme.*

e. *La Valvola posta all'orificio dell'appendice* d.

f. f. *La superficie interna dell' intestino cieco.*

Fig. II. *L'Intestino cieco di altro cadavere riempito d'aria e seccato, indi aperto nella sua faccia anteriore.*

a. a. *L'Intestino colon ascendente.*

b. *L'Intestino ileo.*

c. d. *La Valvola del Falloppio :* c. *il labbro inferiore* : d. *il superiore.*

c. *La Valvola posta all'orificio dell'appendice vermiforme.*

TAVOLA II.

Fig. I. *L'Intestino cieco di un cadavere ripieno d'aria e seccato, rappresentato nella faccia posteriore.*

a. a. *L'Intestino colon ascendente.*

b. *L'Intestino ileo.*

c. *Il principio dell'appendice vermiforme dilatato straordinariamente.*

d. *Il rimanente dell'appendice.*

Fig. II. *L'appendice vermiforme aperta per tutta la sua lunghezza, appena fu estratta da un cadavere.*

RIFLESSIONI SULL' OPERAZIONE DELL' ANEURISMA

MEMORIA

DEL PROFESSOR MARCO ANTONIO DALLE ORE

LETTA ALL' I. R. ACCADEMIA DI PADOVA
NELLA SESSIONE DEL GIORNO II MARZO M. DCCC. XV.

L' aneurisma, come sa ogni chirurgo, è una di quelle malattie dell'arteria, che quanto occupò l'attenzione e la sagacità degli anatomici e dei chirurghi nell'osservarla minutamente per precisarne la vera forma morbosa, altrettanto i chirurghi sempre suffragati dall'Anatomia e dalla Fisiologia misero a contribuzione la loro industria e desterità per vincerla e debellarla. Quindi non contenti della moltiplicità de'mezzi meccanici che immaginarono a tal oggetto; impiegano altresì i mezzi medesimi con diversità di modi, vale a dire, alcuni operano sull'aneurisma immediatamente; altri portano bensì l'operazione sull'arteria affetta dall'aneurisma, ma lontana dal luogo del tumore, sopra una porzione sana dell'arteria medesima, trascurando del tutto il sacco aneurismatico; alcuni allacciano il funicolo intero formato dall'arteria, dalla vena e dal nervo; mentre altri più avveduti non istringono nell'allacciatura che l'arteria sola, precettando anzi con severità d'isolarla dalle parti colle quali compone il funicolo. Ed egli è appunto sull'esame di questi diversi modi di operare e d'istituir l'allacciatura principalmente che si aggira il breve mio discorso.

Comincierò da coloro che riscontrando malagevole impresa quella di separar l'arteria aneurismatica dalla vena e dal nervo, suoi indivisibili compagni, e studiando tanto di occultare la loró insufficienza, quanto di mendicar a questa dei plausibili appoggi citano con franchezza l'autorità di Molinelli, di Jacopo Alberto Hazon e di Thibaut, come quelli fra gli operatori che li autorizzano col loro esempio ad allacciar il nervo in compagnia dell'arteria, senza temerne conseguenze nè funeste, nè di molta molestia.

Il Molinelli negli atti di Bologna (T. II, Part. II, pag. 66) riferisce alcune storie di operazioni di aneurisma, nelle quali venne legato il nervo insieme all'arteria. Nella prima di queste storie si assicura che l'infermo è bensì sopravvissuto all'operazione, ma che il braccio, su cui fu eseguita, perdette per sempre la facoltà di estendersi.

Nella seconda si legge che Molinelli eseguì l'operazione, ma non allacciò il nervo: *adnexam*, così si esprime, *postea superius sacco arteriam filo constrinxi a nervo diligenter cavens*, e poscia allacciò il sacco al di sotto; ma vedendo che allentato il torniquet fluiva impetuosamente il sangue, fra la prima allacciatura e l'orificio dell'arteria istituì coll'ago di Petit un'altra allacciatura, comprendendo in questa il nervo, ed anche la vena per render l'operazione più sollecita, della qual' allacciatura l'infermo si querelò assai più che non fece delle prime, si dolse di aver perduto il senso ed il moto della mano, e con alte e lamentevoli grida fece intendere che gli era stata recisa tutta la porzione dell'arto al di sotto dell'allacciatura: allentato di nuovo il torniquet, il sangue, egualmente che prima d' istituire l'ultima allacciatura, continuava ad uscire: il soggetto di questa operazione guarì, senza che vi rimanesse alcun vizio al braccio, ma l'operazione durò tre quarti d'ora impiegati per arrestare l'emorragia.

Nella terza riporta il Molinelli il caso di un'altra operazione di aneurisma da lui eseguita, in cui allacciò unitamente arteria, vena e nervo: anche in questo caso l'infermo perdette il senso ed il moto dell'arto, ma dall'allacciatura del nervo non si ebbero nè convulsioni, nè tremori, nè deliquj; e l'ammalato ottenne una completa guarigione.

Alla pag. 78 dice il Molinelli, se la legatura del nervo non apporta nocumento, qual vantaggio poi reca ella? Allacciando il nervo l'operazione diviene piu spedita, più sollecita; inoltre nel separar l'arteria dal nervo si può correr pericolo di pungerlo, di offenderlo, e si potrebbero anche tagliare i rametti laterali dell'arteria, per cui ne sgorgasse del sangue, inconveniente che imbarazza l'operatore, e rende più lunga, fastidiosa e molesta l'operazione per il povero paziente: tutto ciò, dice Molinelli, si evita allacciando nervo ed arteria insieme, e quindi riesce più sicura l'operazione.

Sembra a vero dire alquanto strano che il Molinelli, appoggiato ad un solo caso fortunato, siasi compiaciuto con soverchia facilità di generalizzare i suoi precetti. Egli è sufficiente richiamarci a memoria la prima osservazione da lui riportata, ove si rileva che l'infermo non ricuperò mai più la facoltà di estendere l'arto, perduta per l'allacciatura fatta al nervo: nella seconda poi si vede manifestamente, che dopo aver compreso nell'allacciatura anche il nervo, dovette di lui malgrado occuparsi con non lieve sofferenza dell'infermo ad arrestare un'emorragia che per tre quarti d'ora tenne dubbioso l'operatore sulla riuscita di arrestarla, e tenne il povero paziente nella trepidazione ed in forse di terminar i suoi giorni prima che avesse termine quella dolorosa operazione. Comprendendo nella legatura anche il nervo non si ottiene l'oggetto di garantirsi più sicuramente dall'emorragia, e la supposizione che il nervo funger possa l'uffizio di molle cilindretto, il quale abbracciato dall'allacciatura e strettamente applicato a ridosso dell'arteria, tenga e conservi a costante contatto le interne superficie del canale arterioso, onde poi, mediante il processo dell'adesiva infiammazione, queste superficie s' incollino e si conglutinino, obliterando per intero il lume, e convertendo una porzione d'arteria in solido cordoncino; questa supposizione, diceva, viene solennemente smentita dai fatti riferiti dallo stesso Molinelli. La terza operazione soltanto ebbe un esito fortunato, e questo è il caso unico, da cui vuol il Molinelli trarne la generalità dell'allacciatura del nervo congiuntamente all'arteria nell' esecuzione dell'operazione dell'aneurisma. S'egli medesimo confessa che la legatura del nervo cagiona al misero paziente intollerabili dolori, smanie, convulsioni, deliquj, perdita del senso e del moto; se come abbiamo veduto l'allacciatura del nervo per niente contribuisce ad impedire l'emorragia succedanea; perchè si vorrà ancora sostenere da taluni con una fermezza che sente dell'ostinazione, che nell'operazione dell'aneurisma convenga legar arteria e nervo insieme?

Dobbiamo inoltre riflettere che dopo istituita nell'aneurisma l'allacciatura dell'arteria, gli operatori avveduti esplorano più volte al giorno con diligenza il colorito ed il grado di temperatura dell'arto su cui operarono, e lo confrontano scrupolosamente col colorito e colla temperatura dell'arto sano, e se in ambidue si mantengono eguali, traggono argomento di pronosticar prospero l'esito della loro operazione; che se poi nell'arto operato il colorito si cangia, e la temperatura si mantenga molto al di sotto di quella dell'arto sano, trepidano in allora per un esito infausto e sventurato. Se adunque il grado di temperatura dell'arto, su cui si è istituita l'operazione, diviene il termometro, con cui il chirurgo misura quante speranze egli possa concepire del fausto termine della sua operazione, oppure legge in quello l'irreparabile perdita del suo infermo, converrà nostro malgrado asserire che la legatura del nervo e dell'arteria insieme non è indifferente per il buon esito dell'operazione. E tanto più dobbiamo in questa verità confermarci quanto che sappiamo aver osservato Petit raffreddarsi la gamba, a cui corrispondeva il nervo compresso per la lussazione del femore. Oltre il rapporto che ha la temperatura degli animali colla maggior o minor estensione dei polmoni, questa segue anche la proporzione maggiore o minore della massa intera del sistema nervoso. E quindi avverte Roose che accresciuta l'energia del sistema nervoso cresce in proporzione il calore animale, come scema all'opposto quando l'energia venga diminuita. Ma se anco allacciando la sola arteria principale di un membro nell'operazione dell'aneurisma vedesi minacciata qualche volta l'esistenza del membro medesimo, poichè perde esso il polso, si fa freddo, stupido, pesante, poco o niente mobile, gonfio, pallido o livido, e in qualche caso passa realmente alla cancrena ed allo sfacello, quanto più non vi sarà ragion di temere una cotanto sinistra sopravvegnenza allorchè si comprenda nella legatura anche il nervo?

Se i protettori dell'allacciatura del nervo trovano indifferente per l'arto aneurismatico la legatura dell'arteria che porta all'arto medesimo il sangue, la nutrizione ed il moto circolatorio, se trovano altresì indifferente l'allacciatura del nervo, che comparte a quell'arto e moto e senso e tutte ne vitalizza le parti organiche; parrebbe con più ragione che indifferente dovesse pur essere a quell'arto privarlo degl'integumenti e dei muscoli, e tuttavia doversi ripromettere ogni sorta di movimento dal quell'arto anatomizzato.

A simili ridicole conseguenze conducono i ragionamenti dei seguaci del Molinelli. Ma parliamo di Hazon e Thibaut, che sono due altri testi, oltre il Molinelli, a cui si appigliano i fautori dell'allacciatura del nervo. S'è permesso far tacere per un istante i riguardi, pronuncierei francamente che quegli operatori, i quali s'inorgogliscono sull'autorità di Hazon e di Tibaut non li hanno certamente consultati, ma furono cotanto discreti da contentarsi di rinvenire presso qualche scrittore fatta menzione del loro modo di operare, mentre se non avesse loro pesato far ricorso alla vera sorgente, e scorrere la memoria di Hazon sull'aneurisma avrebbero alla pagina 217, § IV, letto, che allor quando il chirurgo si trova molto imbarazzato nel separar l'arteria dal nervo, potrebbe allacciarlo insieme ad essa, nel mentre però che si stringe il nervo coll'allacciatura, conviene confessare, dice Hazon, che il soggetto soffre acerbissimo dolore, e rimane di molto diminuito il moto ed il senso. Questa crudel allacciatura solo in qualche caso può essere permessa, appunto per togliere ad alcuni chirurghi la difficoltà che incontrano nell'isolar l'arteria dal nervo senza pungerlo.

Quivi intanto mi giova raccogliere che l'allacciatura del nervo unitamente all'arteria non è massima generale proposta da Hazon, onde i chirurghi possano tranquillamente seguirla ogni volta ch' eseguiscono l'operazione dell'aneurisma. Ma ella è piuttosto un modo di operare riserbato a qualche caso peculiare, e specialmente concesso anche dallo stesso autore a que' chirurghi soltanto, che poco addestrati nel trattar delicatamente il coltello, avvolti si trovano in mille difficoltà dovendo separare l'arteria dal nervo.

Tibaut è un altro operatore alla cui autorità si appoggiano que' chirurghi che si dichiararono in persuasione di allacciar il nervo coll'arteria. È vero che da quanto possiamo raccogliere da alcuni scrittori, e particolarmente da la Faye nelle annotazioni a Dionis (parte seconda, dimostrazione ottava, pag. 703) Tibaut non separava l'arteria, ma la comprendeva nella legatura insieme colla vena, il nervo ad un po' di carne. Ma è vero altresì che le operazioni di Tibaut non vennero mai pubblicate, per quanto almeno io mi sappia, e quindi s'ignora qual fosse l'esito di un simile modo di operare, esito che interesserebbe moltissimo di conoscere per trarne utili deduzioni. Si potrebbe però riflettere, che quando Garengeot pubblicò la sua opera sulle operazioni chirurgiche, Tibaut era morto, e tuttavia, in onta ai di lui precetti, si continuava ad evitar il nervo nell'allacciatura dell'arteria. E la Faye stesso dopo aver parlato di Tibaut, dice, il nervo è parte che si raccomanda di separare dall'arteria per non allacciarlo con essa, esso n'è sovente lontano per un dito trasverso; e si occupa anzi lo stesso scrittore francese ad esporre i precetti che seguir deggiono i chirurghi per allacciare l'arteria isolatamente dal nervo.

Sebbene i moderni scrittori di Chirurgia sieno fra loro quasi in pieno accordo di allacciar la sola arteria nell'operazione dell'aneurisma, e di rispettar il nervo e lasciarlo intatto, pure credo non inutile d'insistere sopra questo importantissimo punto di pratica, perchè taluni anche a giorni nostri legarono inconsideratamente il nervo, e n'ebbero funesti risultamenti; come avvenne non ha guari ad un operatore, il quale nell'esecuzione di una di queste operazioni allacciò il nervo coll'arteria, e l'infermo perì di tetano. Ma siffatti calamitosi avvenimenti non giunsero ancora a convincere pienamente i chirurghi sulla necessità di lasciar illeso il nervo nell'operazione dell'aneurisma, che anzi taluni si persuasero vie maggiormente di legar insieme arteria e nervo, da che lessero in Monteggia (1), che la necessità, o l'oggetto di non prolungare di troppo l'operazione avendo indotti taluni a legare insieme il nervo del braccio o quello del poplite, non ne avvenne per lo più alcun male. Se avessero scorsa la descrizione che fa l'Autore medesimo del modo di eseguire l'operazione dell'aneurisma, avrebbero potuto raccogliere quanto caldamente egli raccomandi di evitar il nervo, ed avrebbero rilevato del pari che le due circostanze dal Monteggia indicate, vale a dire, la necessità o l'oggetto di non prolungare di troppo l'operazione, essendo le sole che possono in qualche raro caso procurar qualche indulgenza all'allacciatura del nervo, ed essendo quelle medesime ricordate da Hazon, come ho riferito di sopra, non deggiono assolutamente autorizzare i chirurghi a stabilire una massima generale di pratica nell'esecuzione dell'operazione dell'aneurisma.

Anche Pouteau fece la legatura del nervo insieme all'arteria alla piega del braccio, senza inconvenienti. Contuttociò non può dirsi indifferente in ogni caso tal legatura di nervi, perchè in una legatura dell'omerale, avendo Monteggia legato il nervo insieme all'arteria, insorsero dolori così vivi, che facevan gridare l'infermo. Ed in un caso narrato da Testa in una sua lettera a Cotugno, la legatura del nervo popliteo cagionò convulsioni orribili e morte.

E non sarà forse da trepidarsi di molto la legatura di un nervo, qua-

(1) Istituzioni chirurgiche, ediz. seconda, vol. II, pag. 71.

lor si rifletta, che si ha più ragione di sperare la possibilità di un certo risarcimento allorchè il nervo sia stato tagliato, di quello che stretto da legatura? Si sa dal Valsalva che allacciato una volta un nervo più non riacquista la facoltà che gli è propria, vale a dire, la capacità di ricevere e di trasmettere le impressioni da una sua estremità all'altra, quand'anche venga di nuovo slegato; ciò che dee attribuirsi alla disorganizzazione già fattasi nella molle e dilicata sua tessitura, per cui alterato o tolto quell'equilibrio attivo delle mutue affinità degli elementi costituenti le molecole organiche nervose viventi, in cui consiste quel grado di vitalità proprio del nervo, che si chiama azione nervosa o sensibilità, le molecole stesse nervose più non obbediscono alle impressioni fatte su quel nervo, anzi divengono a quelle insensibili, non cangiando sotto l'azione delle medesime nè la positura, nè la proporzione loro, in che consiste appunto l'impressione.

Ma all'incontro quando un nervo rimane reciso trasversalmente, i due pezzi tagliati possono di nuovo riunirsi e rincollarsi fra loro. Anzi diverse osservazioni, per quanto sembra, dimostrano probabile che la sostanza adesiva che si frammette alle porzioni del nervo reciso e le riattacca, possa assumere qualche proprietà che si accosti di molto alla sostanza nervosa naturale, e divenghi capace di fungerne col tempo più o meno completamente le funzioni, e quindi ritorni totalmente o in parte almeno l'attività nervea in quegli organi che n'erano rimasti privi; il che non si oppone all'analogia di altre parti organiche viventi divise, le quali per mezzo del trasudamento adesivo, consimile probabilmente al nutritivo, si riuniscono mediante una sostanza che si frammette analoga a quella ch'era stata interrotta: il che per riguardo ai nervi è provato dalle osservazioni e sperienze di Bilguer, Mouro, Cruikshank, Nannoni, Haighton ec. (1). Ma le ricerche di Haighton esigono in modo particolare le nostre riflessioni, mentre egli oltre aver rinvenuto il rincollamento de' nervi fatto coll' intermezzo di sostanza nervosa, sebbene alquanto differente dal naturale, istituì altre sperienze dalle quali ottenne il ristabilimento ancora delle funzioni del nervo tagliato, ristabilimento che tutto si deve a quella riunione del nervo reciso, non già all'anastomosi, o al supplimento di altri nervi. Se adunque un nervo reciso si

(1) Monteggia, vol. III.

riattacca non solo, ma ritorna eziandio atto al disimpegno di quelle funzioni che gli son proprie; ed un nervo stretto da legatura, oltre cagionare tutti i funesti sintomi de'quali ho fatto parola, perde per sempre la capacità di ricevere e trasmettere le impressioni, vale a dire, la propria sensibilità; non si avrà quindi tutta la ragione d'insistere con fermezza onde sia rispettato il nervo nell'operazione dell'aneurisma?

Oltre a quanto ho finora esposto contro la dottrina e la pratica di coloro, i quali son fermi nell'opinione che comprender si debba nella legatura arteria e nervo, vi ha poi in mio favore l'autorità di quegli uomini sommi, i quali inventarono varj metodi di operare nell'aneurisma, mentre tutti concordemente raccomandano di evitar il nervo.

Nei tempi più rimoti quando offrivasi un caso d'aneurisma popliteo si faceva l'amputazione della coscia, e quantunque si privasse l'infermo dell'arto, pure si allacciava l'arteria soltanto, risparmiandola al nervo.

Nel metodo antico di operar l'aneurisma legando l'arteria al di sopra ed al di sotto del sacco, che poscia si apriva in tutta la sua estensione, si lasciava intatto il nervo.

Nel modo parimente tenuto da Dessault nel 1785 di allacciar l'arteria al di sopra del tumore separandola dal nervo, e lasciandovi una legatura d'aspettazione o di riserva, e quando non era eseguibile l'allacciatura al di sopra del sacco, la faceva al di sotto soltanto, allorchè però la disposizione delle parti lo esigeva, il nervo veniva rispettato.

Nèl metodo di Descamps che legò l'arteria femorale al di sotto del tumore il nervo non vi era compreso.

Giovanni Hunter eseguì nel 1785 il suo metodo consistente nell'allacciar l'arteria al terzo inferior della coscia, lasciando intatto il tumore. Nell'esecuzione di questo metodo Hunter divideva l'arteria dal nervo, e vi applicava quattro legature, ognuna delle quali era sempre meno stretta, e la sola ben serrata era la meno lontana dal tumore, sicchè della cavità dell'arteria veniasi a formare un cono, il cui apice riguardava il poplite: in seguito poi anche con questo metodo s'istituiva una sola legatura, ma sempre il nervo rimaneva illeso.

Alcuni legarono l'arteria femorale al terzo inferior della coscia serrando nella legatura un pezzetto di candeletta, ad un'estremità della quale era attaccato un filo: con questo metodo operò il cav. Assalini isolando sempre l'arteria dal nervo.

Nel metodo pure del signor cav. Scarpa d'istituire nell'aneurisma due legature distanti l'una dall'altra per quattro linee, e queste al terzo superior della coscia, comprendendovi un cilindretto di tela lungo sei linee circa; l'arteria è la sola compresa nell'allacciatura.

Mounoir in Ginevra, Abernethy, Asthley Cooper, Carlo Bell in Inghilterra censurarono questi metodi come pericolosi, atti a romper l'arteria, e ad esporre gl'infermi a fatali emorragie succedanee, quindi proposero ed adottarono di recente il metodo antico che si vuole di Aezio, quello cioè di far due allacciature all'arteria un pollice distante l'una dall'altra, ed in mezzo di queste recidere il vaso arterioso per intero trasversalmente, sempre però evitando il nervo. Con questo metodo di operare, dice Mounoir, l'arteria tanto superiormente che inferiormente retraendosi nei muscoli non è esposta al pericolo di rompersi, come allorquando rimane tesa ed intera.

Anche nei metodi assai complicati di operar per l'aneurisma il nervo venne rispettato. Gli esperti chirurghi in Milano Biraghi e Gana in un caso complicatissimo d'aneurisma popliteo istituirono l'operazione con un metodo composto, facendo due legature all'arteria femorale al terzo superiore della coscia alla distanza di un pollice l'una dall'altra, comprendendo in ciascheduna un cilindretto di tela rotolato con cerotto del diametro dell'arteria, la quale poscia tagliarono in trasverso, e al di sopra di ciascuna legatura fu lasciato un filo ossia legatura di riserva: tanto è riferito dal cav. Assalini.

Nel 1810 il signor Dubois a Parigi in un caso di aneurisma popliteo mise a nudo l'arteria femorale esterna al terzo inferior della coscia, vi passò sotto un largo filo, ed introdusse i due capi nel foro del serranodo di Dessault, indi lo spinse sull'arteria, ed intercettò per quella il passaggio al sangue: il tumore aneurismatico immediatamente cessò di battere, e l'infermo guarì, rimanendovi il piede edematoso e la gamba in istato di torpore, quantunque non avesse compreso il nervo: dopo alcuni mesi quest'uomo morì anasarcatico.

Il cav. Assalini immaginò un nuovo graduato compressore per le arterie, col quale il sig. Monteggia, mancato ultimamente a'vivi con dolore dei buoni e grave scapito dell'arte, compresse l'arteria in un'aneurisma popliteo, dopo averla posta a nudo nel luogo indicato dallo Scarpa; il lume dell'arteria si obliterò, e l'infermo ottenne guarigione perfetta; il nervo si lasciò illeso.

Dovetti mio malgrado ritoccare sfuggevolmente i metodi finora conosciuti per operare nell'aneurisma, onde vie maggiormente rimanesse dimostrato che ogni operatore destro e sagace si è sempre studiato con attenzione e diligenza di evitar il nervo nell'allacciatura dell'arteria; quindi in appoggio a miei ragionamenti posso contare anche le più rispettabili autorità.

Che se siamo obbligati nell'aneurisma di privar un membro delle risorse principali che gli somministra il sangue, si voglia pretendere che sia indifferente privarlo contemporaneamente anche dell'influenza di un nervo primario, questo è ciò, che mi sembra doversi riguardare come contrario all'osservazione ed alla ragione; nè posso trattenermi di pronunciare che questa massima è stata emessa in onta ai precetti dell'arte, e solo per celare un errore che non fu possibile di evitare.

Che se l'allacciatura del nervo poteva un tempo non demeritare qualche indulgenza, ciò fu certamente quando si operava coi metodi antichi, vale a dire, quando l'allacciatura s' istituiva presso il tumore, dove cangiata o degenerata l'arteria nella sua forma e natura, e nei principj di sua composizione, immedesimata colle cellulose e colle altre parti organiche annesse e adiacenti, alterate anche queste dallo stato naturale, poteva esser insieme con esse confusa, e quindi render non solo malagevole, ma quasi impossibile la di lei separazione ed isolamento del nervo; perciò era quasi indispensabile allacciarli congiuntamente. Ma poichè a giorni nostri i metodi i più ben dedotti dalla ragione e sanzionati dall'esperienza c' istruiscono che nel maggior numero de' casi portar deesi l'allacciatura in un luogo lontano dal tumore, onde si abbia tutta la possibile probabilità di rinvenir sana ed incontaminata l'arteria, acciò poi allacciata che sia, mediante l'adesiva infiammazione delle sue interne pareti se ne obliteri interamente il lume, non è più permesso sostenere l'allacciatura del nervo senza mostrarsi poco conoscitori dei progressi fatti dall'arte nell'esecuzione di questa operazione, mercè l'industria di tanti celebri operatori, senza far un torto palese alla ragione, e senza commettere un delitto di lesa professione.

Terminerò queste mie riflessioni aggiungendovene una sola, e questa brevissima, cioè, che il metodo di operare nell'aneurisma inventato da Hunter, venne eseguito dallo Spezzani in Modena (come assicura il cav. Assalini) 4 anni prima che Hunter lo proponesse o lo eseguisse; e lo stesso Spezzani legava pure l'arteria al di sopra dell'aneurisma, lasciando intatto il sacco aneurismatico. Finchè questo metodo di operare venne immaginato, proposto ed eseguito da un Italiano, fu preso per sospetto d'inutilità, e più sospetto ancora per il merito, e quindi se lo censurò; ma allorchè se lo ebbe da oltremare gli furono tosto prodigalizzati encomj, ed i nostri operatori si studiarono a gara di seguirlo, onde si avesse una prova di più che le scoperte degl' Italiani trovano fra i nazionali più agevolmente censori che seguaci.

NUOVO METODO

DI MISURARE LE PIÙ MINUTE FRAZIONI DEL TEMPO

IMMAGINATO

DAL SIGNOR ABATE DOTTOR DAL NEGRO

Introduzione.

Allorchè ho dato alla luce il mio nuovo Oligocronometro (1) ho creduto essere delle mie parti il far conoscere ai fisici ed ai matematici le varie maniere fino a quel dì immaginate di tener conto delle menomissime frazioni del tempo. Però in quella occasione ho fatto parole del metodo ritrovato dal nostro immortale Galilei, e di quello di cui usarono gli accademici del Cimervo, il P. Riccioli, James Whitehurt, e finalmente ho esposti i due altri diversi metodi del celebre professore Poleni, ma soprattutto quello, con cui i tempuscoli mediante l'efflusso del mercurio vengono misurati.

Ma dopo tutto ciò mi ricorda ancora la promessa, che ho data di far conoscere, quando che sia, il modo di applicare e legare, per così dire, il mio cronometro agli esperimenti, ed ecco che ora appunto mi accingo a liberar la mia fede.

Prima per altro devo avvertire i miei leggitori, che in questo intervallo di tempo ho perfezionato il meccanismo stesso, che serve a porre in moto il pendolo ed arrestarlo in modo, che riesce molto più facile l'uso dello strumento.

(1) Nuovo Oligocronometro, 1809, Padova.

Di questi miei pendoli a minuti terzi ne ho già fatto costruire uno per commissione del signor co. Moscati, ed ora esiste nella veramente distinta sua Specola, nella quale, or volge il quinto anno, che ad oggetto di far conoscere l'uso di questa mia macchina, e di quanto vantaggio essa possa tornar alla fisica, ho fatti molti esperimenti, e gli ho ripetuti più volte alla presenza dei signori co. Paradisi, presidente del Reale Istituto, del co. Moscati, co. Stratico, dell'ab. prof. Cesaris, del cav. Araldi, fu segretario dell'Istituto, del prof. Brunacci, del prof. Gerbi di Pisa e di molti altri.

Dopo la mia partenza da Milano, il sopra lodato co. Moscati si compiacque di ripetere anch'egli da se gli stessi esperimenti, e furono testimonj fra gli altri il celebre astronomo co. ab. Oriani, il chiarissimo matematico Prony, il cav. Isimbardi e il sig. astronomo Carlini.

In queste esperienze dunque si è tenuto conto del tempo, che un grave impiega a discendere verticalmente da varie altezze, ed i tempi, avuto il debito riguardo alla resistenza dell'aria, riuscirono così conformi a quelli determinati dalla teorica, ch'io ebbi il non leggiero conforto di veder tutti i già lodati ragguardevoli soggetti pienamente soddisfatti, e persuasi dell'esattezza ed utilità di questo mio nuovo metodo di misurare le minutissime frazioni del tempo.

E per dare un saggio dell'esattezza e della precisione con cui è costrutta questa macchina, e come i varj ingegni che la compongono si possano sempre acconciare nelle medesime circostanze, ho tenuto conto dei tempuscoli, che un grave impiegò a descrivere gli spazj verticali di 1; 4; 9 piedi di Parigi, e poscia nel dì seguente, ripetuti i medesimi esperimenti, il pendolo segnò lo stesso e precisissimo numero di minuti terzi e quarti del giorno prima in tutti e tre i casi, cosicchè quantunque volte si ripeta uno sperimento la macchina è costantissima nelle sue indicazioni. Quelli, che conoscono con quale accuratezza e precisione debbano essere combinate le parti componenti questo strumento, e quali avvertenze convenga usare in tali esperienze, terranno in grandissimo pregio l'accennata conformità di effetti.

Avendo io fatto da prima dividere il quadrante dei minuti terzi in parti disuguali, cioè colla legge, che un grave osserva allorchè discende per un piano inclinato, e riuscendo assai difficile che un artefice possa eseguire esattamente una divisione in parti non eguali, non si potea riposaré affatto tranquillamente sulla verità delle indicazioni del mio strumento. Per allontanare dunque ogni sospizione e timore di poca esattezza, ho fatto ora dividere il quadrante dei terzi in parti eguali in maniera da poter dedurre facilmente i tempuscoli dal numero di dette parti percorse dal pendolo. E buon per me che i quadranti che divisi furono in parti disuguali dal macchinista di questo I. R. Gabinetto di Fisica riuscirono tali da rimanerne pienamente contento, come in fine di questo mio lavoro dimostrerò.

Ma un'altra importantissima correzione era eziandio da fare a questo mio oligocronometro, e che mi stava già a cuore fino dal primo momento che ho preso a metterlo a prova, ed è la seguente.

Siccome in questo strumento l'estremità acuminata del pendolo serve d'indice dei minuti terzi, e questa estremità rimane necessariamente discosta dal quadrante circa una mezza linea, così nell'osservare, a meno che non si adopri un'estrema diligenza, avvertendo specialmente alla posizione del proprio occhio rispetto all'indice, succede una parallasse, che può facilmente indurre in errore sull'estimazione precisa del tempo. Ho dunque tolto anche questo inconveniente, ed il mio oligocronometro è ridotto a quel grado di precisione e di esattezza, che si possa mai desiderare.

Ecco pertanto senza più in che consiste questo mio nuovo lavoro, che presento al pubblico:

1.° Nell'esposizione dei principj teorici su cui è fondata questa mia nuova maniera di tener conto delle menomissime frazioni del tempo.

2.° Nella descrizione della macchina e degli artifizj, che servono a a porla in moto ed arrestarla.

3.° Finalmente nell'indicare il modo di adoperare questa mia macchina, ed i varj usi della medesima.

PARTE PRIMA

Nuove indagini onde misurare le più minute frazioni del tempo.

Ho già detto altrove, che riuscirono affatto inutili i varj artificj immaginati da più fisici, con cui tener conto delle menomissime frazioni del tempo. Ora dirò, che pensando anch'io sopra lo stesso argomento, mi venne fatto di ottenere queste desiderate minutissime frazioni del minuto secondo, mercè un pendolo a secondi, approfittando dell'arco ch'egli descrive nell'intera sua oscillazione. Di fatto un pendolo a secondi mosso da una forza animatrice costante, e costrutto in modo che riescano pure costantemente eguali le resistenze, comunque piccole, che dee vincere nel suo moto, dovrà in tempi eguali compiere vibrazioni eguali. Dietro questo principio basterà dividere gli archi delle semivibrazioni colla già nota legge che osservano i gravi nella loro discesa per un piano inclinato e saremmo certi che gli spazj successivi determinati coll'accennata legge, verranno descritti dal pendolo in tempi eguali.

Ecco in qual maniera si può dividere l'accennato arco per la misura dei minuti terzi e quarti.

Determinato, col metodo che indicherò a suo luogo, l'arco descritto dal pendolo nelle sue intere vibrazioni, si divida in 25 parti eguali l'arco della semivibrazione, che nel mio pendolo è di circa 4.° Or poichè il pendolo impiega 30''' a descrivere la semivibrazione, impiegherà $\frac{1''}{10}$ ossia 6''' a descrivere la prima 25.ma parte dell'arco accennato.

Di fatto discendendo per un arco così piccolo, torna lo stesso come se discendesse per la rispettiva corda; e perciò il pendolo descriverà l'accennato piccolissimo arco con un moto uniformemente accelerato. E giacchè il pendolo, passando dall'estremità dell'accennato archetto al contiguo, non perde niente della sua velocità acquistata (sapendosi bene, che l'ostacolo che incontra in questo caso, essendo eguale al seno verso di un angolo infinitamente piccolo, equivale ad un infinitamente piccolo del secondo ordine, e più precisamente a zero, come il *d'Alembert* l'ha dimostrato); così passando da un punto all'altro della curva senza perder nulla di sua velocità, dovrà nel successivo tempuscolo, eguale al primo, descrivere uno spazio triplo del primo, ch'è quanto dire uno spazio $= \frac{3}{25}$.

Per la stessa ragione nel terzo tempuscolo descriverà $\frac{5}{25}$ del nominato arco, $\frac{7}{25}$ nel quarto, e finalmente $\frac{9}{25}$ nel quinto. Trattandosi di un arco maggiore si potrà dividere il tempo della semivibrazione in sei tempuscoli di 5‴ l'uno.

Ora, quantunque per le già note teoriche del moto dei corpi per piani inclinati, il moto del pendolo sia inegualmente accelerato, mercecchè può supporsi che discenda per una porzione di poligono di lati infinitamente piccoli egualmente inclinati tra loro, ma inegualmente inclinati all'orizzonte; tuttavolta trattandosi di archi piccolissimi, come ho accennato, essi vanno a confondersi colle respettive sottese; e perciò senza timore di error sensibile potrà supporsi il suo moto egualmente accelerato.

Non basta. Questa pressochè incalcolabile differenza si può compensare in qualche maniera dividendo coll'accennata legge della discesa dei gravi gli spazj di 6 in 6‴, e dividendo altresì gl'intervalli in parti respettivamente eguali. In questa maniera la divisione del mio oligocronometro ha l'impronta di tutto il rigore geometrico: al che può aggiungersi quest'altra ragione, che in un tempo sommamente piccolo il moto si può supporre uniforme, giacchè da un terzo all'altro non vi ha luogo a cangiamento sensibile.

Mi piace inoltre di far riflettere che con questo mio metodo riescono eguali le divisioni prossime alla metà dell'intera oscillazione, ch'è quanto a dire, per tutto quel piccolo tratto dell'arco, che fisicamente confondendosi colla retta orizzontale, fa che il moto del pendolo si possa tenere come uniforme senza tema di notabile errore. Si aggiunga che dividendo l'arco colla legge che veramente osserva un grave discendendo per una curva circolare, i tre primi spazj descritti nei tre accennati tempuscoli di 6‴ l'uno, si uniformano quasi rigorosamente con quelli determinati dal calcolo, ma nel quarto e nel quinto si riscontrano delle differenze, che quantunque piccolissime, non sono da trascurarsi. Quindi affinchè la misura di sì minute frazioni del tempo riesca possibilmente esatta, converrà dividere l'accennato arco nel modo che indicherò nei due seguenti articoli.

Del modo di dividere l'arco della semivibrazione del pendolo ad oggetto di ottenere la precisa misura dei minuti terzi e quarti.

Si sa dalla meccanica che quando un corpo pesante si muove sopra una curva data DBD' (T. II, Fig. IV.) la sua velocità v in un punto qualunque A della sua trajettoria è determinata dalla seguente equazione

$$v^2 = A^2 + 2gz$$

in cui A rappresenta la velocità del mobile al punto di partenza, che suppongo esser D, g la gravità, e z la ordinata verticale del punto A presa dal punto D e diretta nel senso della gravità.

Il tempo che il mobile impiega a fare una vibrazione intera, o a descrivere tutta la circonferenza della trajettoria dipende dalla natura di questa curva. Per determinarlo si chiami s l'arco DA compreso tra il punto della partenza del mobile e un punto qualunque di questa curva; sia b il tempo impiegato a descrivere questo arco, e ponendo $\frac{ds}{dt}$ in luogo di v nell'equazione precedente avremo:

$$dt = \frac{ds}{\sqrt{A^2 + 2gz}}$$

Allorchè l'equazione della trajettoria sarà data si potrà ottenere z in funzione di s o s in funzione di z, e sostituendo l'uno o l'altro di questi due valori in quello di dt, non rimarrà che da integrare questa formula per avere il tempo corrispondente ad un valore qualunque di s o di z.

Applichiamo queste considerazioni generali al moto del pendolo semplice.

Sia C il punto di sospensione, CB la verticale condotta da questo punto, DC la posizione iniziale del pendolo: supponiamo che in questa posizione venga comunicata, al punto materiale attaccato all'estremità del filo, una velocità normale alla sua lunghezza, e diretta nel piano verticale DCB: egli è evidente che il pendolo, durante il suo movimento, non uscirà da questo piano verticale, e che il punto materiale descriverà un cerchio che avrà C per centro, e la lunghezza CD del filo per raggio. Si chiami a questo raggio, α l'angolo iniziale DCB; sia $\alpha-\theta$ l'angolo DCA, che corrisponde all'arco DA descritto nel tempo qualunque t, ovvero sia θ l'angolo variabile ACB, compreso fra il pendolo e la verticale, il qual angolo diventerà negativo quando il pendolo avrà oltrepassata questa linea: sia finalmente h l'altezza dovuta alla velocità iniziale. Conducendo dai punti D, A le normali Dp, Aq alla verticale CB avremo:

$A^2 = 2gh$

$s = DA = a(\alpha - \theta)$

$ds = -a d\theta$

$z = pq = Cq - Cp = a \cos.\theta - a \cos.\alpha$

Sostituendo questi valori nell'equazione

$$dt = \frac{ds}{\sqrt{A^2 + 2gz}} \text{ avremo}$$

$$dt = -\frac{a d\theta}{\sqrt{2g(h + a\cos.\theta - a\cos.\alpha)}}$$

Ora se si supponga la velocità iniziale uguale a zero, cioè se si prenda il principio di una vibrazione per origine del moto, avremo $h = 0$. Di più se si supponga che il pendolo si allontani pochissimo tanto da una parte che dall'altra della verticale, ne siegue che gli angoli α, e θ saranno parimente piccolissimi, per lo che trascurando le quarte potenze si avrà $\cos.\alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2}$, e $\cos.\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$ i quali valori sostituiti in dt ci danno: $dt = -\sqrt{\frac{a}{g}} . \frac{d\theta}{\sqrt{\alpha^2 - \theta^2}}$ ed integrando

si ottiene $t = C + \sqrt{\frac{a}{g}} . A. \cos. \frac{\theta}{\alpha}$.

All'origine del moto si ha ad un tempo $t = 0$, e $\theta = \alpha$ e perciò $C = 0$; sopprimendo dunque la costante, e risolvendo l'equazione relativamente a θ si ottiene $\theta = \alpha \cos. t\sqrt{\frac{g}{a}}$.

Questo valore di θ racchiude la legge del moto del pendolo.

E qui fatto $DCA = x$ avremo $\alpha - \theta = x$, $\frac{\alpha - x}{\alpha} = \cos. t\sqrt{\frac{g}{a}}$ e perciò

$x = a \left(1 - \cos. t \sqrt{\frac{g}{a}} \right)$ dalla quale si ha l'angolo espresso per lo tempo.

Se si volesse l'arco converrebbe moltiplicare il valore precedente di x per a.

Affinchè il pendolo descriva un' intera oscillazione in 1'' conviene che quando $t = 1''$, sia $x = 2a$, e perciò dovrà essere $\sqrt{\frac{g}{a}} = 180°$.

Avremo dunque $x = a\,(1 - \cos.\ 180° t)$ essendo t un numero di secondi.

Che se vogliasi t espresso in terzi sarà $x = a\left(1 - \cos.\ 180° \frac{t}{60}\right)$ da cui si ottiene $x = a\,(1 - \cos.\ 3° t)$ t esprimendo terzi. E siccome $1 - \cos. = \text{sen. } v$, così la nostra equazione si ridurrà alla seguente

$x = a$ sen. $v.\ 3°\ t$, ovvero all'altra

$x' = a'$ sen. $v.\ 3°\ t$, intendendo che a' rappresenti l'arco corrispondente all'ang. a.

Ora, supponendo l'arco della semivibrazione diviso in 1000 parti eguali, facendo cioè $a' = 1000$, e t successivamente

= 0''', 5
1
1, 5
2
2, 5
3
3, 5
.
.
.
.
29, 5
30

si otterrà la seguente tavola, dalla quale si conosce con somma facilità a quali frazioni dell' arco, che il pendolo descrive nella semivibrazione, corrispondano i tempuscoli segnati nella prima colonna della tavola.

TAVOLA

m	Millesimi
0,0	00,0
0,5	00,0
1,0	00,1
1,5	00,3
2,0	00,6
2,5	00,9
3,0	01,2
3,5	01,7
4,0	02,2
4,5	02,8
5,0	03,4
5,5	04,1
6,0	04,9
6,5	05,7
7,0	06,7
7,5	07,6
8,0	08,7
8,5	09,8
9,0	10,9
9,5	12,1
10,0	13,4
10,5	14,7
11,0	16,1
11,5	17,6
12,0	19,1
12,5	20,7
13,0	22,3
13,5	24,0
14,0	25,7
14,5	27,5
15,0	29,3
15,5	31,2
16,0	33,1
16,5	35,1
17,0	37,2
17,5	39,1
18,0	41,2
18,5	43,4
19,0	45,5
19,5	47,8
20,0	50,0
20,5	52,3
21,0	54,6
21,5	57,0
22,0	59,3
22,5	61,7
23,0	64,2
23,5	66,6
24,0	69,1
24,5	71,6
25,0	74,1
25,5	76,7
26,0	79,2
26,5	81,8
27,0	84,4
27,5	87,0
28,0	89,6
28,5	92,2
29,0	94,8
29,5	97,4
30,0	100,0

Dell'uso della sopra esposta tavola per la divisione del quadrante dei minuti terzi e quarti.

Non occorre già dividere realmente l'arco della semivibrazione in mille parti eguali, ma basterà dividerlo soltanto in cento parti. Nel calcolo si è tenuto conto di una cifra di più a fine che l'ultima dei centesimi riesca più esatta. Per distinguer poi colla stessa facilità i tempuscoli corrispondenti alle parti dell'arco maggiori della semivibrazione basterà; primo, sottrarre la frazione 97,4 (corrispondente al tempuscolo 29''',5) dal 100,0 e la differenza 02,6 aggiunta a 100,0 darà 102,6 frazione corrispondente a 30''',5: secondo, sottrarre 94,8 dal prossimo maggiore 97,4 e la differenza 02,6 aggiunta alla porzione dell'arco 102,6 darà 105,2 spazio corrispondente al tempo 31''', e così di seguito. Non è mestieri render ragione di questa operazione, giacchè è per se manifesta.

Con un tal metodo si otterrà la seguente tavola da cui si conoscerà facilmente il tempuscolo corrispondente a ciascun punto dell'arco descritto dal pendolo nella sua intera oscillazione.

TAVOLA

Millesimi	m	Millesimi	m
00,0	0,0	100,0	30,0
00,0	0,5	102,6	30,5
00,1	1,0	105,2	31,0
00,3	1,5	107,8	31,5
00,6	2,0	110,4	32,0
00,9	2,5	113,0	32,5
01,2	3,0	115,0	33,0
01,7	3,5	118,2	33,5
02,2	4,0	120,8	34,0
02,8	4,5	123,3	34,5
03,4	5,0	125,9	35,0
04,1	5,5	128,4	35,5
04,9	6,0	130,9	36,0
05,7	6,5	133,4	36,5
06,7	7,0	135,8	37,0
07,6	7,5	138,3	37,5
08,7	8,0	140,7	38,0
09,8	8,5	143,0	38,5
10,9	9,0	145,4	39,0
12,1	9,5	147,7	39,5
13,4	10,0	150,0	40,0
14,7	10,5	152,2	40,5
16,1	11,0	154,5	41,0
17,6	11,5	156,6	41,5
19,1	12,0	158,8	42,0
20,7	12,5	160,9	42,5
22,3	13,0	162,8	43,0
24,0	13,5	164,9	43,5
25,7	14,0	166,9	44,0
27,5	14,5	168,8	44,5
29,3	15,0	170,7	45,0
31,2	15,5	172,5	45,5
33,1	16,0	174,3	46,0
35,1	16,5	176,0	46,5
37,2	17,0	177,7	47,0
39,1	17,5	179,3	47,5
41,2	18,0	180,9	48,0
43,4	18,5	182,4	48,5
45,5	19,0	183,9	49,0
47,8	19,5	185,3	49,5
50,0	20,0	186,6	50,0
52,3	20,5	187,9	50,5
54,6	21,0	189,1	51,0
57,0	21,5	190,2	51,5
59,3	22,0	191,3	52.0
61,7	22,5	192,4	52,5
64,2	23,0	193,3	53,0
66,6	23,5	194,3	53,5
69,1	24,0	195,1	54,0
71,6	24,5	195,9	54,5
74,1	25,0	196,6	55,0
76,7	25,5	197,2	55,5
79,2	26,0	197,8	56,0
81,8	26,5	198,3	56,5
84,4	27,0	198,8	57,0
87,0	27,5	199,1	57,5
89,6	28,0	199,4	58,0
92,2	23,5	199,7	58,5
94,8	29,0	199,9	59,0
97,4	29,5	200,0	59,5
100,0	30,0	200,0	60,0

Diviso dunque l'arco dell'intera vibrazione in 200 parti eguali, converrà segnare queste parti di cinque in cinque, o di dieci in dieci, cominciando verbigrazia da dritta a sinistra sopra il quadrante *XY* (T. I, Fig. I) e poi di sotto si ripeterà la stessa indicazione di cinque in cinque, o di dieci in dieci parti, incominciando da sinistra a destra per poter agevolmente riconoscere il numero dei terzi, tanto nell'andata che nel ritorno del pendolo.

PARTE SECONDA

Descrizione dell'Oligocronometro.

La Fig. I (Tav. I) rappresenta la macchina veduta di prospetto.

AAA è uno stante di legno piantato sopra una base triangolare. A maggior fermezza dello stante, tre puntelli o contrafforti ricurvi addentano la base, e lo stante, come dimostra senza più la Fig. I, (T. II) che rappresenta tutta la macchina.

E, *E* sono due cilindri di ottone fissi con viti nello stante di legno, e portano una solida lamina di ottone *a b c d* su cui è piantato il pendolo *G H*, e tutto il meccanismo, che serve a tenerlo in movimento.

Una lamina di ottone *e e e e* (Fig. II) sostiene l'artificio con cui si pone in moto, e si arresta il pendolo.

i i i i (Fig. I) è parimente una lamina di ottone mobile sovrapposta all'altra *e e e e* (Fig. II) la quale porta un arco di ottone *PQF*.

Nella Fig. I è delineata una parte del testè accennato artificio veduto di prospetto, e nella Fig. II è rappresentato tutto intero, ma veduto per di dietro.

XY è il quadrante dei minuti terzi e quarti, e l'estremità *ri'* del pendolo serve d'indice.

Le tre viti *fff* poste alla base triangolare (Fig. I, T. II) servono a livellare la macchina mediante il piombino, che ho preferito in questa circostanza al livello a bolla, per le ragioni che accennerò più sotto.

Ora che, per farne conoscere la posizione, ho indicate rapidamente le parti componenti questo mio cronometro, passerò a descriverle partitamente, acciocchè si conosca come son esse costrutte, e qual sia il loro uso.

Del pendolo e del meccanismo per cui si mantiene in moto.

La lamina di ottone *a b c d* (Fig. I, T. I) sostiene il movimento del pendolo comunemente noto.

GcH è un pendolo composto, e *G*, *H* sono le sue due lenti. La lente *H* è munita di un micrometro *r*, onde ottenere i secondi esatti, avvicinandola od allontanandola dal centro di moto secondo il bisogno. Le menomissime differenze si correggono anco mediante un secondo micrometro ond' è fornita la superior lente *G*.

c è l'estremità anteriore dell'asse di moto, che si è costruito in modo che soffra possibilmente il minor attrito, e che non occorre indicare per la ragione ch'è cosa nota a tutti gli abili macchinisti.

L'ancora, la ruota dello scappamento, il quadrante per li secondi col rispettivo indice si manifestano da se medesimi nella figura.

BB è un piccolo tamburo entro cui vi ha una piccola susta, che serve, com'è già noto, al movimento del pendolo, unitamente a due pesi, che vengono sostenuti da un sottil cordone di seta, che accavalcia la carrucola *ee*. La posizione dei detti due pesi scorgesi nella Fig. I, T. II.

Dell'artifizio con cui si mette in moto e si arresta il pendolo.

Vii V'ii (Fig. I) ed *VV'* (Fig. II) è una lamina di ottone, che tiensi attaccata alla posteriore *e e e e* mediante quattro viti *p p p p*, e che può andare su e giù, avvegnachè le viti possono scorrere anch'esse per dei canaletti.

Alla detta lamina è fissato verticalmente con viti un bracciolino ricurvo, che porta mediante due viti, *Qx* l'arco di ottone *PQ* (Fig. I) e *PF* (Fig. II) il quale serve ad arrestare, o a porre in libertà il pendolo. L'accennato arco ha la superficie convessa ricoperta di una sottil pelle bene stirata e fermata con due viti all'estremità *PF*,. E qui dirò che il detto arco *PF* abbassandosi preme la vite *oi''* (Fig. II) che s'insinua nella madrevite *C* stabilmente fissa nel centro della lente *H*, ed arresta il pendolo in qualunque punto del suo moto, giacchè l'arco *PF* è precisamente di un raggio eguale a quello, che descrive l'estremità della vite *oi''* mediante il moto del pendolo.

Una lamina trasversa di ottone AAA, fissata con vite x all'altra verticale $eeee$, porta tutte le leve e le respettive molle, che servono al movimento dell'arco PF.

Ora indicherò in che consista l'artificio di sollevare e di abbassare colla maggior possibile celerità il detto arco.

Nella Fig. II è delineato questo meccanismo, e per maggior chiarezza supporremo che l'arco sia già abbassato, e tenga il pendolo fermo in una dell'estremità dell'arco, che descrive col suo moto. Qui dunque si tratta di far conoscere prima in qual modo si sollevi rapidamente l'arco PF, di poi come si abbassi.

La leva IGm gira intorno il suo asse di moto m, e colla sua estremità, tagliata obliquamente, s'insinua nell'angolo rientrante O della leva dCO, che gira intorno l'asse C. Questo asse è fissato nella lamina posteriore, la quale movendosi su e giù solleva ed abbassa la leva dCO, giacchè il suo asse di moto può scorrere per un canaletto $C\theta$ scavato nella lamina stabile $eeee$.

La leva IG se non fosse sostenuta dal puntello S caderebbe verso q rapidamente, giacchè è spinta in giù dalle due molle di acciaro $tn''h$, che preme sopra di essa nel punto h, ed $fn'a$, che preme in direzione opposta di qua dell'asse di moto nel punto a. Questo puntello è posto per comodo dello sperimentatore, come farò vedere a suo luogo; del resto la leva IGm vien tenuta nella posizione, indicata dalla figura, dall'altra leva a squadra MqL, che sollevata da un filo per l'estremità L va a toccare colla cavità v un risalto G per cui la sostiene, nel qual caso si abbassa il puntello S mediante una chiave uu, e rimane nascosto in una cavità fatta a bella posta nella lamina trasversa AAA.

Ora, tosto che venga tagliato il filo, la leva MqL si abbassa rapidamente mediante una molla ytz, che preme sopra un picciolo risalto z, e la leva IGm vien posta in libertà in modo, che coll'estremità tagliata obliquamente solleva con rapidità, mediante la piccola leva dCO, l'arco PF, ed il pendolo rimane in libertà sull'istante.

Qui giova osservare che nell'atto che la leva dCO viene innalzata, preme colla sua estremità ricurva d contro la superficie del cilindretto b che gira intorno al suo asse, e perciò l'estremità O si muove verso la destra in modo che rimane disimpegnato dall'estremità della maggior leva, e l'arco rimane libero in modo che si può abbassare sull'istante susseguente.

Vediamo ora come facilmente si abbassi quest'arco per arrestare il pendolo posto in moto.

l è l'estremità di un cilindretto stabilmente fisso nella lamina mobile che porta l'arco. Questo cilindretto scorre su e giù pel canaletto in tutte le volte che s'innalza o si abbassa la lamina posteriore, che porta l'arco. Quando l'arco è abbassato per tener fermo il pendolo, il cilindretto *l* rimane discosto dall'estremità *i* della leva $Ko'i$, ma tosto che si pone in libertà il pendolo, sollevando l'arco, il detto cilindretto si porta al contatto dell'estremità *i*. Ora questa leva $Ko'i$ è tenuta nella posizione rappresentata dalla figura, mediante una seconda leva a squadra Nqh, che coll'estremo *h* preme contro un risalto posto nel punto *h* della leva $Ko'i$. Una molla *kns* tende a muovere con forza verso *l* l'estremità *i* della leva, premendo sul punto *s*. È dunque chiaro che se una potenza abbassi l'estremità *N* della leva Nqh, l'altra $Ko'i$ rimarrà in libertà, e premendo sul cilindretto *l* abbasserà l'arco, e fermerà il pendolo sull'istante. Si avverta che nell'atto che si abbassa la lamina mobile per fermare il pendolo, una piccola molla arcuata fissata in *a* con vite preme fra *C* ed *O* la leva *dCO*, e la rimette in istato di poter di nuovo sollevare l'arco.

D è una molla fissata con due viti nell'estremità della lamina mobile, e preme contro la stabile *e e e e* acciocchè rimangano scambievolmente in contatto.

Le due viti V, V' poste alle due estremità della lamina mobile sono importantissime giacchè regolano il moto di detta lamina, ed ecco come. La vite superiore preme sopra il lato *e e* della lamina stabile, cosicchè la mobile non può fare che quel movimento che le vien permesso dalla vite *V* il ch'è di sommo rilievo, giacchè in altro modo potrebbe l'arco premere più o meno del bisogno la vite oi'' fissata nella lente del pendolo. La vite V' inferiore regola l'alzamento della detta lamina in modo che quando il cilindro *l* è in contatto con il braccio *i* della leva di depressione, si arresti il suo moto, urtando nell'inferior lato *e e* della lamina fissa.

Perchè poi lo strumento riesca più comodo ad un tempo, e più esatto mi sono servito di un pendolo composto. E nel vero, usando di un tal pendolo, si ha da vincere una minor resistenza a metterlo repentinamente in istato di quiete, giacchè nel pendolo *ACB* (Fig. V, T. II) la forza da vincere è $= B.\,BC - A.\,AC = h$, ed h dev'essere una quantità positiva, se si vuole che A, oscillando il pendolo, non possa discendere. Ora per le note teoriche del moto di oscillazione dei corpi d'intorno ad un punto fisso, la distanza fra il centro di moto, e quello di oscillazione del pendolo semplice isocrono sarà $\frac{B(BC)^2 + A(AC)^2}{B.\,BC - A.\,AC}$, ove scorgesi che la lunghezza del pendolo semplice isocrono dipende dalla maggiore o minor ragione che hanno fra loro i pesi A, B, e le distanze AC, BC dei medesimi dal centro di moto. In questo modo si può ottenere un pendolo a secondi più comodo per la posizione dell'arco, che deve segnare i terzi, e da fermarsi poi facilissimo, giacchè non si ha da vincere che una piccolissima resistenza: la qual cosa importa moltissimo acciocchè non succeda il più piccolo sconcerto in uno strumento, in cui richiedesi tanta esattezza e precisione.

Chi volesse adoperare a tale oggetto un pendolo a secondi semplice, andrebbe incontro agl'inconvenienti che seguono.

1.° Troverebbesi in necessità di vincere (ragguagliato il resto) una forza molto maggiore onde arrestare il pendolo a qual si voglia istante del suo moto, e la macchina per conseguenza sarebbe soggetta ad urti troppo violenti, per cui essa, ancorchè semplicissima, correrebbe a rischio non pure di sconcertarsi, ma di guastarsi ancora, e in brevissimo tempo.

2.° L'abbandonar il pendolo sicchè passi d' improvviso dalla quiete al moto, lo farebbe nei primi istanti, a motivo della sua lunghezza, oscillare incurvato, cosa che altererebbe l'uniformità e l'aggiustatezza delle vibrazioni.

3.° Riuscirebbe finalmente incomodo a motivo che renderebbesi necessario il sospenderlo ad un sostegno tropp' alto per poter comodamente vedere le divisioni dei terzi.

Questa mia maniera di misurare le più minute frazioni del secondo di tempo potrà essere ridotta al più altò grado di perfezione. Di fatto in luogo di un pendolo a secondi, si potrà costruirne uno a mezzi secondi, non già semplice, ma composto, a fine di ottenere i mezzi secondi con un pendolo un po' più lungo, giacchè in questo modo, restando eguale il resto, le divisioni dei terzi divengono non solo più esatte, ma ben anche più sensibili.

Ora sia CB (Fig. VI, T. II) un pendolo composto, di cui C è il centro di sospensione, ed alle distanze CA, CB sono posti due pesi o lenti A, B. In un tal pendolo, colla già nota formola

$$\frac{A(AC)^2 + B(BC)^2}{A.AC + B.BC}$$

si determinerà la posizione del centro di oscillazione, il quale dovrà cadere in un punto fra A e B. È chiaro dunque, che volendo ottenere i mezzi secondi dal pendolo CB dovrà il peso A essere collocato ad una distanza dal centro di moto minore della nota lunghezza del pendolo semplice a mezzi secondi, e B ad una distanza maggiore. Ma siccome nel calcolo si suppone che la verga CB sia immateriale; così essendo essa necessariamente di un dato peso, si dovrà sostituire il suo peso in luogo della lente B, e si verrà ad ottenere il desiderato pendolo composto a mezzi secondi con una sola lente, sostituendo nella formola il peso della verga, e facendo BC eguale alla distanza del centro di oscillazione della verga dal punto C, che sarà facile determinare o col calcolo o coll'esperienza.

Un pendolo di tal sorta, oltrechè potrà ridursi a soffcrire il minor possibile attrito intorno all'asse di moto, darà i mezzi secondi ed i quarti con rigore geometrico, e tutte altresì le frazioni intermedie, cioè i mezzi terzi, i quarti di terzo, e sino l'ottavo di terzo che corrispondono a 30^{IV}; 15^{IV}; $7,^{IV}5$ quanto prossime al vero che si vorrà. Si avverta che riuscendo questo pendolo più veloce del doppio, tanto più rendesi necessario che l'artificio di arrestarlo sia sommamente pronto.

Dietro questi principj feci per appunto costruire il cronometro a mezzi secondi, che ritrovasi in Milano nell'Osservatorio meteorologico del celebre professore Moscati, e con cui feci gli esperimenti alla presenza dei sopra lodati rispettabili soggetti.

Il detto pendolo si può fare a compensazione, ma trattandosi di uno strumento che non si dee porre in moto che per pochi secondi, sarà sufficiente che il giorno, in cui si vorrà porlo in opera, si rettifichi coi già conosciuti metodi, per assicurarsi che dà precisamente i secondi: cosa che io reputo necessaria da farsi anche nel caso che il pendolo sia a compensazione, e ciò per maggior esattezza e precisione, giacchè si tratta di uno strumento che dee segnare i minuti terzi e i quarti.

Del modo di determinare l'arco per la scala dei minuti terzi.

Costrutto il pendolo, e ridotto all'ultimo grado di perfezione, non rimane che determinare i precisi limiti dell'arco, ch'esso oscillando descrive. Ciò si ottiene facilmente col porlo in moto, e riducendolo coll'accennato metodo in istato di dare i secondi esatti: indi mediante due indici mobili, che sull'arco medesimo XY (Fig. I, T. I) si fanno scorrere, cioè allontanare o avvicinare tra loro, se ne determina l'arco, come ognuno può facilmente comprendere. Si potrà determinare l'ampiezza dell'arco anche col metodo dell'ab. Boscovich (1), ma quello, che testè ho accennato, è più facile e meno soggetto ad errore.

Determinato l'arco delle vibrazioni, non rimane che dividerlo nel sopraccennato modo.

In tal maniera il mio pendolo darà i terzi, ed anco le frazioni dei terzi con tutta quella maggior esattezza che mai da un fisico strumento si possa desiderare.

Col mezzo de' suddetti due indici mobili potrassi anco esaminare se la ruota dello scappamento sia esattamente divisa o no, del che converrà assicurarsi, acciocchè le vibrazioni non vengano alterate nè in più nè in meno.

Del modo di rettificare il pendolo mediante il livello.

Perchè poi trasportando la macchina da un luogo all'altro non succeda alcuna alterazione nel moto del pendolo, converrà rettificarlo col porlo nella primiera posizione, e ciò si eseguisce nel modo seguente. Una volta che siasi posto il pendolo nel suo giusto ed esatto scappamento, convien porre il piombino b (Fig. I, T. II) per diritto coll'indice m. E questo si ottiene facilmente, giacchè l'estremità superiore del filo è sostenuta da una vite a, che ha un sufficiente moto orizzontale in tutte le direzioni, e che quando il piombino è al segno desiderato, si ferma con una controvite. Occorrendo dunque di trasportare lo strumento, non si avrà da far altro che rettificare il piombino mediante le tre viti f, f, f della base triangolare.

(1) Rogerii Josephi Boscovich, opera pertinentia ad opticam et astronomiam, T. V, pag. 213, § IX.

Del modo di porre l'indice dei terzi allo zero del quadrante.

Ogni volta che si vorrà fare un esperimento, converrà porre l'indice (Fig. I, T. I) *ri'* del pendolo allo zero del quadrante dei terzi, il che si ottiene con una lamina di ottone *ABE* (Fig. II, T. II). La detta lamina ha una scanalatura *AB* per cui si fa scorrere a mano, prendendola pel manico *ET*, lungo il lembo superiore dell'arco *XY*, e ricevendo l'estremità *i'* nell'angolo rientrante *C*, lo colloca allo zero della divisione a destra, senza ch'esca dal piano verticale in cui truovasi, cosa di somma importanza perchè le oscillazioni si facciano con tutta quella esattezza, che si ricerca. L'angolo rientrante *C* è formato in una lamina *CD* soprapposta alla prima *ABE*, e fermata con viti *v*, *v*. La lamina *CD* può scorrere sopra l'altra giacchè le due viti *v* , *v* possono muoversi per due canaletti. Ora si riduce questo piccolo strumento atto a porre facilmente l'estremità del pendolo allo zero della scala dei terzi, facendolo descrivere un semicerchio intorno il punto *B*, ed applicandolo in tal posizione all'arco *XY* in guisa che l'indice entri nell'angolo C, e facendolo scorrere per la scanalatura sino che l'estremità A tocca il risalto che trovasi all'estremità *Y* dell'arco. Ciò fatto si ritiri o si porti innanzi la lamina *CD* sino a tanto che l'indice è precisamente allo zero, e poscia si fermi colle viti la lamina *CD*. Fatto questo con somma diligenza e con precisione la prima volta, si può in seguito porre l'indice allo zero dei terzi cogl'occhi chiusi, giacchè facendo scorrere, come dissi, la lamina per la scanalatura *AB*, quando *A* tocca il risalto saremo certi che l'indice corrisponde allo zero dei terzi.

Collocato che sia l'indice allo zero, prima di levare la lamina *ABE* si abbassa l'arco *PF* (Fig. II, T. I) premendo con un dito l'estremità superiore *V* della lamina mobile, e l'indice rimarrà al sito in cui fu posto dalla lamina *ABE*.

Avvertenze che debbonsi avere perchè il pendolo descriva sempre lo stesso arco.

Prima di tutto dirò, che le resistenze degli attriti e dell'aria sono affatto da trascurarsi in questo mio pendolo, che non deve oscillare che per pochi secondi. Di ciò ne assicura l'esperienza: senza dire che queste resistenze vengono tolte dallo stesso modo con cui si determina l'ampiezza dell'arco.

È da riflettersi inoltre che quantunque l'arco descritto da questo mio pendolo debba essere di una sufficiente ampiezza, a potervi segnare la divisione dei terzi; tuttavolta quando il detto arco rimanga entro certi limiti, non vi ha differenza sensibile in confronto di un pendolo che descriva degli archi infinitamente piccoli. L'insigne matematico Bezout ha calcolato questa differenza, e dalla formola

$$t = T\left(\frac{b}{8a} + \frac{9b^2}{256a^2}\right)$$

in cui $\frac{b}{a}$ è il seno verso dell'arco descritto in una semivibrazione (essendo il raggio $= 1$) dimostra che un pendolo della stessa lunghezza di quello a secondi, cui si facesse descrivere degli archi di 5.° da una parte e dall'altra della verticale, senza computare gli attriti, non ritarderebbe per ogni minuto secondo che del tempuscolo $t = 1'' \times 0{,}0004757 = 0'', 0004757 = 0'',0005$, in confronto di quello, che descrivesse degli archi infinitamente piccoli.

Acciocchè poi il pendolo segni lo stesso arco per quel piccolo numero di secondi che si vorrà far oscillare, si avranno le seguenti avvertenze.

Prima di tutto converrà tener difesa dalla polvere e dalla continua impression dell'aria tutta la macchina, e volendosi fare l'esperienze all'aria libera, il pendolo non dovrà sentirne la viva e varia impressione. A tale oggetto si dovrà chiudere tutta la macchina, tranne l'estremità della leva che serve al moto del pendolo, in una custodia con cristalli.

La puleggia scanalata intorno cui sta avvolto il cordoncino di seta, aver dee la sua gola precisamente circolare. Il filo poi di seta, che porta i pesi, dovrà essere applicato in modo che nello svolgersi rimanga sempre egualmente distante dall'asse della puleggia. Di più converrà che il detto filo o cordoncino sia di un egual diametro per tutta la sua lunghezza, e non si possa accavalciare.

E poichè a mano a mano che il peso r (Fig. I, T. II) discende, il cordoncino dal suo lato si allunga, e dal lato del minor peso s si accorcia, il che tanto altera l'azione della forza animatrice quanto è il peso, quantunque minimo, del filo aggiunto al peso *r* moltiplicato per due; così per avere un compenso, e perchè la forza motrice che risulta dall'azione del peso *r* non si alteri nè punto nè poco, converrà al minor peso *s* attaccare un cordoncino eguale a quello, che sostiene i due pesi: così l'aumento di peso rimarrà eguale da entrambi i lati, e la forza animatrice rimarrà costante in qualunque punto ritrovisi il peso *r*.

Finalmente i pesi *r*, *s* consistono in due cilindri di ottone voti, muniti del loro coperchio a vite, e contenenti dei piccoli pallini di piombo ad oggetto di aumentare o diminuire la forza animatrice, e regolare le oscillazioni in modo, che il moto del pendolo si mantenga fra i prescritti limiti.

A conoscer poi senza equivoco se il pendolo siasi fermato verso il fine dell'andata, o sul principio del ritorno, basterà tener dietro coll'occhio all'andamento dell'indice dei terzi; tanto più che lo sperimentatore non avrà bisogno d'impiegarvi la sua attenzione che per li soli due o tre ultimi secondi.

Tuttavolta, chi non volesse aver nemmen questa briga, basterà che noti la corrispondenza tra le due sfere, cioè tra quella dei secondi e quella dei terzi; e fatta un po' di pratica, non potrà giammai ingannarsi sul computo dei minuti secondi e terzi (1). La cosa riuscirà ancor più facile e piana, se lo scappamento in luogo di essere libero, sarà, come si dice, a riposo.

Dell'artificio con cui si corregge il difetto della parallasse nell'osservare i minuti terzi.

Siccome l'estremità acuminata del pendolo serve d'indice al quadrante dei minuti terzi, e movendosi esso in un piano parallelo al detto quadrante, ma discosto di circa $0{,}002^{\text{met.}}$ così nell'osservare il numero dei terzi al momento che l'indice è fermo, se lo sperimentatore non usa molta diligenza, succede una parallasse, che potrebbe facilmente indurre in errore sull'estimazione del numero preciso dei minuti terzi e quarti; così per togliere questo inconveniente col mezzo di una vite *Z* (Fig. I,

(1) Per assicurarsi senza equivoco allorchè il pendolo si ferma vicinissimo al principio od al termine dell'arco basta porre l'indice di rincontro a quell'estremità in cui fermasi il pendolo:

T. I) fo camminare parallelo a se stesso l'arco XY finchè giunga in contatto. coll' indice.

È tanto facile questo meccanismo, ed è così noto, che non occorre che mi prenda il pensiero di descriverlo.

Si può torre l'inconveniente della parallasse anco facendo scorrere pel lembo inferiore del quadrante un contro indice portante due fili tra loro paralleli egualmente che al quadrante, e facendo cadere nel mezzo ai detti fili la punta i' dell'indice al momento dell'osservare.

PARTE TERZA

Del modo di porre in opra l'oligocronometro, e dei varj suoi usi.

Ad oggetto di far conoscere ad un tempo e l'uso di questo mio strumento, e l'esattezza e precisione con cui misura le più minute frazioni del tempo, incominciai ad applicarlo alle sperienze relative alla discesa libera e verticale dei gravi.

Per eseguire questi esperimenti dovetti immaginare due artificj, il primo de'quali servisse a porre nello stesso istante in balia della gravità e il pendolo e una sfera metallica sostenuta ad una determinata altezza; ed il secondo fosse atto ad arrestare il pendolo nell' istante che la sfera compie lo spazio determinato.

La Fig. III (T. I) rappresenta il detto meccanismo veduto lateralmente, e la Fig. IV lo rappresenta veduto di prospetto. Nella Fig. V scorgesi delineato il secondo artificio.

In primo luogo dunque farò conoscere in che consistano questi due artificj, ed appresso passerò a indicare il modo di eseguire gli esperimenti.

Del modo di lasciar cadere un grave nello stesso istante che il pendolo comincia a muoversi.

GG (T. I, Fig. III e IV) è come una staffa quadra, che va infilata nell'asta dritta *SSSS* (T. II, Fig. 1) in guisa che possa scorrere su e giù per essa, e fermarsi con vite *Q* dove si vuole. A questa staffa è stabilmente fissato un pezzo di ottone *SSS* (T. I, Fig. III) di figura rettangola, che porta uno stante *PP* dello stesso metallo, in tutta la lunghezza del quale vi ha un canaletto per cui passa liberamente la vite maschio *DV*. *RC* è un braccetto cha può essere abbassato o sollevato mediante la vite *DV*, che lo infila verso il suo estremo *R*. All'estremità *C* dello stesso braccetto è fermato con vite un pezzo *CZ* che porta la leva *ACB*. *II* è una lamina di ottone tenuta in contatto con *SSS* mediante le due viti *VD*, ed *EE*. La detta lamina poi porta un emisfero cavo di ottone OIO. *IV* è una sfera di ottone la quale essendo foracchiata per l'asse *S'I*, mediante un filo di seta si fa entrare nella cavità emisferica OIO, e si attacca all'estremità *B* della leva *ACB*, e quando all'altra estremità *A* della leva è attaccato il filo di ferro (che tiene la leva la quale serve a porre in moto il pendolo) mediante la vite *D* si solleva di tanto il braccetto *RC*, e per conseguenza la leva *ACB*, quanto basta perchè la detta sfera sia in contatto colla superficie interna dell'emisfero, ed i rispettivi fili sieno sufficientemente tesi.

Allorchè la sfera *IV* è collocata entro la cavità emisferica, la tangente orizzontale *S'F* passa per l'estremità dell' indice *F* ch' è attaccato alla staffa *GG*. Mediante una scanalatura che vi è in *SSS* lo stante *PP*, e per conseguenza la sfera *IV* possono essere allontanati od avvicinati all' indice *F* per la ragione che dirò più sotto, quando cioè indicherò il modo di fare l'esperienze, e sarà in allora che i miei leggitori comprenderanno pienamente l'uso di questo meccanismo.

Della maniera con cui si arresta il pendolo nello stesso istante che un grave cadente compie un determinato spazio.

La Fig. V (T. I) rappresenta l'artificio, che serve ad arrestare il pendolo mediante l'urto di un grave cadente. Ecco in che consiste.

$AA'A'$ è una staffa quadra di ottone che va infilata all'estremità inferiore della già accennata asta diritta, e che può scorrer su e giù, e fermarsi ove più piace mediante due viti V, V.

$XXXX$ è una lamina di ferro su cui è segnato in rosso un cerchiò Z. La detta lamina può girare intorno al suo asse di moto QQ. Alla superficie $A'A'$ della staffa è fissato con viti I, I un fulcro C intorno cui gira la leva $D''CE$. Una vigorosa molla $n\,m\,o$, fissata in n con vite, premendo in o abbassa l'estremo D'', ed eleva necessariamente l'altro E. La vite B serve di regolatore, giacchè la molla solleva il braccio CE della leva fino che urta nell'estremità della vite B e nulla più.

DD' è un bracciolino parimente di ferro perpendicolare alla superficie $XXXX$ e fissato con viti dalla figura chiaramente indicate. L'estremità superiore D ha un risalto col quale tiene la leva $D''CE$ parallela al lato $A'A'$ nel seguente modo. Si pone la lamina $XXXX$ ad angolo retto col lato AA' della staffa, e si preme con la mano la leva in E sino che il risalto D del bracciolino addenta la medesima leva. Ciò fatto il piano $XXXX$ rimane parallelo all'orizzonte venendo sostenuto dalla leva che rimane, come dissi, parallela al lato $A'A'$.

Essendo in tale stato le cose si attacca all'estremità D'' il filo che comunica colla leva destinata a fermare il pendolo. Ora è chiaro, che cadendo il grave, nell'atto medesimo che percuote il piano $XXXX$ vien posta in libertà la leva $D''CE$ la quale venendo prontamente inclinata dalla molla $n\,m\,o$ stira il filo, e chiude rapidamente il pendolo.

Acciocchè poi la lamina $XXXX$ venga smossa colla maggior possibile prontezza e facilità, si è collocato al di sotto del piano un cursore MNS munito di un peso di piombo P che si porta di tanto vicino al punto N quanto basta, perchè ogni più piccolo urto faccia prontamente cadere il piano su cui urta il grave, che discende.

Affinchè poi la sfera percuota il piano sempre nel medesimo punto, si attacca la detta sfera ad un lungo filo di seta, che passa per lo foro I (Fig. III) e facendola servire di piombino si esamina, abbassata che sia, se tocca il centro Z del cerchio colorato, e nel caso che non corrispondesse, si fa scorrere la lamina II innanzi o indietro, sinchè lo tocchi, il che è di somma importanza come a suo luogo farò vedere.

Esperimenti.

Vogliasi p. e. tener conto del tempo che un grave impiega a cadere liberamente da una determinata altezza: ecco come convien procedere. Si pianti nel mezzo di una stanza o a canto di una delle pareti della medesima un'asta ritta *SSSS* (Fig. I, T. II) esattissimamente divisa in piedi e pollici di Parigi, od in metri, decimetri e centimetri, se così meglio piacesse. Ciò fatto si porti il pendolo accanto all'asta, come scorgesi nella figura, e suppongasi che si voglia sapere quanto tempo impieghi un grave a discendere verticalmente da un'altezza di 9 piedi parigini.

Esperienza I.

Si adatti l'artificio rappresentato dalla Fig. V (T. I) all'asta ritta in maniera che il piano $x'x'$, posto orizzontalmente, corrisponda allo zero della scala; e si porga il meccanismo che sostiene il grave all'altra estremità dell'asta in guisa che l'indice f corrisponda al numero IX. In seguito si solleva la leva ig col puntello S (1) (Fig. II, T. I), e si abbassa l'altra kh tenendola nella posizione, chiaramente indicata dalla figura, colla leva nqh nel modo di sopra accennato. Dopo tutto questo si prenda una sfera di ottone o di altro metallo (in tal sorta di esperimenti il platino è da preferirsi a tutti gli altri metalli) e mediante un filo di seta la si attacchi alla leva in b'' in modo che quando la leva è orizzontale, la sfera sia quasi al contatto coll'interna superficie dell'emisfero cavo. Poscia si prende un filo di acciaro la'' bene stirato, un capo del quale si ferma all'estremità l della leva lqg, e l'altro capo all'estremità a'' della leva $a''b''$. E siccome il filo deve rimaner teso in modo che la leva lqg sostenga l'altra ig, così mediante la vite d'' s'innalza la leva $a''b''$ sino a tanto che il filo di acciaro la'', e quello di seta i'' sieno tesi così che la sfera rimanga in contatto coll'interno della custodia emisferica, e la leva lqg sostenga l'altra gi. È poi chiaro che la leva

(1) Siccome il puntello S non si può vedere nella Fig. I, T. II giacchè questa figura rappresenta la macchina diseguata precisamente come ritrovasi al momento di tagliare il filo, così volendo vedere la posizione del puntello S converrà sempre ricorrere alla T. I, Fig. I e II.

$a''b''$ girando intorno il suo asse si piega verso il filo più teso sino a che rimangono tuttadue tesi egualmente. Terminato tutto questo, si leva il puntello S (T. I, Fig. I, e II) e le leve, che servono a porre in libertà il pendolo, ed il grave sono i ordine. Si passi ora alle leve che servono ad arrestare il pendolo.

Si attacchi il filo di acciaro nn alla leva nqh, e l'altro $d'd'$ alla leva $d'e$, e si congiungano tra loro mediante l'ingegno Q, il quale serve a tendere i due fili, che rimangono in contatto colle dette due leve, in guisa che non possa l'inferior leva $d'e$ muoversi senza che contemporaneamente si muova anco la superiore.

L'ingegno Q è rappresentato in grande dalla Fig. III perchè se ne possa intendere più facilmente il meccanismo e l'uso. $ooqq$ è un telajo di ottone: pp è un pezzo parimente di ottone le cui estremità p, p vengono infilate dai due lati oq, oq del telajo, e può scorrere su e giù mediante la vite eei che s' insinua nella madrevite che truovasi nel mezzo di qq.

Ai due uncini n, n si attaccano i fili di acciaro che si vogliono congiungere. È quindi chiaro che girando in una direzione la vite ee il pezzo pp si avvicina al lato oo, ed i fili si tendono, e girando in direzione opposta succede tutto al rovescio.

Finalmente si pone il pendolo allo zero della scala dei terzi a destra o a sinistra, come più piace. Lo strumento ATB (Fig. II) serve per collocarlo dalla parte destra, ma se si faccia in D un angolo rientrante si potrà far servire per tutti e due i casi, se mai così piacesse allo esperimentatore. Posto che sia allo zero il si arresta coll'abbassare l'arco premendo leggermente con un dito la vite v superiore.

Dopo tutto questo lo strumento è all'ordine, ed altro non rimane che tagliare il filo di seta i'. Tagliato con una forbice il filo di seta in modo che alla sfera ne rimanga attaccata la minor possibile quantità, il pendolo comincia ad oscillare, e nell'atto che la sfera urta il piano $x'x'$ in z' la leva $d'e$ rimane in libertà, ed il pendolo si arresta sull' istante. Mediante la vite z si avvicina il quadrante xy all'indice, e nel nostro caso si trova che il tempo impiegato dal grave a descrivere 9 piedi è $= 0'' \, 46''' \, 15^{\text{iv}}$. Il tempo per le note teoriche è $= 0'' \, 46''' \, 3^{\text{iv}}$, e la differenza tra il tempo della sperienza e quello della teorica non è che di soli $12^{\text{iv}} = \frac{1'''}{5}$.

Esperienza II.

Con questa seconda esperienza vuolsi tener conto del tempo, che la stessa sfera impiega a discendere dall'altezza di quattro piedi di Parigi.

Si levi il filo $a''l$ di cui se ne terrà conto, giacchè può servire per tutte le volte che si vorrà ripetere l'antecedente esperimento, e si abbassi la staffa $g'g'g'g'$ sino che l'indice f giugne alla divisione IV. Si uniscano le due leve $a''b''$, lqg con un secondo filo di acciaro, e si monti il pendolo come ho accennato di sopra. E per assicurarsi che la sfera anche in questo caso cade precisamente sul punto z', prima di fare l'esperienza, si abbassi la sfera a guisa di piombino, e poi mediante la vite e'', come sopra ho detto si fa che vi corrisponda esattamente, caso che si trovasse fuori di luogo. Si faccia l'esperimento come sopra, e si troverà che il tempo in questo secondo caso sarà $= 0'' \; 31''' \; 30^{\text{iv}}$ e le teoriche per la caduta di 4 piedi danno un tempo $= 0'' \; 30''' \; 53^{\text{iv}}$, e la differenza è $= 47^{\text{iv}} = \frac{3}{4}$ circa di terzo.

Esperienza III.

Che se si eleverà l'indice e la sfera fino all'altezza di 16 piedi, la macchina darà il tempo $= 1'' \; 3''' \; 45^{\text{iv}}$, e la teorica dà il tempo $= 1'' \; 1''' \; 45^{\text{iv}}$; e la differenza $= 2'''$.

Finalmente volendo tener conto dei tempi impiegati da un grave a descrivere degli spazj maggiori della lunghezza dell'asta dritta $SSSS$, converrà levare la staffa $G'G'G'G'$ dall'asta e fermarla con vite ad un braccio di ferro da fissarsi in una parete in modo che il detto braccio rimanga orizzontale e distante dal piano $x'x'$ di quel numero di piedi o di metri che piacerà, determinandone la precisa distanza coi metodi già conosciuti.

Considerazioni sopra gli accennati esperimenti.

Se si confrontino i tempi indicati dal mio cronometro con quelli determinati dal calcolo in ciascuno dei sopraccennati esperimenti, si troverà una corrispondenza tale da rimanerne sorpresi; giacchè non so se da un fisico strumento si possano ottenere dei risultamenti più esatti e alle teoriche più conformi. E per dare una pruova ancora più solenne della somma utilità di questa mia macchina dirò che tenendo conto dei tempuscoli impiegati da un grave a descrivere verticalmente gli spazj di pollici 6, 7, 8, 9 e così di pollice in pollice fino a 9 piedi, si rinvenne una perfettissima corrispondenza fra i tempi indicati dalla sperienza e quelli determinati dal calcolo, avuto però il debito riguardo alle menomissime resistenze dell'aria.

Di alcune avvertenze che devonsi usare acciocchè questa macchina dia sempre lo stesso e preciso risultamento.

Questa macchina è poi così semplice, e tanto bene combinate sono tutte le parti che servono a porla in moto ed arrestarla, che per quante volte si ripeta lo stesso esperimento non solo successivamente, ma anco dopo varii giorni, si ottengono sempre i medesimi effetti. In questa parte ha certamente un grandissimo merito il valente R. macchinista Tessarolo che seppe così bene eseguire questa mia nuova macchina.

Siccome ad ottenere l'accennata uniformità di effetti non basta che la macchina sia bene immaginata ed eseguita, ma di più rendesi necessario che sia maneggiata con particolari avvertenze; così reputo cosa necessaria il dare qui alcuni avvertimenti a lume di quelli, che vorranno fare dell'esperienze col mio oligocronometro.

Dapoichè dunque si sarà allestito quanto occorre per fare l'esperimento, prima di tagliare il filo converrà esaminare:

I. Che il filo di acciaro la' sia teso in modo che la sfera s' sia in contatto coll'interna superficie della custodia emisferica, e che la leva lqg tocchi il risalto g della leva gi sempre nel medesimo punto. Senza questa avvertenza la macchina potrebbe indurci in errore per due ragioni: 1. perchè quando la sfera non è in contatto col punto più elevato della custodia, la tangente sf non si confonde più colla linea IX, ma passa di sotto, e perciò la sfera cade da un'altezza minore della contemplata: 2. se il contatto fra le due leve accennate si faccia in un punto più vicino o più discosto dall'angolo, per cui scappa la leva gi, ci sarà una differenza nella mossa del pendolo, e non si otterranno due esperimenti conformi.

II. Converrà assicurarsi che i fili nn, $d'd'$ sieno tesi in modo che tentando di sollevare l'ingegno Q non possa muoversi nè verso n nè verso d', giacchè se i detti fili non sono tesi, ed in perfetto contatto nei due punti estremi, nell'atto dell'esperienza, l'estremità d' della leva $d'e$, impiegherà il primo tempuscolo a stirare i fili, ed il pendolo si si fermerà più tardi che non dovrebbe.

III. Sarà necessario avvertire che il piano $x'x'$ rimanga orizzontale in ogni esperimento, giacchè se sarà inclinato, il punto z' si abbasserà, lo spazio che descriverà la sfera riuscirà maggiore dello stabilito, e l'indicazione del tempo sarà erronea, perchè la si riferirà ad uno spazio diverso da quello, che la sfera realmente ha percorso.

IV. Nel tagliare il filo converrà tenere la forbice in contatto colla lamina SS acciocchè in ogni esperimento rimanga attaccata alla sfera la stessa quantità di filo. Converrà di più avvertire che il nodo inferiore del filo non esca dalla sfera.

V. Rendesi sommamente necessario che la leva $Ko'i$ (Fig. II, T. I), posto che sia in moto il pendolo, rimanga precisamente in contatto col cilindretto l; altrimenti il tempo impiegato dalla detta leva a descrivere lo spazio il è perduto per l'esperienza, e la fermata non sarà contemporanea all'urto della sfera contro il piano $x'x'$.

VI. Riprendendo gli esperimenti dopo qualche tempo che la macchina è rimasta inoperosa, la prima cosa da fare sarà di assicurarsi che il pendolo, oscillando, descriva l'arco già stabilito.

VII. Quantunque la lunghezza del filo $a''l$ non influisca, almeno entro certi limiti, a ritardare la mossa del pendolo; tuttavolta per togliere anche questo scrupolo, volendo adoperare questo mio strumento per tener conto dei tempi impiegati da un grave a discendere liberamente da altezze maggiori di 32 piedi, si collocherà la macchina nel mezzo dello spazio, determinato in modo che la lunghezza del filo $a''l$ riesca eguale a un di presso a quella di $n\,d'$. In questo caso vi sarà un compenso, e la qualunque perdita di tempo non influirà per niente sulla precisione, ed esattezza delle sperienze.

Ho detto che la lunghezza del filo $a'' l$ non influisce, almeno entro certi limiti, a ritardare la mossa del pendolo, per la ragione che ho l'appoggio delle seguenti esperienze.

Esperienza I.

Ho fatto cadere un grave dall'altezza di quattro piedi, facendo che la lunghezza del filo $a'' l$ riuscisse di un piede ed ho tenuto conto del tempo, che fu, come ho detto, di $0'' 31''' 30^{\text{iv}}$.

Esperienza II.

Ho ripetuto lo stesso esperimento combinando le cose in modo, che il filo $a'' l$ fosse lungo 32 piedi, ed il tempo anche in questo secondo caso fu $= 0'' 31''' 30^{\text{iv}}$.

Dunque dopo tali esperimenti siamo certi che la lunghezza del detto filo, almeno entro certi limiti, non influisce sull'esattezza dei tempuscoli misurati dal mio oligocronometro.

Dopo tutto questo confido che il mio strumento verrà bene accolto dai fisici e dai matematici; giacchè non so che si conosca altra macchina che dia con maggior precisione la misura di così minute frazioni del tempo.

Usi dell' oligocronometro.

I più saggi fisici diffidano di tutte le teoriche astratte, che riguardano il moto dei fluidi, e gli stessi geometri più insigni confessano, che quei metodi stessi a cui siamo debitori di così sorprendenti progressi nella meccanica dei solidi, non ci danno in questo proposito se non conclusioni assai generali, e nella maggior parte dei casi particolari del tutto incerte. Per la qual cosa non debbono i fisici e i matematici occuparsi intorno alle teoriche idrauliche se non sino a quel limite, in cui vanno esse d'accordo coi fatti, e sembrano necessarie per riunire i fatti stessi sotto un sol punto di vista. Ma per assicurarsi se la teorica si accorda o no coi fatti è necessario d'esser forniti di tutti quei mezzi, che giovano ad eseguire l'esperienze colla maggior precisione ed esattezza possibile. Dovranno dunque i fisici rivolgere una gran parte dei loro studj al perfezionamento degli strumenti, giacchè esperimenti esatti suppongono esatti strumenti.

Ora questo mio oligocronometro si potrà adoperare con profitto negli sperimenti relativi alle resistenze dei fluidi, e si potrà del pari scorgere le ultime differenze fra le teoriche e gli esperimenti in tutti quei casi nei quali entri l'elemento del tempo.

Le leggi della discesa dei gravi non abbisognano di essere confermate dall'esperienza, ma non sarà inutile il determinare con precisione la differenza che passa tra il moto verticale di un corpo per un dato spazio voto di aria e quello dello stesso corpo per un eguale spazio non privo di aria. Questa differenza non fu per anco, ch'io mi sappia, da nessuno determinata con la debita precisione.

Ho di già cominciato una serie di esperimenti sulle resistenze che l'aria oppone ai corpi che cadono verticalmente; ho fatto cadere dalle altezze di 1, 4, 9, 16 piedi delle sfere dello stesso diametro, ma non eguali in densità ed ho tenuto conto dei tempuscoli impiegati in ciascuna discesa. Voi dunque vedete, che dalle differenze di tali tempuscoli potremo dedurre le diverse resistenze, che soffrono le accennate sfere, ed in una parola si potranno rettificare tutte le sperienze relative alle resistenze dei mezzi intraprese già dal Neuton, dal Desaguiliers, e da altri parecchi.

Si potrà non meno determinare con maggior precisione l'influenza della velocità nelle resistenze degli attriti, e parimente rettificare le sperienze sulla velocità del suono giacchè quella determinata dalla teorica risulta sensibilmente più piccola di quella che si ottiene dall'esperienza,

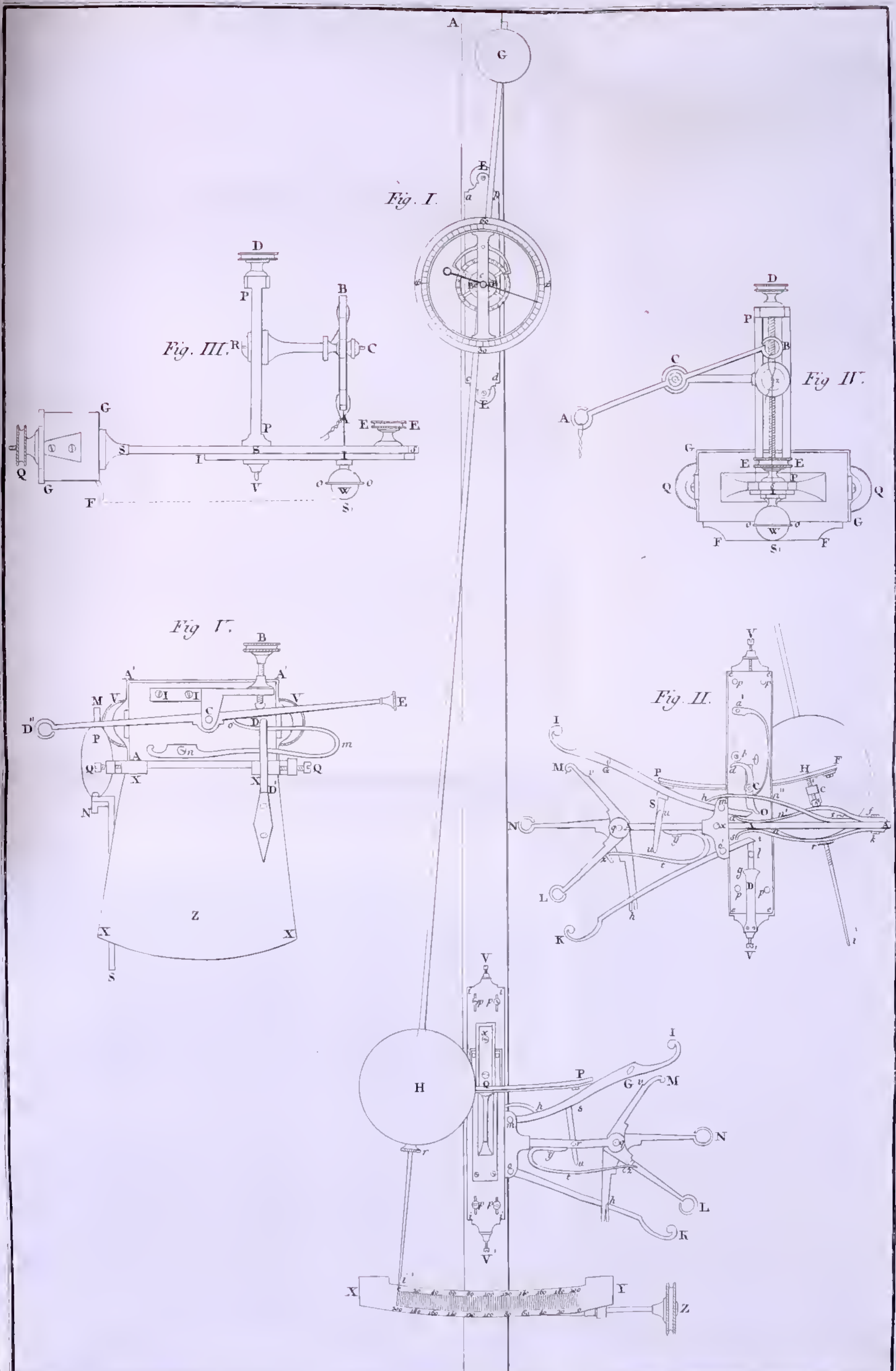
Queste, e moltissime altre esperienze di somma importanza si potranno ripetere e rettificare mediante questo mio pendolo a minuti terzi, e che tralascio di venir più oltre indicando, perciocchè ai dotti fisici e matematici sono già note, o da loro immaginar si potranno, ove sappiano di avere l'aiuto di un fedele oligocronometro.

Quanto è a me, non mancherò certamente di dar mano ad una serie di esperimenti, che conducano a meglio conoscere alcuni effetti del moto dei corpi, e mi studierò, per quanto il comporta la mia tenuità, di raggiungere, in tal sorta di esperimenti, quella precisione, e quella esattezza che pur si richiede in un tempo in cui le scienze fisiche, e matematiche hanno fatto tanti e sì stupendi progressi.

'ta
e
or-
· e

m-
tro
: a
ua-
da
an-

= o
n
'.
)ni
o3



Micoppe del. Dall' Acqua inc.

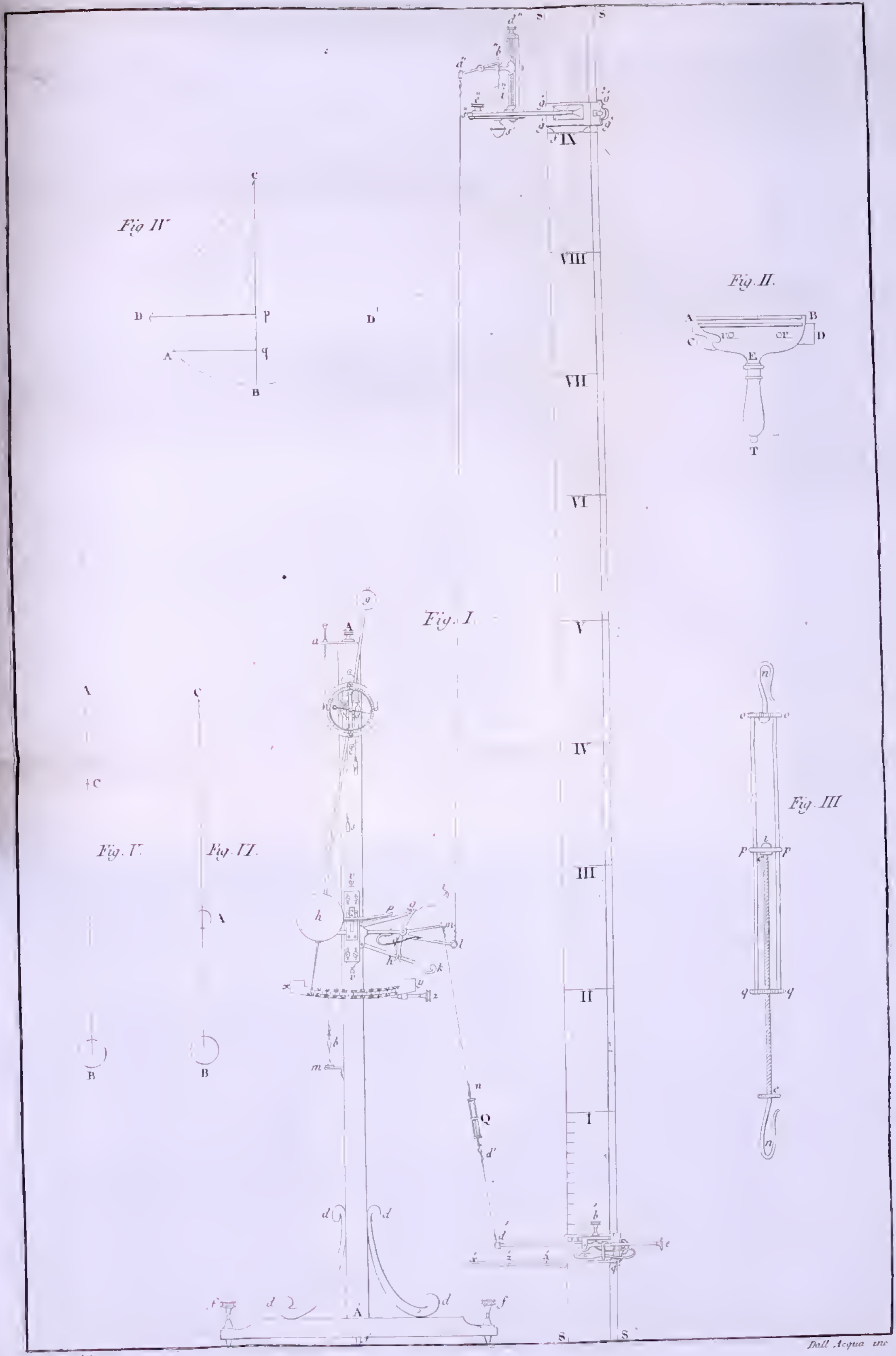
ig

ta
e
or-
e

m-
tro
a
ua-
da
an-

= o
n

oni
o3



Mucoppe del.

Dall Acqua inc.

METAFISICA DELLE EQUAZIONI

MEMORIA

DEL CONTE ABATE PIETRO COSSALI

LETTA NELL'ATENEO DI PADOVA L'ANNO MDCCCXIII.

PARTE I

ARTICOLO I

Sul vero senso delle molte radici in una equazione — sulla nascita e genuina significazione delle radici immaginarie — sulle originali e rette regole della moltiplicazione loro — sui misterj più recenti intorno ad essa — sui paradossi della famosa Alembertiana equazione — e sulle assurdità sopra della medesima dal Nicolai fabbricate.

§ I. Li primi algebristi italiani intendevano per equazione un complesso di termini comprendenti una quantità sconosciuta uguale ad altro simile complesso, più una quantità determinata e nota, o solamente a questa: ciò che noi diremmo una funzione di quantità sconosciuta uguale ad altra funzione, od a quantità data. Presentemente, trasportando da una sola parte tutti i termini, diciamo equazione una funzione di quantità sconosciuta uguagliata a zero, e la sua formola generale si è

$$x^n + Ax^{n-1} + Bx^{n-2} + Cx^{n-3} \ldots\ldots + Mx^{n-4} \ldots + Px + Q = 0$$

e si dimostra, che una tale equazione si è il prodotto di numero n equazioni semplici $x - a = 0, x - b = 0$, $x - c = 0 \ldots\ldots x - m = 0$.

Ma qui una ricerca si affaccia, cioè se queste componenti equazioni si debbano, o si possano considerar vere nello stesso tempo, o no?

Bisogna pertanto distinguere tre casi. Il primo si è allorchè a, b, c.... m sono tutte quantità uguali, ed in tal caso siccome le dette equazioni componenti sono tutte le stesse, e moltiplicate insieme danno le potenze x^n, x^{n-1}, x^{n-2}.... di x, così si possono tutte insieme considerar vere. Ma va bene diversamente la cosa, se a, b, c... m sieno valori differenti. Fa d'uopo osservare, che a cagione della diversità di a, b, c .... m diversi sarebbero pure nelle equazioni semplici $x-a=0$, $x-b=0$, $x-c=0 \ldots . x-m=0$ i valori di x, e perciò moltiplicando insieme esse equazioni, sarebbe impossibile, che ne risultassero le podestà x^n, x^{n-1}, x^{n-2}.... se s'intendesse che tutte le equazioni si verificassero ad un tempo, ossia, che x ad un tempo medesimo rappresentasse le diverse quantità a, b, c .... m. La cosa deve concepirsi così: cioè che ogni equazione semplice possa verificarsi in tempo diverso, e che nell'atto, che una di esse, per esempio la prima $x-a=0$ si verifica, rappresentando x la quantità a, le altre tutte in luogo dell'essere di equazioni ricevano l'essere di mere funzioni, rappresentando in tutte x la quantità a, e convertendosi conseguentemente in $a-b$, $a-c$, $a-d$, ... $a-m$. Lasciandovi però le lettere x si avrà per l'istante, in cui si concepisce $x-a=0$ il prodotto

$$(x-a=0)(x-b)(x-c)\ldots.(x-m)=x^n+Ax^{n-1}+Bx^{n-2}+Cx^{n-3}\ldots.+Q=0$$

e basta il fattore $x-a=0$ a rendere esso prodotto effettivamente eguale a zero.

Di simil guisa concependo successivamente $x-b=0$, $x-c=0$.... $x-m=0$ si avrà

$$(x-a)(x-b=0)(x-c)\ldots.(x-m)=x^n+Ax^{n-1}+Bx^{n-2}+Cx^{n-3}\ldots.+Q=0$$
$$(x-a)(x-b)(x-c=0)\ldots..(x-m)=x^n+Ax^{n-1}+Bx^{n-2}+Cx^{n-3}\ldots.+Q=0$$
$$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d=0)\ldots(x-m)=x^n+Ax^{n-1}+Bx^{n-2}+Cx^{n-3}\ldots.+Q=0$$

etc.

In ciascheduno di questi prodotti il valore per la lettera x rappresentato si rende differente, ma però tutti essi prodotti sono simili, i termini conservano lo stesso coefficiente, lo stesso grado; e quantunque diversi valori di x rendano diversi prodotti eguali a zero, pure, usato in tutti lo stesso simbolo x, si mostrano tutti sotto la medesima medesissima forma: quinci è che si può in uno concentrare la rappresentazione di tutti. Ed ecco il vero concetto di una equazione algebraica di

radici tutte disuguali: essa è una forma nella quale concentrasi la rappresentazione di numero n equazioni particolari di grado n, successivamente, non simultaneamente vere, ed i termini della quale, tranne l'ultimo costante, hanno rappresentazioni numero n diverse: così esempigrazia nell'equazione cubica $x^3 + Ax^2 + Bx + Q = 0$ si concentra la rappresentazione delle tre
$a^3 + Aa^2 + Ba + Q = 0$, $b^3 + Ab^2 + Bb + Q = 0$, $c^3 + Ac^2 + Bc + Q = 0$
e la x ha rispetto alla prima in tutti i termini la rappresentazione di a, rispetto alla seconda la rappresentazione di b, rispetto alla terza la rappresentazione di c. Li coefficienti A, B, C generalmente li $A, B, C \ldots P$ sono costanti siccome l'ultimo termine Q. Il terzo caso, ch' è allora quando le equazioni semplici sono in parte le stesse, ed in parte diverse, partecipa del caso primo e del secondo. Si possono considerare ad un tempo vere le equazioni, che sono le stesse, cioè che presentano valori di x uguali, ma non si ponno considerar vere, che una per volta, in tempo differente le equazioni diverse. Non avrebbe fabbricate l'anno 1783 tante accuse contro l'Algebra, e tante stranezze in questa scienza il Nicolai, che si era accinto all'impresa di riformarla, se avesse posseduto tali principj.

§ II. Tra i valori di a, b, $c, \ldots m$ computano gli analisti le quantità immaginarie. Ma che sono esse mai, e d'onde procedono? Non sono ch'effetti di violenza a considerare quali equazioni quelle, che non sono e non possono essere propriamente considerate, che quali mere funzioni. Dimostrasi da essi analisti, che in una equazione di grado n qualunque non può esservi un numero dispari di radici immaginarie, ma che devono sempre essere in numero pari, e che in ogni paio si corrispondono le forme $B + y\sqrt{-1}$, $B - y\sqrt{-1}$, onde risultano le equazioni semplici $x - B - y\sqrt{-1} = 0$, $x - B + y\sqrt{-1} = 0$ e quinci il loro prodotto $(x - B - y\sqrt{-1} = 0)\ (x - B + y\sqrt{-1})$, + ovvero $(x - B - y\sqrt{-1})$ $(x - B + y\sqrt{-1} = 0 = x^2 - 2Bx + B^2 + y^2 = 0$. Ma non è questa a parlare propriamente un'equazione, ma sibbene una funzione irresolubile in due fattori, e dal farle violenza in trattarla qual equazione, e volerla in due fattori risolvere, ne provengono le quantità immaginarie.

§ III. Un esempio di due tali fattori immaginarj in un problema di 2.º grado mostrò a Cardano la regola della moltiplica delle quantità immaginarie. Il problema si fu: dividere il 10 in due parti, il prodotto delle quali fossé 40. Chiamate le parti x, y si hanno le due equazioni $x+y=10$, $xy=40$, onde $y=10-x$, e sostituito questo valore di y nella seconda, $10x-x^2=40$, ossia $x^2-10x=-40$, e quindi $x=5\pm\sqrt{(25-40)}=5\pm\sqrt{-15}$, ed $y=5\mp\sqrt{-15}$, i quali valori, dovendo la somma loro essere $=10$, significano, che se nel valore di x si prende il radicale col segno $+$, si debbe in quello di y pigliare il radicale col segno $-$, od al contrario. Or, per vedere quale dev'essere la regola nella moltiplica delle quantità immaginarie, si moltiplichi $5+\sqrt{-15}$ con $5-\sqrt{-15}$, e dovendosi avere 40, ed avendosi per la moltiplica di 5 con 5 il numero 25, e distruggendosi tra loro i prodotti di 5 per $+\sqrt{-15}$, e di 5 per $-\sqrt{-15}$ ne verrà di conseguenza, che il prodotto di $+\sqrt{-15}$ con $-\sqrt{-15}$ debba essere $+15$. Ma li segni contrarj fuori dei radicali danno insieme moltiplicati il $-$; dunque a far $+$ dovrà il prodotto di $\sqrt{-15}$ con $\sqrt{-15}$ dare -15, laonde $-+-15=+15$, e così trovasi $25+15=40$. A Bombelli si deve il merito di avere più partitamente sviluppate le regole della moltiplica delle quantità immaginarie. Da lui ricavo le tre seguenti:

1.ª $+\sqrt{-a}\times+\sqrt{-b}=\sqrt{a}\sqrt{-1}\times\sqrt{b}\sqrt{-1}=-\sqrt{ab}$

2.ª $-\sqrt{-a}\times+\sqrt{-b}=-\sqrt{a}\sqrt{-1}\times+\sqrt{b}\sqrt{-1}=\sqrt{ab}$

3.ª $-\sqrt{-a}\times-\sqrt{-b}=-\sqrt{a}\sqrt{-1}\times-\sqrt{b}\sqrt{-1}=-\sqrt{ab}$

Si sono pertanto ingannati coloro, che le immaginarie radici hanno creduto doversi onninamente trattare, siccome le reali senza verun riguardo loro proprio, onde attesa la sola comune regola di $-\times-=+$ insegnarono essere $\sqrt{-a}\times\sqrt{-b}=\sqrt{ab}$. Se ciò fosse, reso nell'esempio di Cardano $b=a=15$, si avrebbe $+\sqrt{-15}\times-\sqrt{-15}=-\sqrt{15^2}=-15$. (1)

§ IV. Si è fatto un grande mistero di Algebra del risultare dalla moltiplica di due quantità immaginarie una quantità reale. Ma posson esservi misterj in Algebra? Il Wolfio passò a riguardare tal risultato quale solenne assurdo, ed a volere relativamente alle quantità negative poste sotto i segni radicali nelle immaginarie radici far un'eccezione alla universal regola $-\times-=+$. *In multiplicatione*, scrive egli nello scolio 5.º del Prob. 13, n. 71. Elem. Anal. delle immaginarie radici brevemente par-

(1) Fa meraviglia d'incontrare ancora negl'aurei elementi d'Algebra dell'insigne Eulero n. 148 una simile svista, leggendosi ivi, che $\sqrt{-2}\cdot\sqrt{-3}\cdot=\sqrt{6}$, e ne' successivi esempii trovando le moltipliche e divisioni ripetute coi fondamenti di tal regola.

lando, *in multiplicatione signum non mutatur, sed facto perinde ac factoribus praefigitur signum, -- alias enim factores imaginarii efficerent factum reale, quod utique absurdum. Quamobrem regulae de signis tantummodo observantur respectu radicum, minime vero respectu quantitatum sub signo radicali positarum*, e quinci calcola egli $(\sqrt{-5}-\sqrt{-7})\times\sqrt{-3}=\sqrt{-15}-\sqrt{-21}$ in luogo di $=-\sqrt{15}+\sqrt{21}$, che danno le regole Bombelliane. Io non ho mai saputo scorgere assurdità veruna, nè la menoma ombra tampoco di mistero nel provenire dalla moltiplica di due quantità immaginarie una quantità reale. La quantità negativa $-a$ diventa ella quantità immaginaria affiggendole il concetto incompatibile di quadrato, con affiggerle il segno radicale, o con segnare $\sqrt{-a}$. Il moltiplicare $\sqrt{-a}$ per $\sqrt{-a}$, o l'elevare $\sqrt{-a}$ a quadrato, altro poi non è, nè vuol dire, che ritogliere da $\sqrt{-a}$ l'affissole segno $\sqrt{\ }$, e da $-a$ rimovere il ripugnante attaccatole concetto di quadrato: e che altro pertanto può e dee uscirne, fuorchè quella stessa stessissima quantità negativa, ma reale $-a$, che prima di ogni mentale arbitraria ed assurda operazione si aveva? E poichè la moltiplica di due immaginarie quantità qualunque $\sqrt{-a}\times\sqrt{-b}$ risolvesi nella moltiplica $\sqrt{ab}$ in $\sqrt{-1}\times\sqrt{-1}$, ossia nel quadrato di $\sqrt{-1}$, che per la metafisica spiegazione, cui vengo dal dare è $=-1$; perciò tanto è lungi, che a me si presenti alcun paradosso sulla equazione $\sqrt{-a}+\sqrt{-b}=-\sqrt{ab}$, che a tutta limpidezza anzi mi splende la verità, la ragione di essa, il modo di ritornare dall'immaginario al reale. Cardano e Bombelli non ritrovarono di che stupire, e menar rumore di fastidioso arcano nel prodotto di reale quantità per moltiplica di due quantità immaginarie, e lo usò il primo, ne stese li precetti il secondo senza esprimere o lasciar traspirare il più leggiero senso di meraviglia, senza dubbio, perchè meglio di molti analisti moderni penetrarono la metafisica in se semplice di esso prodotto.

§ V. Il Frisi pretese che altro modo si avesse a tenere in calcolare le quantià immaginarie che le reali, per la ragione, che non si potrebbe che assurdamente stabilire $o\times\sqrt{-1}=o$. *A recta vero*, così egli alla pag. 20 de Arithmetica universali, *a recta vero quantitatum hujusmodi consideratione auctores celebres recesserunt qui eas quantitatum realium calculo citra impossibilem casum aliquem admiscentes, eodem modo ac quantitates quasvis reales ad calculum revocarunt,* *cum alia prorsus calculi ratio in utraque quantitatum specie esse debeat. Ita non nisi absurde statui posset* $0 \times \sqrt{-1} = 0$: *cum in multiplicatione quavis unitas, multiplicator, multiplicandus et productum esse debeant continue proportionales, et nunquam assumi possit tamquam continua proportio* $1 : \sqrt{-1} = 0 : 0$, *neque etiam esset* $0 \times \sqrt{+1} = 0$, *et nihil imaginarii realem potius quantitatem quam nullam designaret.* Rispetto primieramente a quest'ultime parole, io non saprò intendere per quale ragione il nulla d'immaginario, piuttosto che nulla, significasse alcuna quantità reale, se il nulla di reale reciprocamente non significhi qualche cosa d'immaginario. Relativamente alla proporzione, sussiste ella domando io la proporzione $1 : a = 0 : 0$, qualunque sia, e comunque grande il numero notato per a, anzi qualunque quantità per a si disegni, o razionale, o irrazionale, o trascendente? Se no, qual meraviglia che non sussista la proporzione $1 : \sqrt{-1} = 0 : 0$? e sarà da conchiudersi che generalmente dall'essere $0 \times a = 0$ qualunque sia a, o vera quantità di qualsisiasi specie, o quantità immaginaria, non se ne può trarre la continua proporzione $1 : a = 0 : 0$. E se sì, spieghisi il come, si vedrà potersi la spiegazione eziandio applicare al caso di $a = \sqrt{-1}$. Io sono persuaso che il teorema della continua proporzione dell'unità, del moltiplicatore, del moltiplicando e del prodotto vaglia sinchè il moltiplicando ritiene l'essere di quantità, ma che cessi all'annientarsi di esso. E di fatto come al perdersi l'idea di moltiplica, ch'è l'addizione di una quantità tante volte a se stessa quante unità il moltiplicando contiene, all'annichilare in somma per lo contrario la quantità, conservare il teorema della moltiplica? Del resto la maniera diversa di calcolare le quantità immaginarie dalla maniera di calcolare le radici reali si è già dimostrata ed a *posteriori* coll'esempio del problema di Cardano, ed a *priori* dalla natura stessa delle immaginarie quantità senza bisogno di mettere in mistero col Frisi tale diversa maniera.

§ VI. E qui cade altresì in acconcio il dire in brevi cenni dei due paradossi, che il D'Alembert nel tomo 5 dei suoi opuscoli, § 40, pag. 383, espose intorno all'equazione $(1 + h\sqrt{-1})^m = (1 - h\sqrt{-1})^m$ osservando così, *il ne s'ensuit pas de là (ce qui est contraire en apparence aux principes reçûs dans l'algèbre ordinaire) que* $1 + h\sqrt{-1} = 1 - h\sqrt{-1}$, *à moins que* h *ne soit* $= 0$; *espéce de paradoxe di-*

gne d'être observé. Ce n'est pas tout; de ce que $(1+h\sqrt{-1})^m = (1-h\sqrt{-1})^m$ *il n'en faut pas conclure, que* $(1+h\sqrt{-1})^{m^n} = (1-h\sqrt{-1})^{m^n}$, *n étant un nombre quelconque; à moins que ce ne soit un nombre entier positif, ou negatif.* E qual cumulo di misterj, anzi di aperte ripugnanze non vi fabbricò sopra il Nicolai nelle sue Memorie § 38? sciogliendo l'equazione $(1+h\sqrt{-1})^m = (1-h\sqrt{-1})^m$ nella forma $(1+h\sqrt{-1})^{\frac{m}{2}} \times (1+h\sqrt{-1})^{\frac{m}{2}} = (1-h\sqrt{-1})^{\frac{m}{2}} \times (1-h\sqrt{-1})^{\frac{m}{2}}$ e deducendone immediatamente $\frac{(1+h\sqrt{-1})^{\frac{m}{2}}}{(1-h\sqrt{-1})^{\frac{m}{2}}} = \frac{(1-h\sqrt{-1})^{\frac{m}{2}}}{(1+h\sqrt{-1})^{\frac{m}{2}}}$ e quinci fatto $m = 2$ tirandone $\frac{1+h\sqrt{-1}}{1-h\sqrt{-1}} = \frac{1-h\sqrt{-1}}{1-h\sqrt{-1}}$; e posto $h = -1+9$ cavandone $\frac{1+\sqrt{(1-9)}}{1-\sqrt{(1-9)}} = \frac{1-\sqrt{(1-9)}}{1+\sqrt{(1-9)}}$; poscia §§ 39, 40, 41 pretendendo d'indirettamente dimostrare $2\sqrt{(1-9)} = -2\sqrt{(1-9)} \ldots \frac{1}{\sqrt{-1}}, = \pm\sqrt{-1} \ldots \frac{1+\sqrt{(1-9)}}{1-\sqrt{(1-9)}} = \frac{1+\sqrt{(-1+9)}}{1-\sqrt{(-1+9)}}$ che importa $\pm 1 = \sqrt{-1}$ e tutto ciò, perchè queste equazioni non fanno che portare all'equazione $(1+\sqrt{-1})^2 = (1-\sqrt{-1})^2$; finalmente al § 44 affermando: *suggerirgli il suo nuovo metodo, che l'Alembertiana equazione deve sempre verificarsi in ogni valore di m, ma non poterlo per allora dimostrare direttamente.* Intanto però, applicando alla stessa equazione il metodo Newtoniano per l'elevazione del binomio alla podestà m, ne ricava per necessarie conseguenze $+\sqrt{-1} = -\sqrt{-1}$ ed $1+\sqrt{-1} = 1-\sqrt{-1}$. Ma per abbattere tutto questo edificio di mostruosissimi paradossi basta rimontare all'origine dell'Alembertiana equazione che consiste nelle due seguenti equazioni

(1) $(\cos. A + \text{sen.} A\sqrt{-1})^m = \cos. mA + \text{sen.} mA\sqrt{-1}$

(2) $(\cos. A - \text{sen.} A\sqrt{-1})^m = \cos. mA - \text{sen.} mA\sqrt{-1}$

fatto in queste sen. $mA = 0$, e conseguentemente cos. $mA = \pm 1$ si riducon esse alle due

(3) $(\cos. A + \text{sen.} A\sqrt{-1})^m = \cos. mA = \pm 1$

(4) $(\cos. A - \text{sen.} A\sqrt{-1})^m = \cos. mA = \pm 1$

e quinci per la evidente equazione $\pm 1 = \pm 1$ ne viene la (5)

(5) $(\cos. A + \text{sen}. A \sqrt{-1})^m = (\cos. A - \text{sen}. A \sqrt{-1})^m$
dalla quale si deduce

$$(\cos. A)^m \left(1 + \frac{\text{sen}. A}{\cos. A} \sqrt{-1}\right)^m = (\cos. A)^m \left(1 - \frac{\text{sen}. A}{\cos. A} \sqrt{-1}\right)^m$$

d'onde dividendo per $(\cos. A)^m$, e ponendo $\frac{\text{sen}. A}{\cos. A} = \text{tang}. A = h$ si ottiene $(1 + h\sqrt{-1})^m = (1 - h\sqrt{-1})^m$

Tale si è, secondo il D'Alembert medesimo, la derivazione della sua equazione. Ora riflettendo all'ipotesi fondamentale sen. $mA = 0$, cos. $mA = \pm 1$ distinguendo le due combinazioni sen. $mA = 0$, cos. $mA = 1$, e sen. $mA = 0$, cos. $mA = -1$, ed espresso per N qualunque termine delle serie 0, 1 2 3 4 5 . . . : e per π la circonferenza di un cerchio si vedrà facilmente, che nella 1.ª combinazione $mA = N\pi$, e nella 2.ª $mA = (2N + 1)\frac{\pi}{2}$ laonde fatto $m = 1$, si ha per la prima combinazione $\frac{\text{sen}. A}{\cos. A} = \text{tangh} = h = \frac{0}{1}$, e quinci $(1 + h\sqrt{-1})^1 = (1 - h\sqrt{-1})^1$ riducesi ad $1 = 1$; e per la combinazione 2.ª $\frac{\text{sen}. A}{\cos. A} = \text{tang}. A = h = \frac{0}{-1}$ e conseguentemente in luogo $(1 + h\sqrt{-1})^1 = (1 - h\sqrt{-1})^1$ proviene $1 = 1$. Che se facciasi $m = 2$ si conseguisce per la 1.ª combinazione $A = 0, A = \frac{\pi}{2}, A = \pi . A = \frac{3}{2}\pi . . . . .$ e sempre sen. $A = 0$, perlocchè sempre spariscono sull'equazione $(1 + h\sqrt{-1})^2 = (1 - h\sqrt{-1})^2$ i termini immaginarj $h\sqrt{-1}, -h\sqrt{-1}$; e nella combinazione 2.ª ritrovasi $A = \frac{\pi}{4}, A = \frac{3\pi}{4}$ valori, che danno sen. $\frac{\pi}{4} = 1$, cos. $\frac{\pi}{4} = 0$; sen. $\frac{3\pi}{4} = -1$ cos. $\frac{3\pi}{4} = 0$, e perciò l'equazione $(1 + h\sqrt{-1})^2 = (1 - h\sqrt{-1})^2$ veste gli aspetti $(1 + \frac{1}{0}\sqrt{-1})^2 = (1 - \frac{1}{0}\sqrt{-1}) . (1 - \frac{1}{0}\sqrt{-1})^2 = (1 + \frac{1}{0}\sqrt{-1})^2$ che trascurate le unità a confronto dell'infinito $\frac{1}{0}$ ristrignesi ad $(\frac{1}{0}\sqrt{-1})^2 = (-\frac{1}{0}\sqrt{-1})^2$, cioè ad $-1 = -1$. Ma senza questo trascuramento traendo fuori della potenza seconda lo zero, otterremo $0^2(0 + 1\sqrt{-1})^2 = 0^2(0 - 1\sqrt{-1})^2$, ossia dividendo per 0^2, $(0 + 1\sqrt{-1})^2 = (0 - 1\sqrt{-1})^2$, il che poi non è altro che in luogo dell'equazione $(1 + h\sqrt{-1})^m$

$= (1 - h\sqrt{-1})^m$ adoperare quella dalla quale essa è derivata $(\cos. A + \text{sen}. A\sqrt{-1})^m = (\cos. A - \text{sen}. A\sqrt{-1})^m$ Ma $(0 + 1\sqrt{-1})^2 = (0 - 1\sqrt{-1})^2$ non porge che $(+1\sqrt{-1})^2 = (-1\sqrt{-1})^2$, e questa secondo le regole sopra spiegate della moltiplica delle quantità immaginarie produce $-1 = -1$. Dunque a conchiudere, le equazioni $1 + h\sqrt{-1} = 1 - h\sqrt{-1}$, $(1 + h\sqrt{-1})^2 = (1 - h\sqrt{-1})^2$ non sono in alcun modo comprese nell'equazione $(1 + h\sqrt{-1})^m = (1 - h\sqrt{-1})^m$ sussistendo h, laonde crolla la specie di paradosso proposto in primo luogo dal D'Alembert, e rovina tutto il monte dei paradossi, od a meglio dire assurdi, fabbricato dal Nicolai. Dovrei da' suoi principj esaminare quale verità abbia il secondo paradosso dal D'Alembert notato, di non potersi dall'equazione $(1 + h\sqrt{-1})^m = (1\ h\sqrt{-1})^m$ conchiudere quest'altra $(1 + h\sqrt{-1})^{\frac{m}{n}} = (1 - h\sqrt{-1})^{\frac{m}{n}}$ *à moins que ce ne soit un nombre entier positif, ou negatif*, e dissipare l'altro assurdissimo $+\sqrt{-1} = -\sqrt{-1}$ ricavato per il Nicolai dalla elevazione dell'equazione $(1 + h\sqrt{-1})^m = (1 - h\sqrt{-1})^m$ con la formola delle potenze Newtoniana. Ma tutto ciò mi porterebbe troppo a lungo, e non potrei, che trascrivere la mia lettera al sig. D'Alembert stesso li 9 luglio 1783 diretta, e nel tomo IX della Società Italiana inserita. Essa pertanto si legga, e vi si vedrà non solamente sviluppati, e tolti i paradossi tutti della famosa equazione, ma anche assegnati gli aspetti suoi moltiplici e varj secondo il diverso esponente m.

ARTICOLO II

Sulla omogeneità di grado, e sulla eterogeneità di specie, e di essere nei termini dell'equazione.

§ I. È specioso il modo, nel quale insegna F. Luca avverarsi un'equazione, quale $ax^2 + bx = n$ ancorchè i termini ax^2, bx sieno tra di loro dissimilissimi, e rappresentino quantità di specie diversissima, il primo superficie, il secondo linee, concependo il termine noto n non già come un aggregato di unità, o di frazioni omogenee, ma siccome un misto di unità, o di frazioni eterogenee, altre lineari, altre superficiali, e tante della prima specie quanto importa ax^2, tante della seconda quante ne importa bx.

Così avverasi l'equazione $4x^2 + 3x = 7$ fatto $x = 1$, e diviso il 7 in quattro quadrati dell'unità, ed in tre unità lineari. Ma F. Luca non conosceva le radici negative, e non potè quinci accorgerci del primo difetto, che soffre la sua spiegazione. Lo scioglimento dell'equazione $4x^2 + 3x = 7$ dà $x = -\frac{3}{8} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{8}\right)^2 + \frac{7}{4}}\Big) = \frac{-3 + 11}{8} = 1$, e $-\frac{7}{4}$. Or fatto $x = -\frac{7}{4}$ si ha $4x^2 = 4 \cdot \frac{49}{16}$ di superficie, e $3x = -3 \cdot \frac{7}{4}$ di linea. Or come da $4 \cdot \frac{49}{16}$ di superficie sottrarre $3 \cdot \frac{7}{4}$ di linea, onde far 7? Il secondo difetto si è il rendersi inammissibile eziandio nelle radici positive irrazionali qual è $x = -1 + \sqrt{5}$ dell'equazione $x^2 + 2x = 4$, poichè sostituendo ivi il detto valore di x, si ha $(-1 + \sqrt{5})^2 + 2(-1 + \sqrt{5}) = 4$, e svolgendo, $6 - 2\sqrt{5} - 2 + 2\sqrt{5} = 4$, dove è da riflettere che $-2\sqrt{5}$ riferendosi alla superficie quadrata $(-1 + \sqrt{5})^2$ è superficie, la quale si deve intender tolta dalla superficie b all'opposto $+2\sqrt{5}$ non significa, che due volte la linea $\sqrt{5}$ la quale sottrarre si deve dalla linea 2; perlocchè sebbene abbiano $-2\sqrt{5}$, $+2\sqrt{5}$ segno contrario non si possono scambievolmente distruggere per esser di dissimil natura, siccome per la medesima dissomiglianza non può il razionale ma lineare termine -2 elidere un 2 nel razionale, ma superficiale 6, e ridur questo a 4. Bisogna pertanto concepire irrazional superficie da razional superficie, giusta il pensiero di F. Luca, sottratta, e razional linea sottratta da linea irrazionale, e concepir poi che i residui compóngano insieme il numero 4. Qual cosa più impercettibile? Invano dunque si studiò la prima età dell'analisi in Italia di conciliare verità di equazione e dissomiglianza di termini, ideando nel termine noto un misto implicito corrispondente al misto esplicito nei termini ignoti. Egli è giuoco forza ad intendere generalmente vere le equazioni, intendere della stessa altezza tutti i termini, concepir tra loro vera relazione, addizion vera, vera sottrazione. Come però questo, se i termini si danno a vedere dissimili, diversi in grado, eterogenei?

§ II. La verità da se evidente, che aggiungere non si possano l'una all'altra, nè l'una dall'altra sottrarre, se non le quantità omogenee, fu detta *legge degli omogenei*. Vieta ne fa maestro, non so quale, Adrasto, e di essa si occupa nel capo III della sua Isagoga su l'arte analitica intitolato: *de lege homogeneorum, et gradibus ac generibus magnitudinum comparatarum*. A norma di fatto della legge degli omogenei va egli assegnando le grandezze, che paragonare si possono ed insieme combinare a costituire le equazioni di diverso grado di 2.° di 3.° di 4.°. Nell'equazione di 2.° grado non possono aver luogo, che il quadrato della grandezza incognita, ch'egli segna *A*, il piano di una cognita con essa, ed un piano noto. Non altre grandezze entrar possono a comporre un'equazione di grado 3.°, che il cubo della incognita *A*, il solido del quadrato di essa con una nota, il solido della medesima semplicemente presa con un piano noto ed un noto solido. Nè altre a comporre un'equazione di 4.° grado, che il quadrato — quadrato dell' incognita *A*, il cubo di essa in una nota, il quadrato della medesima in un piano noto, la stessa in suo stato semplice in un solido noto, ed un piano — piano noto. Wallis dice, che Vieta si fu quegli, che al termine noto diede il nome di omogeneo di comparazione, e così lo chiama nel capo VII, dove definisce: *magnitudo certa cui comparantur reliquae, est homogeneum comparationis*. Nel libro di lui, *de recognitione aequationum*, in cui a far riconoscere la costituzione delle equazioni, le risolve in problemi di continue proporzionali, apparisce quale, giusta tale risoluzione, origine e modo avere debbano i termini omogenei; ma questa via è estrinseca, e non presenta la verità che in aspetto particolare. Vieta arrivò bensì al conoscimento della composizione intima delle equazioni; ma non si avanzò a dimostrare per via generale ed intrinseca l'omogeneità di grado nei termini loro.

§ III. Analisti posteriori hanno distinto le equazioni, nelle quali salva è la legge degli omogenei, e quelle nelle quali essa manca, ed hanno studiato a produrre ripari di tal mancanza. Uno di tali ripari è quello delle sostituzioni. Se esempigrazia l'equazione sia $ax + y^4 - by^2 = 0$, supponendosi $y^2 = z$, e sostituendo si ottiene $ax + z^2 - bz = 0$, equazione omogenea. Se offerta venga l'equazione $bx - a^3 y + c^4 y^2 = 0$, posto $y = \frac{1}{z}$, e fatta la sostituzione, proviene $bx - \frac{a^3}{z} + \frac{c^4}{z^2} = 0$ nella quale equazione essendo $\frac{a^3}{z}, \frac{c^4}{z^2}$ di due dimensioni, non altrimenti che bx si ha l'omogeneità desiderata. È evidente rimanere medesimi gli effetti se la variabile x cangisi in costante, cioè se le equazioni si traducono da equazioni a due variabili ad equazioni ad una sola variabile, od incognita. Addomando io però: il porre $y^2 = z$, ovvero $y = \frac{1}{z}$ non è egli fabbricare equazioni eterogenee per rimediare all'eterogeneità di altre?

§ IV. Ma vi sono due artificj comunemente più pregiati. Uno è rovescio dell'altro, consistendo il primo in moltiplicare, il secondo in dividere i termini dell'equazione per le convenevoli potenze dell'unità, sicchè la somma delle dimensioni, che i termini già avevano, e delle dimensioni dell'unità o la differenza riesca in tutti i termini la stessa. Trattisi di rendere omogenei i termini dell'equazione $x^4 + Ax^3 + Bx^2 + Cx + Q = 0$, si faccia a maggiore perspicuità e generalità $1 = m$, per il primo artificio si avrà

$x^4 + Ax^3 + Bmx^2 + Cmx^2 + Qm^3 = 0$ equazione omogenea,

e per il secondo

$$\frac{x^4}{m^3} + \frac{Ax^3}{m^3} + \frac{Bx^2}{m^2} + \frac{Cx}{m} + Q = 0.$$

È manifesto che questa seconda si può trarre dalla prima dividendola per m^3 moltiplicator dell'ultimo termine Qm^3; ed è pur evidente, che l'effetto del primo artificio, supposto che i coefficienti A, B, C, Q significassero semplici numeri lineari sarebbe di recare tutti i termini dell'equazione al grado del più alto fra essi, ed all'incontro l'effetto del secondo il deprimerli tutti al grado del più basso. Ed è pur vero, che i termini in questo inalzamento ed abbassamento di grado non soffrirebbero alcuna alterazione nei mutui rapporti espressi per li coefficienti. Poichè un rettangolo per esempio di 6 piedi quadrati moltiplicato per 1 piede passa ad essere un solido di 6 piedi cubici, ritenendo nell'ordine di solidità la quantità numerica b, che prima aveva nell'ordine di superficie; e lo stesso rettangolo di 6 piedi quadrati diviso per 1 piede si riduce a 6 piedi lineari prendendo rispetto, al piede semplice lineare il rapporto, che aveva al piede superficiale quadrato. Questo è il miglior lume in cui possa essere posta l'odierna dottrina di quella, che dicesi *omogeneizzazione* di un'equazione.

§ V. Ma qual bisogno di tali artificj? qual ragione di supporre semplici numeri lineari i coefficienti de'termini di un'equazione? Anzi quali ripugnanze in non supporli progressivamente lineari, piani, solidi ec.? Io certamente mi meraviglio che dopo i progressi dell'analisi, penetrata già perspicuamente l'intrinseca composizione delle equazioni, avvertita non siasi una bella verità che spontaneamente ne emana, e ch'io espongo nel seguente

Teorema I. Qualunque equazione $x^n + Ax^{n-1} + Bx^{n-2} + Cx^{n-3} + Dx^{n-4} \ldots + Q = 0$ è da se, di natura sua necessariamente omogenea nel grado di tutti i suoi termini.

Dimostrazione. Insegna la teoria delle equazioni, che una qualunque equazione di grado n ha un numero n di radici, e che il coefficiente A di x^{n-1} è la somma di esse con segno contrario, il coefficiente B di x^{n-2} è l'aggregato dei prodotti loro a due a due col proprio segno, il coefficiente C di x^{n-3} è l'aggregato delle stesse a tre a tre con contrario segno, il coefficiente D di x^{n-4}, l'aggregato delle medesime a quattro a quattro con proprio segno, e così discorrendo il coefficiente in genere di x^{n-h} l'aggregato dei prodotti delle radici prese a numero h secondo tutte le combinazioni, e con segno poi contrario o proprio giusta il luogo o pari o dispari di x^{n-h} nell'equazione, ed in fine con simile condizione il termine ultimo Q, che si può considerare come il coefficiente di $x^{n-n} = x^0 = 1$, è il prodotto di tutte le radici insieme. Non sono dunque tutti i coefficienti A, B, C, $D \ldots Q$ numeri lineari, ma il solo A è di 1.° grado o lineare, B di 2.°, C di 3.°, e generalmente il coefficiente di x^{n-h} di grado h^{esimo}; cosicchè il grado del coefficiente compensa sempre il grado tolto ad x^n, sinchè finalmente l'ultimo termine coefficiente di x^{n-n}, ossia di x^0, sale al grado n, e si uguaglia al grado di x nel primo termine. In tutti pertanto i termini la somma del grado di x, e del grado insieme del coefficiente riesce la stessa, cioè n; laonde tutti essi termini sono di grado tra loro omogenei, e resta dimostrato, che qualunque equazione da se, di sua natura, per ragione intrinseca di sua composizione, è necessariamente nell'altezza de' suoi termini tutti omogenea.

Ciò, che delle equazioni ad una sola incognita si è per me dimostrato, si trasporta alle equazioni a due incognite o variabili; per lo che soggiungo

Teorema II. Ogni equazione indeterminata a due incognite o variabili x, y è da se e naturalmente nel grado de' suoi termini omogenea.

Dimostrazione. Qualunque valore s' immagini dato ad arbitrio alla variabile y, l'equazione si trasmuta in un' equazione alla sola variabile x, e cade sotto il Teorema I. Dunque ec.

Mi si opporrà rispetto ad esso Teorema I un' equazione, nella quale alcuno dei termini sia $= 0$, ed il coefficiente di alcun altro, che dovrebb' essere di grado 2.° 3.° . . . sia numero primo, quale l'equazione $x^3 - 3x + 2 = 0$, nella quale il secondo termine è zero ed il coefficiente del terzo è 3. Or come si dirà, il termine zero è con gli altri omogeneo? e come il numero primo 3 si può considerare come composto e di 2.° grado? Ecco come: le radici della detta equazione sono $x = 1$, $x = 1$, $x = -2$. Or la somma loro $1 + 1 - 2$ presa con segno contrario, siccome eziandio con proprio si distrugge, donde proviene il termine $0\,x^2 = 0$, e che questo termine sia omogeneo con gli altri, e conseguentemente di 3.° grado qual meraviglia se $0^3 = 0$? Quanto al numero 3 si avverta che le tre radici moltiplicate a due a due danno $1 \times 1 + 1 \times -2 + 1 \times -2$ tre prodotti, che sono rettangoli ossia quantità di 2.° grado la somma de'quali risulta di -3. Dunque questo 3 è di 2.° grado sebbene abbia la sembianza di numero semplice primo. Si discorre similmente di altri casi simili relativi ad equazione ad una sola variabile, e non diversamente rispetto a casi di una equazione a due variabili.

§ VI. La natura di una equazione non acconsente, che i termini suoi sieno intrinsecamente eterogenei per diversità di grado, ma acconsente bene, ed il più delle volte avviene, che sieno eterogenei per diversità di specie. Denomino diversità di specie la diversità tra le quantità razionali e le irrazionali. In ogni equazione l'ultimo termine è razionale; ma se x sia irrazionale, gli altri termini, che lo comprendono, sono o per intero o in parte irrazionali, e così l'equazione sarà composta di due specie di quantità, e sarà nella specie de'termini eterogenea. Nell'equazione generale di 2.º g.º $x^2 + ax + b = o$ se $a^2 - 4b$ non sia un quadrato, ed x sia conseguentemente misto di razionale e d'irrazionale, il primo e secondo termine sono ambidue misti, cioè in parte razionali ed in parte irrazionali. Ma nell'equazione di 3.º g.º $x^3 - px - q = o$ sostituendo il general valore di

$$x = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2} q + \sqrt{\left(\frac{1}{4} q^2 - \frac{1}{27} p^3\right)}\right)} + \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2} q - \sqrt{\left(\frac{1}{4} q^2 - \frac{1}{27} p^3\right)}\right)}$$

e supponendo le due parti di questo valore irrazionali, il secondo termine px sarà interamente irrazionale, il primo x^3 in parte razionale, in parte irrazionale. Ed è poi evidente che a verificarsi l'equazione, sempre ciascuna delle specie deve distruggersi da se, l'aggregato dei termini irrazionali e delle parti irrazionali dei termini misti da se, e da se l'aggregato delle parti razionali di essi termini misti e dell'ultimo termine razionale. La natural necessaria omogeneità di grado nei termini di ogni equazione nel Teorema I dimostrata reca il vantaggio d'illuminare la mente a comprendere con piena chiarezza come possano fra loro elidersi le quantità irrazionali di diversi termini, siccome le razionali pure tra loro: poichè essendo del medesimo grado, qual meraviglia che si abbattano, si distruggano, se tanto vagliano in quantità le negative, che le positive? Alla presenza altresì del teorema della naturale intrinseca omogeneità di grado nei termini di ogni equazione si dilegua la difficoltà, se mai potesse sorgere, sulla espressione del valore di x dell'equazione di 3.º grado in vedere $\frac{1}{27} p^3$ sottratto da $\frac{1}{4} q^2$, dal che sembra un cubo sottratto da un quadrato; ma se ben riflettasi, che p è una quantità di 2.º g.º, e q di 3.º si appaleserà evidentemente, che la sottrazione è tra quantità di grado omogenee cioè tra quantità di 6.º g.º, e che la radice quadrata del residuo si deve considerare di grado 3.º qual è pure $\frac{1}{2} q$, e che la radice cubica dell'aggregato o della differenza sarà di 1.° g.° siccome è x. D'onde apparisce trasferita dai termini dell'equazione ai termini della espressione della radice la considerazione, e dimostrata anche nei termini di questa l'omogeneità di grado.

§ VII. Ammettono le equazioni nei termini loro eziandio eterogeneità di *essere*, intendendo per tale diversità quella tra le quantità reali e le quantità immaginarie. Ciò avviene, essendo sempre l'ultimo termine reale, ogni qual volta abbia x un valore immaginario. Così se nell'equazione di 2.° g.° sia $a^2 < 4 \cdot b$ il valore di x sarà immaginario, e sostituito nell'equazione, il primo e secondo termine saranno ambidue misti di reale ed immaginario. Può avere in un' equazione luogo, in qualche senso, tale eterogeneità, eziandio senza che il valor di x sia immaginario, purchè espresso sia per formola a parte a parte immaginaria, sebbene in complesso reale. Tanto accade nella formola di x per l'equazione di 3.° g.° $x^3 - px - g = 0$ qualora $\frac{1}{4} q^2 < \frac{1}{27} p^3$: ciascuna parte della formola separatamente è immaginaria, il complesso loro è reale, il valore di x reale. Sostituita la formola nell'equazione, il secondo termine $-px$ sarà composto di due parti immaginarie, considerato però nell' intero sarà reale; ed il primo termine x^3 consterà di una parte reale e di due parti immaginarie, la somma però delle quali sarà reale. La naturale intrinseca omogeneità di grado nei termini di qualunque equazione rende facile ad intendere come possano tra loro abbattersi ed annientarsi le quantità immaginarie dei diversi termini qualora sieno in grandezze uguali e di contrario segno.

ARTICOLO III

Sull'altezza delle equazioni sopra il 3.° grado.

§ I. Dalla intrinseca, naturale e necessaria omogeneità di grado nei termini tutti di un' equazione ne segue che nella generale equazione
$$x^n + Ax^{n-1} + Bx^{n-2} + Cx^{n-3} + Dx^{n-4} \ldots\ldots Q = 0$$
tutti i termini sono di grado n.

Ma se l'equazione a geometria riferiscasi, se x sia linea e conseguentemente tutt'i valori per esso rappresentati, cioè le radici dell'equazione sieno linee, che cosa significa egli mai questo grado n del primo termine ed istessamente di tutti gli altri termini omogenei? Che vuolsi in genere di estensione concepire oltre il solido? Si presentò la difficoltà dell'estensione di più che di tre dimensioni agli antichi geometri nell'ampliare il problema abbozzato da Euclide e da Apollonio svolto, di trovare un punto, o a meglio dire il luogo dei punti, tali ciascuno che conducendo a tre o quattro rette date di posizione tre o quattro altre rette, ciascuna a ciascuna sotto dati angoli, il rettangolo di due delle condotte rette fosse in data ragione al quadrato della terza nel primo caso, od al rettangolo delle altre due nel secondo. L'ampliamento prossimo del problema si è a cinque o sei rette date di posizione, cercando il luogo de' punti ciascuno tale, che conducendo ad esse rette sotto angoli dati altrettante rette, il solido di tre di queste sia al solido fatto dal quadrato di una delle due rimanenti nell'altra, o del prodotto di ambedue in una retta data di grandezza nel primo caso, od al solido dell'altre tre nel caso secondo in ragione data. Volendo ampliar il problema a sette od otto rette di posizione date, bisognerebbe per similitudine di condizione poter concepire una estensione, che fosse il prodotto di quattro rette, ed in genere ampliar volendolo a rette $2n-1$, o $2n$ date di posizione sarebbe mestieri, continuando in simile condizione, potersi formare idea di una estensione di numero n dimensioni. Ecco l'inciampo che si attraversò agli antichi geometri nel concepimento stesso e nell'enunciazione del problema. *Quod si ad plures quam sex datas rectas rectae in datis angulis duci debeant, non adhuc habent* *dicere data sit proportio cujuspiam contenti quatuor lineis ad id quod reliquis continetur. Quoniam non est aliquid contentum pluribus quam tribus dimensionibus.* Così al tradurre di Commandino Pappo nei preliminari del libro VII parlando dei Conici di Apollonio. A schivare l'inciampo stima Pappo medesimo essere mestieri ricorrere alla composizione delle ragioni, ed anzi che per estensione prodotta doversi concepire ed enunciare per ragione composta, cominciando a farlo nei gradi stessi più bassi del problema. Quinci la ragion data, che sia a, b del prodotto pq di due delle quattro rette da condursi al prodotto delle altre due ux doversi considerare come una ragion composta delle due semplici $p : u$, $q : x$; similmente la ragione data la qual sia $f : g$ del prodotto pgr di tre delle sei rette da condursi al prodotto uxy delle altre tre doversi considerare siccome una ragione composta delle tre semplici $p : u$, $q : x$, $r : y$; nè altrimenti la ragione data ed espressa per $h : x$ del prodotto $p\,q\,r\,s$ di quattro delle otto rette da condursi al prodotto $u\,x\,y\,z$ delle altre quattro doversi considerare come una ragione composta delle quattro semplici $p : u$, $q : x$, $r : y$, $s : z$; questo concetto non incontra ostacolo o limite, ed ha progresso libero all'infinito. Io non so perchè Montucla abbia (Parte IV, lib. II, art. IV) scritto: *Pappus récourt aux raisons composées; ce qui est prolixe et embrouillé.* Il dire stesso di Pappo non è certamente nè prolisso, nè imbrogliato. *Licebit autem,* così egli, giusta il voltar di Commandino, *per conjunctas proportiones haec et dicere, et demonstrare universe in dictis proportionibus, atque his in hunc modum. Si ab aliquo puncto ad positiones datas rectas lineas ducantur rectae linae in datis angulis, et data sit proportio conjuncta ex ea quam habet una ductarum ad unam, et altera ad alteram, et alia ad aliam, et reliqua ad datam lineam, si sint septem; si vero octo, et reliquae ad reliquam, punctum continget (per dictas rectas) positione datas lineas. Et similiter quotcumque sint impares vel pares multitudine.* Il francese storico delle matematiche dà al suo Des-Cartes la gloria di avere sciolta la difficoltà, che tenne agitati gli antichi ed i moderni sulle potenze superiori al cubo, insegnando non doversi esse, qualora alla Geometria spettino, considerare che come rette di posto oltre il quarto in una continua progressione geometrica principiante dall'unità, ed i prodotti similmente di più, che tre linee diverse non significar, che altre linee determinate per una serie di molte proporzioni discrete principiate dall'unità. Chi è che non vegga l'affinità del concetto del Des-Cartes con quello di Pappo? Io esaminerò se, od in quale estensione tale concetto sia applicabile ai termini delle equazioni al 3.° g.° superiori nella indagine metafisica generale, a cui mi accingo, sul significato, sull'effetto dell'altezza delle equazioni e dei termini loro.

§ II. Dichiarato nell'articolo 1.° il vero senso, nel quale una equazione di grado n è composta da numero n di equazioni semplici di grado 1.° moltiplicate fra loro, procedo a distiuguere le due sole specie di moltiplica, che intender si possono, e sono la moltiplica aritmetica e la moltiplica geometrica. È la moltiplica aritmetica il prendere un numero qualunque od anche una linea, una superficie, un solido un certo numero di volte. Consiste la moltiplica geometrica nell'immaginare, che una retta sia lungo altra retta condotta a formare superficie, ed una superficie sia per l'altezza d'una terza retta condotta a generar solido. Si usa anche il titolo di moltiplica algebraica; ma in realtà quella, che così appellasi, non è che una indicazione di moltiplica: *p : e* : ab non è che l'indicazione della moltiplica delle quantità rappresentate per a, b. E perchè può egualmente indicare una moltiplica aritmetica ed una moltiplica geometrica; perciò è un'indicazione di duplice virtù. Tale indicazione riceve la sua determinazione e consumazione, allorchè giusta la natura del problema ai simboli indeterminati a, b, c sostituisconsi numeri e se ne effettua la moltiplica, o si delinea il rettangolo formato dalle due rette a, b. La quistione pertanto sul significato e l'effetto del grado n nei termini dell'equazione $x^n + Ax^{n-1} + Bx^{n-2} + Cx^{n-3} + Dx^{n-4} + Mx^{n-h} \ldots + Q = o$ si riduce a cercare in qual senso debbansi essi prendere, se di moltipliche aritmetiche o di geometriche. Ad abbracciare la materia in tutta la sua estensione distinguerò tre casi.

Caso I. Allorchè l'equazione $x^n + Ax^{n-1} + Bx^{n-2} + \ldots + Q = o$ appartiene a problema aritmetico, spettante cioè quantità discreta, ed x in conseguenza è numero. In tal caso ciascun termine dell'equazione rappresenta una moltiplica aritmetica d'ordine n, e l'effetto di ciaschedun non è che la generazione di un cumulo di unità simili a quelle cui rappresenta x, il quale generato cumulo essendo di ordine n, per tal riguardo anch'esso il numero generato dovrà dirsi d'ordine n. Il primo termine x^n è per se evidentemente un numero di ordine n; in ogni altro termine. Mx^{n-h}, l'x^{n-h} è un numero di ordine n-h, ed il coefficiente M è per il Teorema I dell'art. II un numero di ordine h, dunque sommando gli ordini, ogni termine riesce numero di ordine n e di unità della natura delle rappresentate per x. Ma di qual natura saran elleno le unità di x? Se il problema sia intorno ai numeri astratti, le unità di x saranno evidentemente astratte, e per conseguenza tutti i termini dell'equazione saranno numeri astratti, ed in generazione di ordine n. Sembrerebbe che similmente, se il problema spetti quantità discreta, determinata e fisica, persone, monete, merci ec., le unità di x dovrebbero essere unità concrete, fisiche, secondo l'oggetto del problema, e conseguentemente tutti i termini dell'equazione altrettanti numeri di esse unità di ordine n. A bene però considerare si fa incontro un riflesso. Suppongasi esempigrazia che il problema riguardi persone e significhi x in particolare numero di persone, cioè sia ogni unità di x una persona, le unità di x^2 saranno pure persone; ma egli sarebbe ridicolo concepire persone moltiplicate per persone, nè si può concepir altrimenti prodotto il numero persone x^2, che concependo il numero persone x preso numero di volte x; il che è moltiplicare il numero persone x per il numero astratto x, essendo in universale di essenza astratto il numero per cui l'intelletto intende dover essere una cosa molte volte presa, ed al quale il nome si dà di moltiplicatore. Per altra parte l'assegnare ad x due rappresentanze diverse, una particolare e fisica, come a moltiplicato, l'altra astratta ed intellettuale come a moltiplicatore, e tirarne x^n, non altrimenti che se fossesi ad x affisso un concetto solo, non è ella cosa in buona metafisica incoerente? A schivare dunque tale incongruenza uopo è, non potendosi non prendere astratto x in quanto moltiplicatore, prenderlo anche tale in quanto moltiplicato, non considerare cioè nel cercato numero di persone, che astrattamente il valore numerico prescindendo dalla particolare concreta relazione a persone o ad altro fisico soggetto. E quinci si traggono due conseguenze. 1. Che ogni problema aritmetico trattato per Algebra è necessariamente astratto, e se proposto sia con riguardo concreto, cioè relativamente a quantità discreta, fisica, particolare, sollevato viene al numero astratto: ciò, che crea il vantaggio di applicarne il risultato, siccome alla cosa nel proposto problema contemplata, così a qualunque altra: che ciascun termine dell'equazione di un problema aritmetico è un numero di unità astratte della generazione di ordine n.

§ III. *Caso II.* Si riferisca l'equazione a problema geometrico, e denoti x una retta cercata, ma l'equazione non superi il 3.° g.°: così essendo i termini delle equazioni possono essere prodotti di geometriche moltipliche e significare nell'equazione di 2.° g.° superficie, nell'equazione di 3.° solido. Si può di fatto espressamente addomandare un quadrato x^2 a cui aggiunto o da cui sottratto il rettangolo ax, la somma o la differenza sia uguale al rettangolo bc, cioè sia $x^2 \pm ax - bc = 0$, e parimente cercar si può un cubo x^3, al quale aggiunta, o dal quale sottratta la somma o differenza de'solidi $ax^2 \pm bcx$, ne risulti il solido def, o ne provenga l'equazione $x^3 \pm (ax^2 \pm bcx) - def = 0$. In simili problemi l'omogeneità di grado ne'termini sarà compresa nella enunciazione delle condizioni del problema, poichè folle sarebbe chi esempigrazia chiedesse un cubo x^3, a cui aggiungendo tre volte la superficie quadrata x^2, e detraendo sei volte la retta x risultasse il solido def; e nelle equazioni di tali problemi si verificherà l'omogeneità stessa de'termini per il Teor. I dell'art. antecedente, atteso il rappresentar a la somma delle radici con segno contrario, e perciò essere di 1.° g.° il rappresentare bc la somma dei prodotti loro a due a due, ed essere quinci di 2.° g.° il rappresentare def il prodotto di tutte e tre le radici insieme.

§ IV. *Caso III.* Il caso difficile si è quando il problema è geometrico, x significa retta, e l'equazione supera il 3.° g.° salendo al grado n qual'è

$$x^n + Ax^{n-1} + Bx^{n-2} + Cx^{n-3} \ldots + Mx^{n-4} \ldots + Q = 0.$$

Per il Teorema I del precedente articolo, tutti i termini sono di grado n, ma essi non possono certamente concepirsi generati per geometrica moltiplica e rappresentanti geometriche grandezze. L'estensione, oggetto della geometria, non ammette di distinguere in essa che tre dimensioni, e quinci tre specie di grandezze: linea, ch'è una dimensione qualunque solitariamente per astrazione concepita; superficie, che si concepisce di una retta lungo un'altra condotta, ed è pure un essere intellettuale astratto; e solido, che si concepisce, quale l'effetto di una superficie lungo un'altezza condotta, e se è intellettuale concetto riguardo alla continuità che vi si suppone, riguardo però alla unione delle tre dimensioni, si assomiglia al volume dei veri solidi naturali, cioè dei corpi. Può l'intelletto indefinitamente estendere le tre dimensioni, lunghezza, larghezza, altezza del solido, ma non può oltre il solido salire e raffigurarsi una grandezza, un volume di 4, di 5, di 6.... dimensioni: il solido da tre rette prodotto è un limite, oltre il quale, per quanto si sforzi, gli è impossibile di andare. Quinci i vocaboli quadrato-quadrato, piano-piano, quadrato-cubo e piano solido, cubo-cubo e solido-solido sì usitati da Vieta, hanno in geometria un suono mostruoso o piuttosto inane. Per la qual cosa tutt'i termini di un'equazione del 3.° g.° più alta non possono avere significazione, nè effetto di moltiplica geometrica: tali termini, prodotti di più di tre quantità sono, mi si permetta il nuovo vocabolo, iggeometrici. Ed indarno tenterebbesi di rimediare a siffatto inconveniente dividendo tutti i termini dell'equazione di grado n per 1^{n-3}, cosicchè risultasse

$$\frac{x^n}{1^{n-3}} + \frac{Ax^{n-1}}{1^{n-3}} + \frac{Bx^{n-2}}{1^{n-3}} + \frac{Cx^{n-3}}{1^{n-3}} + \frac{Dx^{n-4}}{1^{n-3}} \cdots\cdots Q = 0$$

poichè sebbene paresse valere il rimedio sino a $n = 6$, pure involgerebbe il dividere una quantità iggeometrica di grado 6.° per una geometrica di grado 3.°, il ch'è tanto ripugnante quanto il moltiplicare una quantità geometrica di grado 1.° per una quantità geometrica di grado 3.°, e quindi ascendere alla iggeometrica di grado 6.°, e supposto $n > 6$ facilmente comprendesi che a deprimere al solido i termini dell'equazione converrebbe dividerli per un grado dell'unità più alto del 3.°, e ricorrerebbe pel concetto geometrico di questo la stessa impossibilità, oltre alla divisione di una quantità iggeometrica per una quantità iggeometrica.

Secondo il pensamento del Des-Cartes, la podestà x^n non significa che una retta di posto $n + 1$ nella progressione continua geometrica $1 : x : x^2 : x^3 : x^4 : x^5 : x^6 \ldots x^n$; il cui primo termine cioè 1 è la retta presa per unità, il secondo la retta x. L'esposizione però delle rette che seguono è incompleta, e l'espressione loro completa è $1 : x : \frac{x^2}{1} : \frac{x^3}{1^2} : \frac{x^4}{1^3} : \frac{x^5}{1^4} : \frac{x^6}{1^5} \ldots \frac{x^n}{1^{n-1}}$. Stando alla esposizione incompleta, e rappresentando x una retta, i termini della progressione successivi, in vece di rappresentar tutti altrettante rette, parrebbero essere grandezze geometriche di grado progressivamente più alto, e ritornerebbesi all'assurdo già contemplato; che anzi vi si aggiungerebbe quello del paragone tra grandezze affatto eterogenee, di retta x a superficie quadrata x^2, di questa a cubo x^3 ec. Questi assurdi si dissipano, e subentrano concetti giusti e chiari nell' espressione completa. Similmente al volere del Des-Cartes ogni prodotto bc di due rette date si deve considerare come il quarto termine di una proporzione discreta $1 : b :: c : bc$, e la sua espressione completa sarebbe $\frac{bc}{1}$; ogni prodotto di tre rette date def sarà l'effetto di due proporzioni discrete $1 : d :: e : \frac{de}{1}$, $1 : \frac{de}{1} :: f : \frac{def}{1^2}$, onde questa vedesi essere l'espressione completa di def; e di simil guisa il prodotto di quattro rette $ghik$ sarà l'effetto di tre proporzioni discrete, ed avrà a sua completa espressione $\frac{ghik}{1^3}$. Quinci la completa espressione dell'equazione $p : e :$ di 4.° g.° sarà

$$\frac{x^4}{1^3} + a\frac{x^3}{1^2} + \frac{bc}{1} \cdot \frac{x^2}{1} + \frac{def}{1^2}x + \frac{dhik}{1^3} = 0.$$

Ma non scorgesi qui omogeneità di grado, essendo il primo e l'ultimo termine di 2.° g.°, e rappresentando conseguentemente linee, e li tre intermedj essendo di 2.° g.°, e rappresentando superficie. Sarebbe facile lo schivare questo inconveniente, il quale proviene dal formare per serie separate di proporzioni il coefficiente e la rispettiva potenza di x, legando insieme le formazioni. Dopo formato il coefficiente $\frac{bc}{1}$ si dica $1 : \frac{bc}{1} :: x : \frac{bcx}{1^2}$, $1 : x :: \frac{bcx}{1^2} : \frac{bcx^2}{1^3}$. similmente $1 : \frac{def}{1^2} :: x : \frac{defx}{1^3}$. Del pari $1 : a :: x : \frac{ax}{1}$, $1 : \frac{ax}{1} :: x : \frac{ax^2}{1^2}$, $1 : \frac{ax^2}{1^2} :: x : \frac{ax^3}{1^3}$, e raccogliendo si avrà $\frac{x^4}{1^3} + \frac{ax^3}{1^3} + \frac{bcx^2}{1^3} + \frac{defx}{1^3} + \frac{ghik}{1^3} = 0$, equazione in tutti i termini omogenea.

Ma che più studiare su di tali riduzioni alle equazioni estrinseche, e nulla affatto sulle loro generazioni immediate e naturali? Volgasi la mente alla composizione dell' equazione in genere $x^n + Ax^{n-1} + Bcx^{n-2} \ldots\ldots + Q = 0$ per il prodotto delle non simultanee, ma successive equazioni $x - \alpha = 0$, $x - \quad = 0$, $x - \delta = 0$, $x - \gamma = 0 \ldots\ldots$ nulla in tale composizione ci si presenta di quelle proporzioni continue o discrete, ma sole immediate moltiplicazioni, che generano sì i gradi ordinatamente decrescenti di x, e sì i coefficienti A, B, $C \ldots Q$, come negli articoli I e II fu dimostrato. Dunque non presentando per loro stesse le equazioni nella composizione loro che moltipliche, e non potendo queste, qualora le equazioni stesse superano il grado terzo, aver significato ed effetto di moltipliche geometriche, e perciò dovendo necessariamente essere moltipliche aritmetiche ne viene per conclusione,

1.º Che ogni equazione algebrica di qualunque grado al 3.º superiore è in concetto immediato e naturale un' equazione aritmetica astratta in simboli universali; e che qualora l'equazione esca da un problema geometrico, questo non è da essa riguardato, che come un problema aritmetico, nel quale x non rappresenta già per ciascuno degli n valori, che ha, una retta, ma il rapporto aritmetico di essa alla retta presa per unità, e li termini tutti di grado n dell' equazione non rappresentano prodotti geometrici di grado n, ma sì moltipliche aritmetiche di ordine n.

2.º Che anche nei problemi geometrici del Caso II, li quali non superano il 3.º grado, si può tradurre la considerazione geometrica alla considerazione aritmetica addomandando per esempio un numero, che elevato per moltipliche in se stesso all'ordine 3,º ed aggiuntagli o sottrattagli la somma o differenza delle moltipliche aritmetiche $ax^2 \pm bcx$ renda il prodotto aritmetico di 3.º ordine def. Laonde apparisce che il concetto più generale e più coerente alla composizione delle equazioni e più loro intrinseco è quello di considerarle quali composti di Aritmetica astratta universale. L'Algebra è un'Aritmetica universale, l'equazione non ha oggetto determinato nè in individuo, nè in ispecie, ha una mira, una capacità immensa.

3.º L'applicazione dell'Algebra alla Geometria è l'applicazione dell'Aritmetica universale alla Geometria, ed in un'equazione a due variabili ogni termine $Mx^m y^h$ rappresenta non una grandezza geometrica del grado $1+m+h$ essendo 1 il grado di M, poichè tale grandezza geometrica è impossibile, ma bensì un prodotto aritmetico di ordine $1+m+h$.

ARTICOLO IV

Su di una ingiusta accusa della regola di doppia falsa posizione.

La regola di doppia falsa posizione poggia a ben penetrare su tre equazioni di 1.° grado, come in seguito sarà per me dichiarato. L'esame adunque se giustamente od ingiustamente essa si accusi di fallacia appartiene alla Metafisica delle equazioni. Storicamente della medesima ne ho già parlato nella mia storia dell'Aritmetica, dimostrando quanto falsamente il Montucla attribuisca a Frate Luca Pacioli l'avere portato dall'Arabia in Italia le due regole di semplice e di doppia falsa posizione dagli Arabi inventate, e di averle il primo sotto nome di Regole Helcataym agl'Italiani insegnate nella sua opera *De Summa Arithmeticae et Geometriae,* stampata in Venezia l'anno 1494, mentre che il trasporto ed il primo insegnamento nelle italiane contrade si fu di Leonardo Bigoli di Pisa detto il Fibonacci, perchè figlio di Bonaccio sino dal 1203, cioè quasi tre secoli avanti. Anche dopo i progressi fatti dall'analisi in occidente e specialmente in Italia, si conservano in pregio le suddette regole, e non solo i volgari aritmetici le ostentano come l'apice della loro dottrina, e come il più fino artificio loro nella soluzione dei problemi, ma anche gli analisti più elevati e gli astronomi le invocano nei calcoli più sublimi ed astrusi, come in quello in cui trattasi di determinar le orbite delle comete. Ma che? su la regola di doppia falsa posizione, la più estesa e più utile tra le due, leggesi nelle nuove pratiche di Geometria, prodotte in luce l'anno 1778 dal sig. *Francesco Ventretti*, uomo in tali materie versatissimo, un esempio capace a mettere il leggitore in diffidenza, e far sospettare nella regola incertezza e fallacia, tanto più che non dubita il riputatissimo aritmetico di farsi *espressamente contro la detta regola autore di averla trovata fallace, e però bisognosa di prova, sempre che si voglia praticarla, qualunque sia l'origine di questo difetto, di cui*, soggiugne, *io non renderò ragione.* Che discapito però non sarebbe egli, se la regola di doppia falsa posizione fosse in se stessa effettivamente mal sicura ed ingannevole?

L'Italia la vanterebbe a torto qual prezioso frutto del suo commercio coll'Oriente, l'Aritmetica resterebbe manca della sua parte migliore, e l'Astronomia perderebbe un utile soccorso. Lo zelo pertanto di conservare alla patria le sue glorie, alla scienza le sue ricchezze, mi ha indotto a volgere su la regola di doppia falsa posizione qualche studio, e quella ragion rintracciare del suo riuscir talvolta male, che il sig. *Ventretti* sin d'allora assai avanzato in età, spossato di forze e disturbato da abituali indisposizioni, che poi il consumarono, non volle accingersi ad indagare. Ecco il quesito da lui proposto ad esempio.« Di due compagni » nel traffico il secondo pose più del primo ducati 1400, e tutto il gua» dagno fu ducati 1000; si vuol sapere il capitale del primo, dato che nel » guadagno abbia conseguito ducati 400.« In tre maniere l'autore tenta la risoluzione di questo quesito per mezzo della regola di doppia falsa posizione, e dando a ciascheduna di mano in mano la prova fa vedere, che le due prime conchiudon falsamente, e che giustamente risponde la terza. Eccole.

Maniera I. Si ponga che il cercato capitale del primo compagno fosse ducati 1000 e il capitale del secondo sarà stato ducati 2400; dunque 3400 ducati sarà stato il capitale intiero, il qual guadagnato avendo ducati 1000, il capitale del primo avrà guadagnato ducati $294\frac{2}{17}$; ma ha guadagnato ducati 400, dunque si ha l'errore di ducati $105\frac{15}{17}$ nel meno. Si ponga poi che il capitale del primo fosse 2000, e però quello del secondo sarà stato 3400, e tutto insieme 5400, il cui guadagno essendo 1000 costituisce $370\frac{10}{27}$ per guadagno del primo; ma dovea costituir 400; dunque altro errore nel meno di $29\frac{17}{27}$. Ora operando secondo la regola, il capitale del primo dovrebbe esser $=(105\frac{15}{17}\times 2000 - 29\frac{17}{27}\times 1000):(105\frac{15}{17}-29\frac{17}{27}) = 2388\frac{4}{7}$, e quindi il capitale del secondo $= 3788\frac{4}{7}$, e uniti insieme ambedue $6177\frac{1}{7}$, che per condizion del quesito avendo guadagnato 1000, il primo dovrebbe aver guadagnato $386\frac{184}{1081}$, ma ha guadagnato 400: ecco dunque falsa questa risoluzione, unicamente riconosciuta tale dalla prova, quando per altro senza di essa pare affatto giusta e legittima. Intanto è vero che nelle posizioni non vi ha disordine; cosicchè bisogna che tutto il fallo consista nel determinar gli errori.

Maniera II. Facendo uso tuttavia delle posizioni medesime si tenti un'altra strada nel determinar gli errori. E rispetto alla prima posizione, se il capital 1000 del primo compagno ha guadagnato 400, ambedue i capitali uniti 3400 avran guadagnato 1360, ma per condizion del quesito han guadagnato 1000; dunque si ha l'errore di 360 nel più. Rispetto poi alla posizion seconda, se il capitale 2000 del primo ha guadagnato 400, il capitale di entrambi 5400 avrà guadagnato 1080, ma avendo guadagnato 1000, si ha un altro errore nel più, cioè 80; cosicchè operando come dice la regola, si trova che il capitale del primo è $=(360 \times 2000 - 80 \times 1000) : (360 - 80) = 2285 \frac{5}{7}$, quello del secondo $3685 \frac{6}{7}$, e tutti due unitamente $5981 \frac{3}{7}$: numeri affatto differenti da quelli che si sono trovati anteriormente, e nulla meno insufficienti a soddisfar al quesito, come dimostra la prova. Poichè se $2285 \frac{5}{7}$ capitale del primo ha guadagnato 400, la somma $5981 \frac{3}{7}$ di ambedue avrà guadagnato 1045, quando non ha guadagnato che 1000: dunque falsa ancor questa risoluzione, poichè non regge a fronte della prova.

Maniera III. Rimane finalmente una terza via per determinare gli errori, serbando intatte le posizioni di prima. Si arguisca dunque così: se tutto il guadagno 1000 proviene da tutto il capitale 3400, il guadagno parziale 400 verrà da 1360; ma per la posizione dee venire da 1000, dunque si ha un error che eccede di 360. Di nuovo si arguisca: se tutto il guadagno 1000 dipende da 5400 di capitale, il guadagno 400 dipende da 2160, ma deve dipender dalla posizione 2000; dunque altro error eccedente di 160. Si operi come la regola insegna, e si troverà che il capitale del primo fu $\times (360 \times 2000 - 160 \times 1000) : (360 - 160) = 2800$, e conseguentemente quel del secondo 4200, e tutti due insieme 7000. Se ne faccia la prova, e si troverà che di fatto, se tutto il guadagno 1000 riconosce per capitale 7000, il guadagno 400 riconosce giustamente per capitale 2800. Sin qui il sig. *Ventretti*. Ora studiamoci di scoprire la ragione intrinseca perchè le due prime maniere falsamente concludano, la terza giustamente. Rimontiamo perciò all' origine ed alla dimostrazione della pratica regola di doppia falsa posizione. Sieno x, y, z . . . le incognite di un problema, delle quali presa una, per esempio la x per principale, sieno poi le relazioni di essa con le altre espresse per le equazioni $y = cx + d$; $z = fx + g$ . . . ., e fatta in seguito $= A$ la somma dei coefficienti di x, $= B$ la somma di tutte le quantità note sia (I) $Ax + B = R$ l'equazione dell'ultima condizion del problema. Ora per prima falsa posizione di x si finga x' dalla quale per le condizioni del problema ne nasca $Ax' + B = R + e$ indicando e un errore qualunque positivo o negativo, o sia la differenza in più o in meno tra il risultato proveniente della falsa posizione ed il risultato corrispondente al vero valore di x. Poscia per seconda falsa posizione di x si prenda x'' onde ne derivi $Ax'' + B = R + E$. Si avran dunque le due equazioni

(II) $Ax' + B = R + e$

(III $Ax'' + B = R + E$

che chiamerò equazioni delle false posizioni. Si moltiplichi la prima per E, la seconda reciprocamente per e, poi questa da quella sottraggasi, e si troverà

$A(Ex' - ex'') + B(E - e) = R(E - e)$ e dividendo per $E - e$ ne verrà

(IV) $A(Ex' - ex''):(E - e) + B = R$

confrontando la quale coll'equazione (I) si ha

(V) $x = (Ex' - ex''):(E - e)$

È facile vedere che la sottrazione de' termini sussisterà sinchè gli errori E, e saranno della stessa natura: ambedue cioè in più o in meno; ma se saranno di natura contraria, uno positivo l'altro negativo le sottrazioni si cangeranno allora in somme. C'insegna dunque l'equazione (V) che il valore di x è eguale alla differenza, o somma dei prodotti delle false posizioni per gli errori reciprocamente moltiplicate, divisa per la differenza o somma degli errori medesimi, secondo che sono questi della stessa o di contraria natura. E tale è appunto la consueta regola di doppia falsa posizione. Siccome pertanto l'addotta dimostrazione è certa e senza eccezione, così essa regola dev'essere sicura ed infallibile quando sia a dovere applicata, nè può condurre a falsa conclusione, che per esser adoperata fuori di luogo. Quindi si esamini la condizione fondamentale di questa regola. Per rilevarla si fissi lo sguardo su le equazioni (I), (II), (III), e si vedrà che tanto il vero valore di x, quanto le false posizioni x', x'' vi stanno in figura assoluta, non in figura di denominatori di una qualche frazione. Questa pertanto è la condizion fondamentale della regola, e questa stessa per conseguenza è la condizione da tenersi essenzialmente in vista nell'applicazione della medesima. Che sia così, pongasi che per ultima condizion del problema l'equazione del vero valore di x sia $\frac{mx+n}{Cx}=R$, la qual con una divisione del numeratore riducesi alla forma più semplice (VI) $A+\frac{B}{Cx}=R$, dove si vede come il vero valore di x sta a denominatore, e similmente vi staranno le false posizioni, le equazioni delle quali saranno:

(VII) $A+\frac{B}{Cx'}=R+e$

(VIII) $A+\frac{B}{Cx''}=R+E$

Dalle quali, operando come sopra, si caverà

(IX) $A+\frac{B}{C}\left(\frac{E}{x'}-\frac{e}{x''}\right):(E-e)=R$, e con (VI) confrontando

(X) $\frac{1}{x}=\left(\frac{E}{x'}-\frac{e}{x''}\right):(E-e)$,

la qual'equazione ci dà una nuova regola, come apparisce, dalla consueta diversa. Si può anche questa stessa equazione ridurre ad

$\frac{1}{x}=(Ex''-ex'):(E-e)x'x'$, e rovesciando

(XI) $x=x'x''(E-e):(Ex''-ex')$

con che si ha la stessa regola in fondo, ma sotto aspetto diverso.

Per una terza ipotesi più generale suppongasi che l'ultima condizion del problema dia l'equazione $\frac{mx+n}{Cx+D}=R$ la quale si può ridurre alla forma

(XII) $A+\frac{B}{Cx+D}=R$. Perciò le equazioni delle false posizioni sarnno

(XIII) $A+\frac{B}{Cx'+D}=R+e$

(XIV) $A+\frac{B}{Cx''+D}=R+E$

su le quali fatte le solite operazioni e le riduzioni qui necessarie per liberar l'x, si troverà

$$(XV)\ x=[Ex'(Cx''+D)-ex''(Cx'+D)]:[E(Cx''+D)-e(Cx'+D)]$$

equazione che ci porge una regola molto più complicata delle altre, quantunque nel caso di $D=0$ ricada in quella dell'equazione (XI) come deve avvenire.

Dopo aver esaminata l'arte della doppia falsa posizione nella sua base e averla seguita nella sua estensione, si ritorni adesso al quesito del signor *Ventretti*, e si rifletta, che i quattro termini della proporzione inclusa nella natura del quesito essendo: il total capitale, il total guadagno di ducati 1000, il capital parziale del primo compagno, ed il suo parziale lucro ducati 400: le tre maniere diverse tentate dall'Autore altro non sono che tre disposizioni differeuti di essi quattro termiui. Laonde chiamando x il vero capitale del primo guadagno, x' la prima falsa posizione 1000 di esso, x'' la seconda falsa posizione 2000, ecco come sotto un solo sguardo porre si possono le tre dette maniere.

MANIERA I.

Proporzioni	*Equazioni*
$2x+1400:1000::x:400$ . . .	$\frac{1000x}{2x+1400}=400 \qquad =R$.
$2x'+1400:1000::x':400+e$;	$\frac{1000x'}{2x'+1400}=400+e=R+e$
$2x''+1400:1000::x'':400+E$;	$\frac{1000.x''}{2x''+1400}=400+E=R+E$

MANIERA II.

$x:400::2x+1400:1000$ . .	$\frac{800.x+560000}{x}=1000 \qquad =R$
$x':400::2x'+1400:1000+e$;	$\frac{800x'+560000}{x'}=1000+e=R+e$
$x'':400::2x''+1400:1000+E$;	$\frac{800.x''+560000}{x''}=1000+E=R+E$

MANIERA III.

$1000:2x+1400::400:x$ . .	$\frac{800x+560000}{1000}=x \qquad =R$
$1000:2x'+1400::400:x'+e$;	$\frac{800.x'+560000}{1000}=x'+e=R+e$
$1000:2x''+1400::400:x''+E$;	$\frac{800.x''+560000}{1000}=x''+E=R+E$

Vi ha una quarta maniera non tentata dall'Autore

MANIERA IV.

$400 : x :: 1000 : 2x + 1400 \quad . \quad . \quad \frac{1000x}{400} = 2x + 1400 \quad = R$

$400 : x' :: 1000 : 2x' + 1400 + e ; \quad \frac{1000x'}{400} = 2x' + 1400 + e = R + e$

$400 : x'' :: 1000 : 2x'' + 1400 + E ; \quad \frac{1000 . x''}{400} = 2x'' + 1400 + E = R + E$

Volgasi l'attenzione alle equazioni di queste quattro maniere, e manifestamente vedrassi non esservi che le equazioni della terza e della quarta, le quali sieno simili alle equazioni di sopra (I), (II), (III), e con loro convengano nella condizione di non tenere il vero valore di x, nè le false posizioni x', x'' di esso a denominatore, condizione su la quale si fonda la consueta regola della doppia falsa posizione. Onde non è meraviglia se solo per la terza maniera trovò il signor *Ventretti* concluder essa bene, ed egualmente avrebbe trovato concluder bene per la quarta se in mente venuto gli fosse di esperimentarla. Che se la stessa regola conduce a falsa conclusione per le altre due maniere, non è questo difetto della regola, ma effetto di strascinarla per vie non sue; non è fallacia, ma necessità di natura. Del resto anche per quelle due maniere giugneremo a buon termine qualora prendiamo per iscorta le regole loro proprie. Di fatto rapporto alla seconda valendoci dell'equazione (XI) troveremo $x = 1000 \times 2000\,(80 - 360) : (80 \times 2000 - 360 \times 1000) = 2800$, e per quello spetta alla prima si riduca innanzi la quantità $\frac{1000x}{2x+1400}$ col mezzo della divisione alla forma $500 - \frac{350000}{x+700}$ la qual paragonata colla forma generale $A + \frac{B}{Cx+D}$ dell'equazione (XII) darà $C = 1$, $D = 700$, e quindi per la regola somministrata dell'equazione (XV) si troverà

$x = [\,29\,\tfrac{17}{27} \times 1000\,(2000 + 700) - 105\,\tfrac{15}{17} \times 2000\,(1000 + 700\,] :$

$\left(29\,\tfrac{17}{27}\,(2000 + 700) - 105\,\tfrac{15}{17}\,(1000 + 700)\right) = (367200000 -$

$1652400000) : (367200 - 826200) = 2800$. Tanto è vero che ogni via conclude bene per la regola sua, ed ogni regola per la sua via, e che il concluder male viene solo dal combinar una via ed una regola tra lor disparate.

Osserverò tuttavolta, che i casi i quali per lor medesimi addomanderebbero le regole espresse per le equazioni (X), (XI), (XV) si possono con una facile trasformazione ridurre al caso della regola comune, e per essa sciogliere. A chiaro ciò intendere premettasi una riflessione, ed è: che nella equazione $Ax+B=R$, ch'è il caso della consueta regola, R può anche comprendere la quantità cercata x, poichè ciò anche posto, l'equazione resta di primo grado, e conseguentemente nel limite dell'arte della doppia posizione; laddove nell'equazione $\frac{mx+n}{Cx+D}=R$, che secondo il valor di $D=o$, ovvero ad una quantità qualunque siasi, abbraccia ambedue i casi delle altre regole, R dev' esser un termine interamente dato senza punto involger la quantità cercata x, poichè altrimenti l'equazione, come ogni analista sa, estollerebbesi a secondo grado, al quale l'artificio della doppia posizione non giugne. Tal riflesso premesso traspongasi dal primo al secondo membro il denominatore $Cx+D$, e si avrà $mx+n=R(Cx+D)$ equazione che rientra nella sfera dell'equazione $Ax+B=R$ potendo in questa, come si è detto, R esser misto di quantità date, e dell' incognita x. Dal che appasisce che, dato un problema la cui ultima condizione importi l' equazione $\frac{mx+n}{Cx+D}=R$, per iscioglierlo colla consueta regola basta mutar aspetto all'ultima condizione medesima dandole in vece del proposto l'aspetto espresso per l'equazione $mx+n=R(Cx+D)$. Di fatto saranno coerentemente le equazioni delle due false posizioni (contrassegnando per (e), (E) gli errori computati su l'ultima condizione così trasformata.)

$mx'+n=R(Cx'+D)+(e)$
$mx''+n=R(Cx''+D)+(E)$,
dalle quali colle solite operazioni si tira
$m[(E)x'-(e)x'']:[(E)-(e)]+n=RC[(E)x'-(e)x'']:[(E)-(e)]+RD$, che paragonata coll'equazione $mx+n=RCx+RD$, tanto per il primo, quanto per il secondo membro dà $x=[(E)x'-(e)x'']:[(E)-(e)]$. Io ho supposti gli errori computati su l'ultima condizione trasformata diversi da quelli, che stanti le medesime false posizioni si avrebbero lasciando l'ultima condizione nella sua propria forma; ma è facile dimostrare questa diversità, anzi l'assegnare il rapporto tra gli uni errori e gli altri. Lasciando l'ultima condizione nella forma sua propria,

l'equazione della prima falsa posizione sarebbe $\frac{mx'+n}{Cx'+D} = R + e$, dalla quale moltiplicando per $Cx'+D$ ne viene $mx'+n = R(Cx'+D) + e(Cx'+D)$, onde paragonando questa coll'equazione $mx'+2R(Cx'+D)+(e)$ deducesi $(e) = e(Cx'+D)$, e similmente $(E) = E(Cx''+D)$. Ecco dunque l'effetto del cangiar forma all'ultima condizion del problema: questo cangiamento produce una nuova maniera di computare gli errori, per questa nuova maniera i valori stessi degli errori risultano diversi da quelli che ritenendo l'ultima condizione nella forma proposta risulterebbero, e mercè tale diversità avviene che la consueta regola ritolga alle altre regole il luogo.

Per comodo degli aritmetici pratici raccoglierò in breve ordine e chiaro i distinti casi che possono occorrere con le rispettive regole da tenersi per arrivar sempre sicuramente a giusto scioglimento dei problemi.

Caso I.° Quando in un problema le condizioni su le quali si dee passo passo condurre l'esame della falsa posizione si possono in varie maniere ordinare, tu disponile con tal ordine, che l'ultima condizione non ti metta la falsa posizione a denominatore di frazione; lo stesso osserva se l'ordine delle condizioni non fosse libero, anzi all'opposto necessariamente determinati dalla natura delle condizioni stesse; ma se l'ultima condizione ammettesse varie forme, come se fosse una proporzione, i cui quattro termini si possono in quattro diverse maniere disporre: metti pertanto a primo termime una quantità data, sicchè il quarto termine uguale al prodotto dei medj diviso per il primo non tenga la falsa posizione al denominatore, ed usata questa cautela, e determinati per questa strada gli errori delle due false posizioni, applica con franchezza la consueta regola alla quale e per antichità e per semplicità tocca il primo luogo.

Regola I. Moltiplica la prima falsa posizione coll'errore della seconda, e reciprocamente la seconda coll'error della prima, e dividi poi la differenza o la somma di questi due prodotti per la differenza o la somma dei due errori, secondo che sono ambedue della stessa natura, cioè tutti e due in più o in meno, ovvero di natura contraria uno in più, l'altro in meno: il quoziente di questa divisione sarà certamente il vero valore della quantità cercata.

Esempio. Si ripigli il quesito del signor *Ventretti*, ch'è di trovare il capitale del primo di due compagni nel traffico poste queste condizioni: 1.ª che il suo guadagno sia stato ducati 400, 2.ª che il secondo compagno abbia contribuito 1400 ducati di più del primo, 3.ª che il guadagno totale sia stato 1000. Queste tre condizioni si ristringono in due altre, l'una conseguenza immediata della seconda, vale a dire, che la somma di due capitali sia uguale al doppio capitale del primo più 1400; l'altra non accennata ma sottintesa per le leggi del traffico, ed è la proporzione tra queste quattro cose: capital totale, guadagno totale, capitale parziale del primo, suo guadagno. L'ordine di queste due condizioni non è libero, dovendo necessariamente la sommazione dei capitali precedere alla notata proporzione, ma la disposizione dei termini di questa è libera. A poter però servirsi della consueta regola, fa mestieri porre a primo termine uno dei due termini noti, che sono il guadagno totale 1000, e il guadagno parziale del primo compagno 400. Si è veduto sopra come l'applicazione della regola riesce bene, ponendo a primo termine della proporzione il guadagno totale 1000, vediamo qui come riesca egualmente bene ponendo a primo termine il guadagno parziale 400. Fingendo pertanto per prima falsa posizione, che il capitale del primo compagno sia stato 1000, e perciò la somma dei due capitali 3400, con fare la proporzione: 400 guadagno del primo, a 1000 suo capitale, come 1000 guadagno totale, alla somma dei capitali, risultando questa per tal proporzione di ducati 2500, si avrà l'errore di 900 in meno, di quanto cioè questa somma è minore di quella immediatamente dedotta dalla falsa posizione 1000 del capitale del primo compagno. Preso poi per falsa posizione di questo stesso capitale ducati 2000, onde nascerebbe la somma dei due capitali 5400, facendo la proporzione $400 : 2000 :: 1000$ alla somma dei due capitali, risultando questa per la regola del tre di ducati 5000, si avrà errore 400 parimente in meno. Laonde applicando la regola, il capitale cercato del primo compagno dovrà essere $= (2000 \times 900 - 1000 \times 400) : (900 - 400) = 2800$, valore giustissimo e che si troverà reggere a qualunque prova.

Caso 2.° Se oltre ad essere necessariamente determinato l'ordine delle condizioni, l'ultima fra esse ti mettesse inevitabilmente la falsa posizione a denominatore, isolata però, o al più moltiplicata con una quantità nota, esclusa l'aggiunta o la sottrazione di altra qualunque quantità, in tal caso in vece della regola superiore appigliati alle due seguenti, che in fondo coincidono, sebbene in aspetto sieno diverse.

Regola II. Dividi li due errori per le due false posizioni reciprocamente, e di nuovo dividi la differenza o la somma dei due quozienti per la differenza o la somma dei due errori, e finalmente rovescia il quoziente di tal divisione se è frazione, e se fosse intiero rendilo frazione, prendendo l'unità per numeratore: questo quoziente così rovesciato sarà il giusto desiderato valore della quantità incognita. O pure

Regola III. Moltiplica le due false posizioni fra loro, poi torna a moltiplicare il loro prodotto per la differenza o per la somma degli errori, ed in terzo luogo dividi ciò che hai ottenuto per la differenza, o per la somma dei prodotti formati, moltiplicando ciascuna delle false posizioni per il suo respettivo errore.

Esempio. Un Signore ha venduto due cavalli, uno 10 zecchini più dell'altro, e la somma di ambedue i prezzi divisa per $\frac{5}{4}$ del prezzo minore dà 2 di quoziente: quali sono stati i prezzi? L'ordine delle condizioni è necessario, e la falsa posizione cade nell'ultima necessariamente al denominatore. Preso tosto per prima falsa posizione del minor prezzo $\times$ 10, sarà il prezzo maggiore 20, e la somma divisa per $\frac{5}{4}$ del minore $= \frac{30}{12\frac{1}{2}} = \frac{60}{25} = 2 + \frac{2}{5}$, sicchè si ha l'errore di $\frac{2}{5}$ in più, e preso per seconda falsa posizione del minor prezzo il 15, sarà il maggior 25, e la somma divisa per $\frac{5}{4}$ del minore $= \frac{40}{18\frac{3}{4}} = \frac{160}{75} = 2 + \frac{2}{15}$, onde errore $\frac{2}{15}$ in più. Significando ora per x il vero prezzo minore si avrà per la Regola II $\frac{1}{x} = \left(\frac{2}{5} : 15 - \frac{2}{15} : 10\right) : \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{15}\right) = \frac{1}{20}$ e rovesciando $x = 20$. E per la Regola III $x = 10 \times 15 \times \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{15}\right) : \left(\frac{2}{5} \times 10 - \frac{2}{15} \times 15\right) = 20$: al qual numero 20 dando la prova si troverà andar benissimo; poichè di fatto $\frac{20+30}{25} = \frac{50}{25} = 2$. All'incontro servendosi della Regola I ordinaria troveresti $x = \left(16 \times \frac{2}{5} - 10 \times \frac{2}{15}\right) : \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{15}\right) = 18\frac{1}{2}$ che certamente non regge alla prova essendo $\dfrac{17\frac{1}{2}+27\frac{1}{2}}{\frac{5}{4}\times 17\frac{1}{2}}=\dfrac{360}{175}=2+\dfrac{2}{35}$

Altro esempio. Per una dimostrazione più sensibile degli strani risultati ai quali si va a finire trasportando le regole fuori dei loro limiti, si proponga di ritrovare il divisore di 24 che dia 6 per quoziente. Egli è questo il secondo quesito del signor *Ventretti*, prodotto per dar a divedere in una maniera più palpabile la fallacia della pratica regola di doppia falsa posizione. È di fatto vero che prendendo per divisore il 3 risulta $\frac{24}{3}=8=6+2$, cioè errore di due in più, e preso per seconda falsa posizione il divisore 2 risulta $\frac{24}{2}=12=6+6$, errore cioè di 6 parimente in più; onde operando giusta la comune regola dovrebbe il ricercato divisore essere $=\dfrac{3\times 6-2\times 2}{6-2}=\dfrac{14}{4}=3+\dfrac{2}{4}$, quando manifestamente si sa esser il 4. Ma quale stupore se una regola non scioglie a dovere i problemi che di sua ragione non sono? Questo quesito dunque, non la fallacia della consueta regola, ma fa toccar con mano la necessità di distinguer i casi per applicare a ciascuno la regola sua propria. La condizione del quesito mette a dirittura a denominatore la falsa posizione; dunque si adoperi la regola II o la regola III, e si avrà per quella $\left(\frac{6}{3}-\frac{2}{2}\right):(6-2)=\frac{1}{4}$, e rovesciando $=4$, e per questa dirittamente $3\times 2\,(6-2):(6\times 2-2\times 3)=4$.

Caso 3.° Che se oltre ad esser necessario l'ordine delle condizioni, oltre il cadere la falsa posizione per legge indispensabile dell'ultima condizione a denominatore, vi si aggiugnesse l'incomodo di restar in esso denominatore, complicata o per via di somma o per via di sottrazione con altre quantità date, uopo sarà allora che tu ricorra alla regola seguente.

Regola IV. Moltiplica la prima falsa posizione col denominatore complicato della seconda e coll'errore di questa stessa; e scambievolmente la seconda posizione col complicato denominator della prima e col suo errore: presa poi la differenza o la somma dei due prodotti, dividila per la differenza o per la somma de' prodotti dell'errore e del complicato denominator della prima, e similmente dell'errore e del complicato denominatore della seconda: la divisione darà per quoziente il valor esatto della quantità che si cercava.

Esempio. Vi sono due fontane, una dispensa 12 brente d'acqua al giorno più dell'altra, e la somma delle brente dispensate da tutte due insieme accresciuta di 20, e poi divisa per il numero delle brente dispensate dalla fontana più scarsa, meno 4, darebbe per quoziente parimente 4: quante ne dispensa l'una e l'altra? Prendasi per prima falsa posizione della minor dispensa 16, sarà la maggior 28, e la somma 44, che accresciuta di 20 monterà a 64, la qual divisa per $16-4$, cioè per 12, darà $4+\frac{4}{3}$, cioè errore di $\frac{4}{3}$ in più. A seconda falsa posizione della minor dispensa si assuma 30, così la maggior sarà 42, la somma 72, ed aggiunto 20 si avrà 92, che diviso per $30-4$, cioè per 26, darà per quoziente $3+\frac{7}{13}$, onde errore $\frac{6}{13}$ in meno. Applicando la testè stabilita regola troveremo il valore della minor dispensa $=\left(16(30-4)\frac{6}{13}+30(16-4)\frac{3}{4}\right):\left((30-4)\frac{6}{13}+(16-4)\frac{3}{4}\right)=(16\times 12+30\times 9):(12+16)=672:28=24$. Di fatto $\frac{24+36+20}{24-4}=\frac{80}{20}=4$. All'opposto per la consueta regola I troverebbesi essa minor dispensa $=\left(16\times\frac{6}{13}+30\times\frac{4}{3}\right):\left(\frac{6}{13}+\frac{4}{3}\right)=(96\times 3+120\times 13):(6\times 3+4\times 13)=496:70=7\frac{3}{35}$, valor, come vedesi, moltissimo lontano dal vero.

Artificio per assoggettar tutti i casi alla consueta regola.

Non sono però i casi 2.° e 3.° avversi tanto alla regola comune che non si possano ad essa assoggettare: si otterrà benissimo di assoggettarli purchè si cangi forma all'ultima condizione, vale a dire, se in vece della divisione da essa prescritta si faccia un prodotto del divisore assegnato col quoziente che dovrebbe risultare. Per esempio, nel problema ultimo in vece di dire che la somma delle due dispense accresciuta di 20, se poscia si divida per la dispensa minore, meno 4, deve dare per quoziente parimente il 4, suppongasi detto che la somma delle due dispense accresciuta di 20 dev'esser uguale a quattro volte la dispensa minore diminuita di 4, e su questo facile cangiamento dell'ultima condizione, computando gli errori delle due false posizioni 16 e 30, si avrà rapporto alla prima $16 + 28 + 2 = 64 = 4(16 - 4) + 16$, cioè errore di 16 in più, e rapporto alla seconda $30 + 42 + 20 = 92 = 4(30 - 4) - 12$, vale dire, errore di 12 in meno: errori ben differenti da quelli, che sopra risultarono dalla condizione nella forma sotto cui fu proposta; servendoci perfine dell'ordinaria regola I, otterremo per valor della minor dispensa $(16 \times 12 + 30 \times 16) : (12 + 16) = 672 : 28 = 24$. La speditezza di questa regola, e la facilità del cangiamento da farsi nell'ultima condizione del problema per poter di essa valersi, determineranno i pratici a preferirla a tutte le altre, ma non può negarsi che ancor esse non sieno eleganti, e conveniva discoprirle per una completa teoria dell'arte della doppia falsa posizione, e ad appoggiamento di chi amasse sciogliere ogni problema per la sua strada diritta e propria (1).

(1) Era intenzione dell'Autore di presentare all'Accademia delle riflessioni particolari sopra l'equazioni di terzo grado, e dei gradi più elevati, che non si rinvennero fra i suoi manoscritti.

OSSERVAZIONI
INTORNO ALLA COMETA DEL 1815

MEMORIA

DI GIOVANNI SANTINI

LETTA ALL' I. R. ACCADEMIA DI PADOVA IL GIORNO 8 FEBBRAIO MDCCCXVI.

La prima notizia della scoperta di questa cometa mi venne data dal chiarissimo nostro Socio Cons. Prof. Brera il giorno 8 d'aprile decorso, che gentilmente mi consegnò il N. 44 del foglio di Gottinga, ove trovavasi l'estratto di una lettera del signor D.r Olbers al valentissimo Matematico Gauss, al quale dava l'avviso di avere scoperta il 6 di marzo una cometa nella costellazione di Perseo. Essa era stata ricercata dal lodato signor D.r Gauss anche all'Osservatorio di Gottinga, e ravvisata la sera del 13 marzo fra le stelle 159 e 164 di Perseo, ma le nubi ne avevano impedito una regolare osservazione.

Malgrado così pochi dati avrei tentato di ricercarla anche al nostro Osservatorio, se una serie costante di cattivo tempo non me lo avesse impedito. Giunsero frattanto i seguenti fogli di Gottinga, e nel numero 55 ritrovai gli elementi parabolici della cometa calcolati dal signor D.r Gauss sulle prime osservazioni. Questi elementi erano i seguenti:

Passaggio al Perielio....1815 24 aprile $16^h. 37'. 4''$. *T.* Medio a Gottinga

Longitudine del Perielio.	$146^o. 7'. 2''$
del Nodo.	82. 43. 4
Inclinazione dell'Orbita	45. 8. 55
Distanza Perielia.	1, 24738

Moto diretto.

Mediante questi elementi io calcolai alcuni luoghi geocentrici della cometa, e la sera del 24 d'aprile la ritrovai molto vicina al luogo calcolato. Essa era molto piccola, invisibile ad occhio nudo; il suo nucleo mal contornato mi faceva temere di non poterla osservare con molta precisione mediante il micrometro circolare annesso al quadrantino di Adams di due piedi inglesi di raggio, che pure era l'unico mezzo che io avessi per osservarla.

Tutte le seguenti osservazioni furono fatte costantemente al quadrante di Adams con un canocchiale di ingrandimento molto piccolo, a cui si era applicato un micrometro circolare costruito dal signor Giuseppe Stefani formato di una zona circolare, il diametro esterno della quale è di 60'. 32"; l'interno poi 49'. 5". Si è confrontata costantemente la cometa alle stelle del catalogo di Piazzi, desumendone la posizione dalla nuova edizione, che il chiarissimo Autore ne ha fatto a Palermo nel decorso anno 1814, applicandovi l'aberrazione e la nutazione per ridurle alla posizione apparente. Nel ridurre le osservazioni fatte al micrometro si è tenuto conto del moto proprio della cometa, ma non si è tenuto alcun conto della differenza di refrazione fra la stella di confronto e la cometa stessa.

Premesse queste avvertenze, passo ad esporre le ascensioni-rette e declinazioni apparenti, come risultano dalle mie osservazioni.

1815	Giorni	T. Medio in Padova	A.R. app. della cometa	Declin. boreale
Aprile	24	9h. 39'. 50"	80°. 49'. 33"	56°. 3'. 16"
	28	8. 57. 49	85. 57. 44	57. 37. 53
Maggio	1	8. 57. 22	90. 16. 13	58. 41. 7
	2	9. 8. 51	91. 47. 15	59. 0. 32
	—	9. 40. 22	91. 48. 48	59. 0. 40
	6	9. 29. 48	98. 13. 9 ±	fra le nubi
	8	9. 10. 55	101. 40. 4	60. 35. 36
	—	9. 45. 26	101. 42. 13	60. 37. 0
	10	9. 9. 11	106. 14. 41	60. 59. 45 ±
	11	8. 57. 5	107. 4. 0	61. 6. 4
	—	9. 22. 30	107. 7. 18	61. 7. 30
	12	9. 3. 20	108. 57. 37	61. 16. 32
	—	9. 48. 15	109. 2. 11	61. 16. 7
	17	10. 15. 15	118. 47. 45	61. 30. 55
	—	10. 31. 5	118. 49. 55	61. 30. 47
	21	9. 21. 45	126. 44. 21	. . . . . .
	—	9. 59. 8	126. 46. 32	61. 13. 51
	25	11. 21. 24	134. 50. 46	60. 31. 49
	—	11. 36. 51	134. 52. 22	60. 27. 56
Giugno	5	10. 35. 47	154. 37. 56	57. 14. 24
	—	10. 45. 25	154. 38. 56	57. 14. 11
	18	10. 50. 35	172. 36. 59	48. 7. 52
	—	11. 8. 42	172. 37. 18	48. 7. 28
	24	10. 50. 25	179. 3. 55	43. 49. ±
	—	11. 3. 13	179. 4. 9	. . . . . .

La straordinaria serie di cattivo tempo mi ha impedito di poter osservare più frequentemente la cometa. Dopo il 24 di giugno non si potè osservare che il due di luglio, e fu confrontata con una stella di 7.ª in 8.ª grandezza, la quale disgraziatamente non si ritrova nè sul catalogo del signor Prof. Piazzi, nè sulla Storia celeste del signor La-Lande. L'A.R. della cometa dedotta dalla posizione dello stromento era in quella sera 186. 19' 10" la declinazione, 37°. 55. circa. Le sopraggiunte nubi impedirono di poterla confrontare con altre stelle, ed in conseguenza di poter trarre partito da quest'osservazione, che fu eziandio l'ultima che io potessi fare a motivo della soverchia debolezza della cometa.

Confrontando queste osservazioni coll'efemeride, che mi ero preparato di 3 in 3 giorni per facilitare le osservazioni della cometa sopra i surriferiti elementi del D.r Gauss, riconobbi che questi si allontanavano sempre più dalla verità, di modo che nell'osservazione del 18 giugno l'errore nella longitudine geocentrica era — 1°. 23', nella latitudine + 11'. 42", il segno — indicando una posizione calcolata minore dell'osservata, e viceversa.

Per trovare un sistema di elementi parabolici, che meglio rappresenti le osservazioni, faremo uso del metodo proposto dal celebre signor la Place nella sua insigne opera *Theorie du mouvement, et de la figure elliptique des Planetes. Paris* 1784.

Giusta un tal metodo, si scelgono tre osservazioni molto fra loro distanti, e tali che abbraccino tutta la parte visibile dell'orbita della cometa. Si calcolano i raggi vettori, e le anomalie per gl'istanti delle tre osservazioni nelle seguenti tre ipotesi; 1.a adottando il passaggio al perielio e la distanza perielia, come vengono dati dagli elementi già presso a poco conosciuti; 2.a facendo variare la distanza perielia di una piccola quantità; 3.a facendo variare il tempo del passaggio al perielio. La differenza delle anomalie fra la prima e la seconda osservazione, e fra la prima e terza darà gli angoli compresi fra i raggi vettori nelle tre diverse ipotesi. Col mezzo della longitudine e della latitudine geocentrica della cometa si calcolino questi stessi angoli compresi fra la prima e seconda, e fra la prima e terza osservazione. Questi confrontati coi precedenti somministreranno un mezzo molto spedito per trovare coll'interpolazione il vero passaggio al perielio, e la vera distanza perielia.

Se rappresentiamo la longitudine del Sole per ☉
della cometa per α
La latitudine geocentrica della cometa per . β
La distanza della terra al Sole per . . . . R
Il raggio vettore della cometa per . . . . r
La longitudine eliocentrica della cometa per C
La latitudine eliocentrica per . . . . λ

e s'indicano poi con un'apice le quantità relative alla prima osservazione, con due quelle relative alla seconda ec. si troverà l'angolo compreso fra i raggi vettori col mezzo della longitudine e latitudine geocentrica, e col raggio vettore calcolato nel seguente modo. Pongasi

$$\cos. T = \cos. \beta \cos. (☼ - \alpha)$$
$$M = R. \text{sen.}\, T$$
$$N = \frac{\text{sen.}\,\beta}{\text{sen.}\,T}$$
$$P = R. \text{sen.} (☼ - \alpha)$$

Le quantità T, M, N, P resteranno costanti in ogni osservazione per le tre diverse ipotesi che faremo.

Pongasi in seguito

$$\text{sen.}\, K = \frac{M}{r}; \Sigma = K + T; \text{ sarà sen.}\, \lambda = N. \text{sen.} (K + T), \text{sen.}\, K' = \frac{P}{r. \cos. \lambda};$$

quindi $c = \alpha \pm K'$ (essendo K' l'angolo alla cometa projettata sul piano dell'ecclittica).

Avendo calcolati per le tre osservazioni i valori di λ e di c, si troveranno gli angoli $x' \ldots x''$ compresi fra il primo e secondo, fra il primo e terzo raggio vettore, mediante le seguenti formule,

$$\cos. x' = \cos. (c'' - c'). \cos. \lambda''. \cos. \lambda' + \text{sen.}\, \lambda''. \text{sen.}\, \lambda'$$
$$\cos. x'' = \cos. (c''' - c')\ \cos. \lambda'''. \cos. \lambda' + \text{sen.}\, \lambda'''. \text{sen.}\, \lambda'.$$

Rappresentiamo ora per v', v'', v''' le anomalie vere della cometa, e ponghiamo

$$X' - (v'' - v') = q'$$
$$X'' - (v''' - v') = n'.$$

Se il passaggio al perielio, e la distanza perielia, adoperata nei calcoli precedenti, sono quali esser devono, le quantità q', n' devono essere nulle; in caso diverso, supponiamo $q' = \phi(\varpi, t)$ rappresentando ϖ la distanza perielia, e t il tempo del passaggio al perielio assunto nella prima ipotesi.

Facciasi variare la distanza perielia di una piccola quantità α, di cui sieno trascurabili le seconde dimensioni, e pongasi $\phi\ (\varpi + \alpha, t) = q'' = q' + \alpha \left(\frac{d\phi}{d\varpi}\right)$; d'onde otterremo .... $\alpha \left(\frac{d\phi}{d\varpi}\right) = q'' - q'$.

Parimente facendo variare la quantità t di una quantità piccolissima α', e ponendo $\phi\ (u, t + \alpha') = q'''$ avremo . . . . $\alpha' \left(\frac{d\phi}{dt}\right) = q''' - q'$. Siano ora αx, $\alpha' y$ le quantità di cui devono essere aumentate ϖ, e t, per rappresentare la vera distanza perielia, ed il vero passaggio al perielio; dovrà essere $\phi\ (\varpi + \alpha x, t + \alpha' y) = \phi\ (\varpi, t) + x. \alpha \left(\frac{d\phi}{d\varpi}\right) + y. \alpha' \left(\frac{d\phi}{dt}\right) + .. = 0$

26

e ponendo per $\varphi\ (\varpi, t).\left(\frac{d\varphi}{d\varpi}\right).\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)$ i loro valori, avremo

$$x.\ (q''-q')+y\ (q'''-q')+q'=0.$$

Si troverà del pari calcolando similmente i valori di n', n'', n''' nelle tre medesime ipotesi

$$x(n''-n')+y\ (n'''-n')+n'=0\ ;$$

col mezzo delle quali due equazioni troveremo i valori di x e di y, e quindi otterremo le vere correzioni ax, $a'y$. Se queste correzioni risultano considerabili, allora sarà necessario di riprincipiare lo stesso calcolo, partendo dalla distanza perielia, e dal passaggio al perielio ritrovati, e si otterrà una nuova distanza perielia, ed un nuovo passaggio al perielio, che si accosteranno molto di più al vero, e così con due correzioni al più si perverrà alla cognizione esatta di questi due elementi.

Talvolta ancora è necessario tener conto delle seconde differenze, e l'Autore nella citata opera dà le formule a ciò necessarie senza dimostrarle, le quali però si possono facilmente dedurre dalla precedente analisi. Si calcolino i valori di $\varphi\ (\varpi\ t)=x'-(v''-v')=q$, e di $\Psi\ (\varpi, t)=\chi''-(v'''-v')=n$ nelle seguenti ipotesi

1.ª . . . . $\varphi\ (\varpi\ t)=q'$

2.ª . . . . $\varphi\ (\varpi+a, t)=q''=q'+a\left(\frac{d\varphi}{d\varpi}\right)+\frac{a^2}{2}\left(\frac{d^2\varphi}{d\varpi^2}\right)$

3.ª . . . . $\varphi\ (\varpi+2a, t)=q'''=q'+2a\left(\frac{d\varphi}{d\varpi}\right)+2\,a^2\left(\frac{d^2\varphi}{d\varpi^2}\right)$

4.ª . . . . $\varphi\ (\varpi, t+a')=q^{\text{IV}}=q'+a'\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)+\frac{a'^2}{2}\left(\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right)$

5.ª . . . . $\varphi\ (\varpi, t+2a')=q^{\text{V}}=q'+2a\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)+2a'^2\left(\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right)$

6.ª . . . . $\varphi\ (\varpi+a, t+a')=q^{\text{VI}}=q'+a\left(\frac{d\varphi}{\varpi}\right)+a'\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)+\frac{a^2}{2}\left(\frac{d^2\varphi}{d\varpi^2}\right)$
$+\frac{a'^2}{2}\left(\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right)+a\,a'\left(\frac{d^2\varphi}{d\varpi\,a}\right)$

Dalle equazioni 2... 3 si deduce $a^2\left(\frac{d^2\varphi}{d\varpi^2}\right)=q'''-2q''+q'$, $2a\left(\frac{d\varphi}{d\varpi}\right)$ $=4q''-3q'-q'''$ dalla 4, e 5 parimente si ottiene .. $a'^2\left(\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right)$ $=q^{\text{V}}-2q^{\text{IV}}+q'$, $2a'\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)=4q^{\text{IV}}-3q'-q^{\text{V}}$

Questi valori sostituiti nella sesta daranno

$$2\alpha\alpha'\left(\frac{d^2\phi}{d\varpi dt}\right)=2q^{\text{VI}}-2q^{\text{IV}}-2q''+2q'$$

Se ora si sviluppa la funzione . . $\phi\,(\varpi+\alpha x, t+\alpha' y)$, e si pone il risultato $=0$, ed in luogo di $\alpha\left(\frac{d\phi}{d\varpi}\right)$, $\alpha^2\left(\frac{d^2\phi}{d\varpi^2}\right)$ ec. si scrivono i valori trovati, avremo la seguente equazione

$$2q'+(4q''-3q'-q''').x+(q'''-2q''+q')x^2$$
$$+(4q^{\text{IV}}-3q'-q^{\text{V}}).y+(q^{\text{V}}-2q^{\text{IV}}+q').y^2+(2q^{\text{VI}}-2q^{\text{IV}}-2q''+2q').xy=0$$

calcolando similmente nelle stesse ipotesi i valori di n, si formerà la seguente equazione

$$2n'+(4n''-3n'-n''').x+(n'''-2n''+n').x^2$$
$$+(4n^{\text{IV}}-3n'-n^{\text{V}}).y+(n^{\text{V}}-2n^{\text{IV}}+n').y^2+(2n^{\text{VI}}-2n^{\text{IV}}-2n''+2n').xy=0$$

Dalle quali equazioni si deduranno i valori x, e di y e quindi le cercate correzioni saranno αx, $\alpha' y$. Per risolverle sarà più comodo trascurare da principio i termini di secondo ordine, e trovare i valori di x e di y prossimamente per sostituirli poscia nei termini di second'ordine, e risolvere da capo le equazioni di primo grado, che resteranno dopo tale sostituzione.

Queste formule sono quelle stesse della pag. 52 dell'opera citata, se non che mancano in quelle i termini moltiplicati per xy, che l'Autore ha trascurato, nel qual caso inutili si rendono i q^{VI}, ed n^{VI}, e perciò il calcolo rendesi ancora più semplice.

Se ora chiamasi z la distanza al nodo ascendente nella prima osserservazione valutata sull'ecclittica, si avrà z per mezzo delle seguenti equazioni:

$$\left.\begin{aligned}
\text{tang.}\left(z+\frac{c''-c'}{2}\right)&=\text{tang.}\frac{c''-c'}{2}\cdot\frac{\text{sen.}(\lambda''+\lambda')}{\text{sen.}(\lambda''-\lambda')}\\
\text{tang.}\left(z+\frac{c'''-c'}{2}\right)&=\text{tang.}\frac{c'''-c'}{2}\cdot\frac{\text{sen.}(\lambda'''+\lambda')}{\text{sen.}(\lambda'''-\lambda')}\\
\text{tang.}\left(z+\frac{c'''-c''}{2}\right)&=\text{tang.}\frac{c'''-c''}{2}\cdot\frac{\text{sen.}(\lambda'''+\lambda'')}{\text{sen.}(\lambda'''-\lambda'')}
\end{aligned}\right\}\quad . \; . \; . \;(a)$$

la coincidenza delle quali servirà di riprova alle operazioni.

Pongasi la longitudine del nodo $=\Omega$, l'inclinazione dell'orbita all'ecclittica $=i$

$$\text{sarà . . . tang. } i=\frac{\text{tang.}\lambda'}{\text{sen.}(c'-\Omega)}=\frac{\text{tang.}\lambda''}{\text{sen.}(c''-\Omega)}=\frac{\text{tang.}\lambda'''}{\text{sen.}(c'''-\Omega)}\cdot \; . \; . \; . \;(b)$$

Non resta ora, che determinare la longitudine del perielio. Sia u la distanza della cometa al nodo nella sua orbita. Sarà . . . $\cos. u = \cos. \lambda \cos. (c - \Omega)$ . . . . (C).

Quindi la longitudine del perielio sarà $= u + \Omega - v$; la quale si applicherà a tutte tre le osservazioni.

Applicazione delle precedenti formule all'attuale cometa.

Per fare un'applicazione del precedente metodo, io ho scelto l'osservazione del 21 di marzo del signor Gauss, registrata nel numero 55 dell'indicato giornale, e l'osservazione del 2 maggio e 18 giugno sopra riferite. Nelle stesse sere essendo state fatte due osservazioni io ho preso il medio dei tempi e delle posizioni corrispondenti. Con tale avvertenza si ha

	Te. medio a Padova	A.R. app. osservata	declinaz. boreale
Marzo . . 21	$10^h. 42'. 7''$	$54^o. 53'. 51''$	$59^o. 37'. 32''5$
Maggio . . 2	9. 24. 57	91. 48. 1,5	59. 0. 36
Giugno . . 18	10. 59. 59	178. 57. 8,5	48. 7. 40

Calcolando le longitudini e latitudini corrispondenti, e riducendole all'equinozio medio, liberandole eziandio dall'aberrazione, trovo i seguenti risultati.

	Giorni	Long. Geoc. $= \alpha$	Latit. Geoc. $= \beta$	☼	log. R
1815	80,44591	$61^o. 42'. 56''$	$19^o. 35'. 10''$	$0^o. 26'. 19''$	9,998687
	122,39210	91. 9. 8	35. 33. 24	41. 31. 55	0,003731
	169,45809	150. 28. 18	40. 27. 46	86. 43. 14	0,007017

Dietro queste posizioni io trovo i costanti come segue:

$T' = 63^o. 4'. 42''$; $T'' = 58^o. 11'. 37''$; $T''' = 70^o. 20'. 12''$

log. $M' = 9,948870$; log. $M'' = 9,933065$; log. $M''' = 9,980923$

log. $N' = 9,575151$; log. $N'' = 9,835222$; log. $N''' = 9,838308$

log. $P' = 9,941665$; log. $P'' = 9,885554$; log. $P''' = 9,959752$

Premesso il calcolo di questi costanti, stabilisco ora le tre seguenti ipotesi:

1.ª ϖ	$= 1,24738 \ldots t = 114,69749$		cosicchè $\alpha = + 0,005$
2.ª $\varpi + \alpha$	$= 1,25238 \ldots t = 114,69749$		$\alpha' = + 0,25;$
3.ª ϖ	$= 1,24738 \ldots t + \alpha' = 114,94749$		

otterremo così i seguenti risultati.

	1.ª Ipotesi	2.ª Ipotesi	3.ª Ipotesi
$v' =$	$-32°. 26'. 4''$	$-32°, 15'. 36''$	$-32°. 38'. 48''$
log. $r' =$	0,131267	0,132620	0,131737
$\lambda =$	21°.22'. 48'',5	21°.23'. 43'',5	21°.23'. 8''
$c' =$	105. 39. 48	105. 29. 52	105. 36. 20
$v'' =$	7. 40. 32	7. 37. 47	7. 25. 39
log. $r'' =$	0,097949	0,099663	0,097825
$\lambda'' =$	42°. 8'. 1''	42°.10'. 18''	42°. 7'. 51''
$c'' =$	146. 55. 57	146.39. 9	146. 57. 10
$v''' =$	48. 16. 35	48. 2. 56	48. 6. 10
log. $r''' =$	0,175475	0,176441	0,174886
$\lambda''' =$	40°.20'.40''	40°.22'.39''	40°.19'.28''
$c''' =$	203. 27. 1	203. 19. 8	203. 31. 52

Col mezzo di questi valori trovo poi

$x' =$	40°. 13'. 4''	40°. 8'. 20''	40°.16'. 7'',5
$v''-v' =$	40. 6. 36	39. 53. 23	40. 4. 27
$q' =$	$+ 6'. 28''$	$q'' = + 14'. 57''$	$q''' = + 11'. 40'',5$

Quindi la prima equazione . . . . $509''.x + 312'',5.y = - 388''$

$x'' =$	81°. 57'. 40''	81°. 57'. 51''	82°. 3'. 48''
$v'''-v' =$	80. 42. 39	80. 18. 32	80. 44. 58
$n' =$	$+ 1. 15. 1$	$n'' = + 1. 39. 19$	$n''' = + 1. 18. 50$

d'onde formasi la seconda equazione . . . . $1458''.x + 229''.y = - 4501''$

Dalla risoluzione di queste due equazioni

deduco . . $x = - 3,8863$ . . . . $y = + 5,08838$,

e però la correzione della distanza perielia sarà . . . $\alpha x = - 0,01944$

la correzione del passaggio al perielio sarà . . $\alpha y = + 1,27209$

Quindi la distanza perielia corretta sarà $= 1,22795$,

il tempo del passaggio per il perielio $= 115,96958$.

Prima di passare alla determinazione degli altri elementi, siccome le correzioni αx, αy sono risultate piuttosto forti, così è necessario d'indurre una nuova correzione alla precedente distanza perielia, ed al passaggio per il perielio. Faremo a tale oggetto le tre seguenti ipotesi:

$$\left.\begin{array}{l} 1.^a \ldots \varpi \ \ = 1{,}22795 \ldots\ldots t = 115{,}96958 \\ 2.^a \ldots \varpi+\alpha = 1{,}23295 \ldots\ldots t = 115{,}96958 \\ 3.^a \ldots \varpi \ \ = 1{,}22795 \ldots t+\alpha' = 116{,}21958 \end{array}\right\} \text{ di modo che sia } \begin{array}{l} \alpha = +0{,}005 \\ \alpha' = +0{,}25 \end{array}$$

Calcolando le formule superiormente esposte in queste tre ipotesi trovo i seguenti risultati.

	1.ª Ipotesi	2.ª Ipotesi	3.ª Ipotesi
$v' =$	$-34^\circ.13'.11''$	$-34^\circ.\ 2'.\ 5''$	$-34^\circ.25'.59''$
log. $r' =$	0,128500	0,129833	0,128999
$\lambda' =$	$21^\circ.20'.55'',5$	$21^\circ.21'.49''$	$21^\circ.21'.14''$
$c' =$	106. 0.19	105.50.28	105.56.33
$v'' =$	6.33.52	6.31.29	6.17.22
log. $r'' =$	0,090607	0,092355	0,090490
$\lambda'' =$	$41^\circ.57'.33'',5$	$42^\circ.\ 0'.\ 9''$	$41^\circ.57'.23''$
$c'' =$	148. 9.12	147.51.35	148.10.22
$v''' =$	48.16.42	48. 2.49	48. 6. 2
log. $r''' =$	0,168663	0,169645	0,168060
$\lambda''' =$	$40^\circ.\ 6'.22''$	$40^\circ.\ 8'.29''$	$40^\circ.\ 5'.4''$
$c''' =$	204.23.26	204.15.15	204.38.30

Calcolando ora i valori di x', x'', mediante i precedenti valori numerici.. otterremo

$$x' = 40^\circ.48'.51'' \ldots\ldots 40^\circ.43'.9'',5 \ldots\ldots 40^\circ.51'.43''$$
$$v''-v' = 40.\ 47.\ 3 \ldots\ldots 40.\ 53.\ 34. \ldots\ldots 40.\ 43.\ 21$$
$$q' = +\ 1'.28'' \ldots q'' = +\ 9'.33'',5 \ldots q''' = +\ 8'.22''$$

Quindi la prima equazione ... $487',5 x + 414' y = -88'$

$$x'' = 82^\circ.29'.37'' \ldots\ldots 82^\circ.29'.26'',5 \ldots\ldots 82^\circ.36'.8''$$
$$v'''-v' = 82.\ 29.\ 53 \ldots\ldots 82.\ 4.\ 54. \ldots\ldots 82\ 51.\ 1$$
$$n' = -\ 0'.16'' \ldots n'' = +\ 24'.32'',5 \ldots n''' = +\ 5'.7''$$

Queste due equazioni risolute danno .. $x = +0{,}0765$ .. $y = -0{,}3026$

saranno pertanto le nuove correzioni . $\alpha x = +0{,}000382$, $\alpha y = -0{,}07565$

e perciò la vera distanza perielia $= 1{,}228332$

il vero passaggio al perielio $= 115{,}89393$

Di qui o col calcolo o con una facile interpolazione deduconsi i seguenti valori

$v' = -34^\circ.\ 8'.27'' \ldots v'' = +\ 6^\circ.38'.18'' \ldots v''' = 48^\circ.18'.45''$
$\lambda' = 21.\ 20.\ 51,5 \ldots \lambda'' = 41.\ 57.\ 48 \ldots \lambda''' = 40.\ 6.\ 55$
$c' = 106.\ 0.\ 41 \ldots c'' = 148.\ 7.\ 30 \ldots c''' = 204.\ 21.\ 22$

ricavando il valore di z dalle equazioni (a), dal confronto della prima e seconda osservazione, e della prima e terza trovo

$$z = 23^\circ.\ 16'.\ 31''$$
$$= 23.\ 16.\ 9$$
$$\text{Medio} = 23.\ 16.\ 20$$

Quindi la longitudine del nodo $= 82^\circ.\ 44'.\ 21''$.

Le equazioni (b) danno per l'inclinazione i tre seguenti valori . .

$$i = 44^\circ.\ 41'.\ 22''$$
$$12$$
$$40$$
$$\text{Media Inclinazione} = 44^\circ.\ 41'.\ 25''$$

Finalmente le equazioni (c) danno

$$u' - v' = 65^\circ.\ 18'.\ 50''$$
$$u'' - v'' = 65.\ 19.\ 13$$
$$u''' = v''' = 65.\ 19.\ 21$$
$$\text{Medio} = 65^\circ.\ 19'.\ 8''$$
$$\text{Long. del nodo} = 82.\ 44.\ 21$$
$$\text{Quindi lo. del per.} = 148^\circ.\ 3'.\ 29''$$

Ecco qui riuniti i precedenti elementi parabolici della cometa.

Pas. al perielio 1815..115,89393, ossia 1815, 25 aprile $21^h.27'.16''$.
T. Med. a Padova.

distan. perielia = 1,228332
log. ϖ = 0,089316
long. del perielio = $148^\circ.3'.29''$
long. del nodo = 82.44.21
incl. all' eclittica = 44.41.25
Moto diretto

Confrontando questi elementi colle osservazioni, che hanno servito di base avremo i seguenti risultati.

	long. Geoc. calcol.	long. Geoc. osserv	diff.	lat. Geoc. calc	osservata	diff.
21 Marzo	61° 44'. 1"	61° 42'. 56"	+5"	19°. 35'. 25"	19°.35' 10"	+15"
2 Maggio	91. 8. 58	91. 9. 8	—10	35. 33. 27	35 33. 24	+ 3
18 Giugno	150. 28 9	150 28 18	— 9	40. 27 31	40 27. 46	—15

Avremo poi dietro i precedenti elementi le coordinate del luogo eliocentrico della cometa relativamente al piano dell'equatore espresse per le seguenti formule

$$x = \frac{\varpi.\,\text{sen.}\,a.\,\text{sen.}\,(v + 255^\circ.\,9'.\,30'')}{\cos.^2\frac{1}{2}v} \,\ldots;\log.\ \varpi.\,\text{sen.}\,a = 9{,}944504$$

$$y = \frac{\varpi.\,\text{sen.}\,b.\,\text{sen.}\,(v + 167^\circ.\,54'.\,14'')}{\cos.^2\frac{1}{2}v} \ldots\log.\,\varpi.\,\text{sen.}\,b = 0{,}058342$$

$$z = \frac{\varpi\ \text{sen.}\,c\ \text{sen.}\,(v + 95^\circ.\,26'.\,20'')}{\cos.^2\frac{1}{2}v} \ldots\log.\,\varpi.\,\text{sen.}\,c = 9{,}985581.$$

Quantunque i riferiti elementi parabolici rappresentino con una bastante precisione le tre osservazioni che hanno servito di base, tuttavia si allontanano sensibilmente dalle altre osservazioni intermedie, lo che dimostra non potersi senza errore assumere l'orbita della cometa attuale per parabolica, ed essere necessario l'investigare l'orbita ellittica. Gauss il primo, ed in seguito i signori Bessel e Nicolai intrapresero questa ricerca. Ecco gli elementi ellittici di questi due ultimi, che mi furono gentilmente communicati dal signor Barone di Lindenau con una sua lettera del 10 settembre 1815.

	Secondo Bessel	Secondo Nicolai
Tempo del perielio 1815 . . aprile	26,00464 a Parigi	26,03857 a Seeberg
Nodo ascendente .	83°.28'.46",18 . .	83°.28'.52",3
Inclinazione . . .	44.29.53,71 . . .	44.29.46,0
long. del perielio .	149. 2.29,14 . . .	149. 3.25,3
log. dist. perielia	= 0,0837950 .	dist. perielia = 1,2126878
eccentricità . . .	= 0,9311277	= 0,9302934
semiasse maggiore	= 17,60964	= 17,39704
risoluzione siderale	= 75^{an},897	= 72^{an},564

Noi termineremo questa breve Memoria col confronto delle nostre osservazioni sia cogli elementi parabolici surriferiti, sia cogli elementi ellittici del signor Bessel, d'onde apparirà quanto i primi si allontanino dalla verità, e quanto vi siano conformi i secondi.

		Giorni	A.R. osserv.	decl. bor. oss.	elementi err. in A.R.	par. err. in declin.	Elem. err. in A.R.	Elittici err. in declin.
Osservazioni di Gauss nel N. 55 del fo. di Gottinga	Marzo	20	54°. 7'. 49"	39°. 7'. 47"	— 0'. 48"	— 0'. 15"		
		21	54. 33. 21	39. 36. 57	— 0. 39	— 0. 33		
		—	54. 34. 21	39. 38. 8	— 0. 23	— 0. 27		
		25	56. 28. 50	41. 38. 5	+ 0. 40	+ 0. 26		
		30	59 13. 3	44. 10. 27	— 0. 57	+ 0. 33		
	Aprile	24	80. 49. 33	56. 3. 16	+ 1'. 48"	+ 0'. 14"	+ 4"	— 23"
		28	85. 57. 54	57. 37. 53	+ 0. 9	+ 1. 10		
	Maggio	1	90. 16. 13	58. 41. 7	+ 0. 1	+ 0. 16	— 43	+ 28
		2	91. 47. 15	59. 0. 32	— 0. 42	— 0. 5	+ 18	+ 9
		—	91. 48. 48	59. 0. 40	— 1. 11	— 0. 35	— 9	— 18
		6	. . . .	. . . .	. . . .	. . .		
		8	101. 40. 4	60. 33. 36	— 4'. 19"	— 0. 53	— 14	+ 16
		—	101. 42. 13	60. 37. 0	— 4. 29	+ 0. 25	— 41	+ 29
		10	105. 14. 41	60. 59. 45 ±	— 4 2	— 0. 4 ±	+ 138	+ 62
		11	107. 4. 0	61. 6. 4	— 5. 54	— 1. 43	+ 25	— 82
		—	107. 7. 18	61. 7. 30	— 5. 35	— 0. 32	— 27	— 31
		12	108. 57. 37	61. 16. 32 ±	— 6. 56	+ 0. 50	— 31	
		—	109 2. 11	61. 16. 7	— 5. 57	+ 0. 21	+ 50	+ 42
		17	118. 47. 45	61. 30. 35	— 8. 50	— 0. 32	— 27	— 48
		—	118. 49. 35	61. 30. 47	— 8 20	— 0. 19	— 4	— 35
		21	126. 44. 21	. . . .	— 9 21	. . .	+ 13	. . .
		—	126. 46. 32	61. 13. 51	— 10. 22	+ 0. 41	— 44	— 9
		25	134. 50. 46	60. 31. 49 ±	— 9. 12	. . .	+ 49	
		—	134. 52. 22	60. 27. 56	— 9. 3	+ 1. 3	+ 65	— 25
	Giugno	5	154. 37. 56	56. 13. 1	— 7. 5	+ 2. 52	+ 41	+ 33
		—	154. 38. 56	56. 12. 49	— 6. 46	+ 2. 52	+ 62	+ 32
		18	172 36. 59	48. 7. 52	+ 0. 8	+ 0. 13	+ 50	+ 37
		—	172. 37. 18	48. 7. 28	— 1. 2	+ 0 28	+ 19	+ 43
		24	179. 3. 35	43. 49. ±	+ 1. 30	— 3'. ::	— 14	. . .
		—	179. 4. 9	. . . .	+ 1. 35		— 9	. . .
	Luglio	2	186. 19. 10	37. 55.	+ 7. 5	— 7. 22	— 41	. . .

I segni annessi alle ultime due colonne indicano quantità da aggiungersi alle posizioni calcolate per ottenere le osservate.

Nel calcolo dei luoghi parabolici non si tenne conto dell'aberrazione; ma se n'è tenuto conto nel calcolo dei luoghi ellittici.

Quanto all'ultima osservazione del 2 luglio, è stata dedotta immediatamente dall' altezza, ed azimut osservata col mezzo dello stromento, e può essere incerta, giacchè il circolo azimutale dà soltanto 2 minuti primi.

P.S. Il signor Nicolai, valentissimo calcolatore ed astronomo a Gota ha sulla totalità delle migliori osservazioni di questa cometa corretto i suoi superiori elementi, ed ha ottenuto i seguenti, che rappresentano assai bene le buone osservazioni di questa cometa.

Passaggio al perielio . . 1815 aprile 26,02294 T. M. a Seeberg.
longitudine del perielio . . . . . 149°.1'.57",74 } Equin. Med. del
del nodo . . . . . . 83.28.35,77 } 26 aprile.
Inclinazione all'ecclittica 44.29.52,28
Moto diretto
Eccentricità . . = 0,9316693
Log. dis. perielia = 0,0838369
Semi-Asse maggiore = 17,750926
Rivol. siderale . = 74,7893 an. Giul.

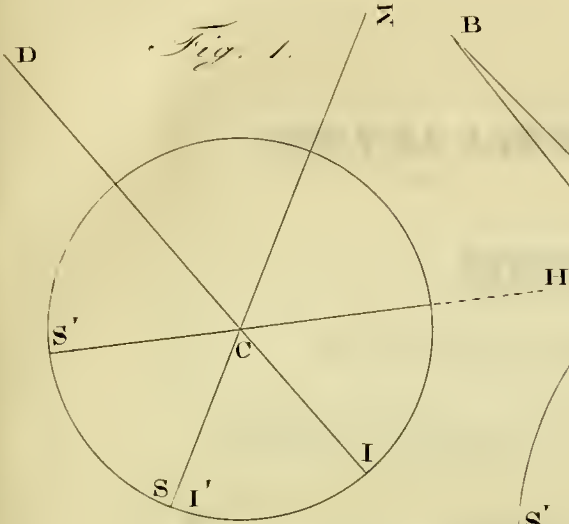


Fig. 1.

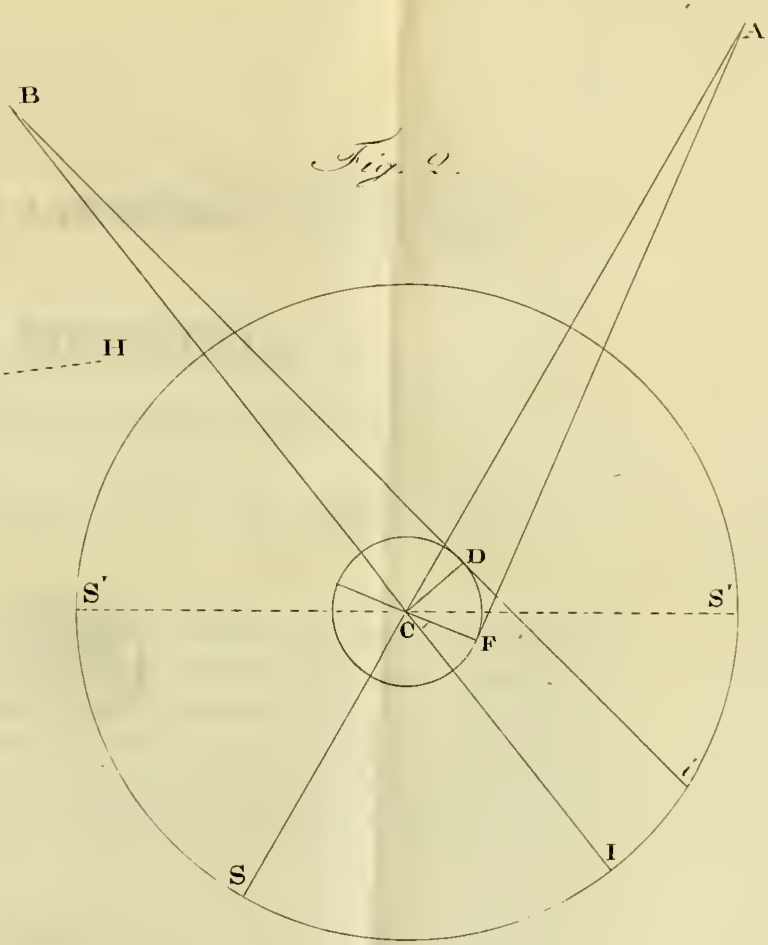


Fig. 2.

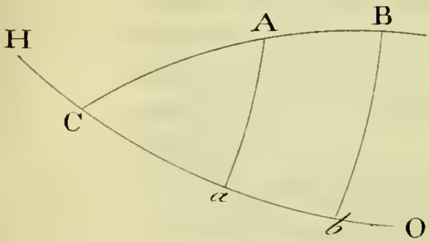


Fig. 3.

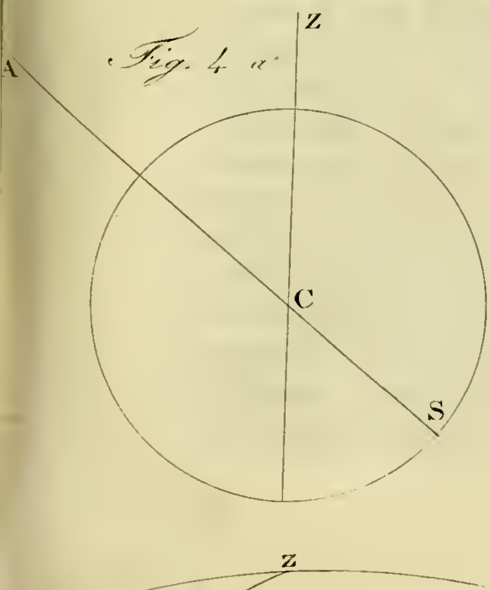


Fig. 4 a

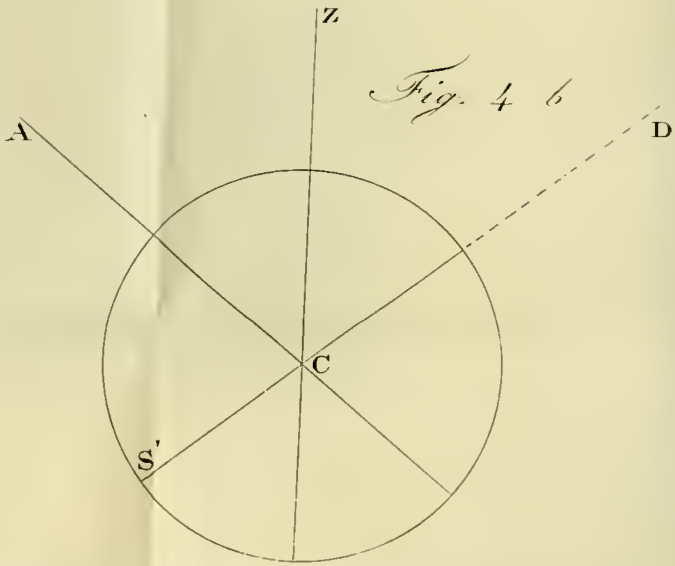


Fig. 4 b

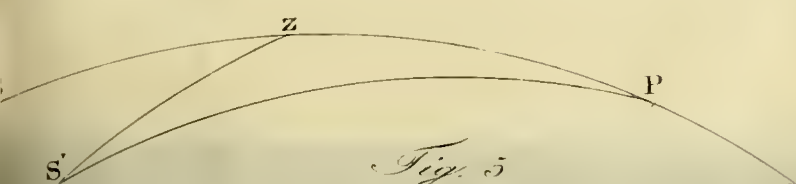


Fig. 5

e può essere in

primi.

P.S. Il signor

ha sulla totalità

suoi superiori el

assai bene le buo

Passaggio al peri

longitudine del p

del n

Inclinazione all'ec

Moto diretto

Eccentricità . .

Log. dis. perielia

Semi-Asse maggio

Rivol. siderale .

SOPRA LA LATITUDINE GEOGRAFICA

MEMORIA

DI GIOVANNI SANTINI

PROFESSORE D'ASTRONOMIA DELL' I. R. OSSERVATORIO DI PADOVA.

Fino dal 1807 il signor Barone di Zach, Astronomo rinomatissimo della Specola Ernestina situata nel Colle Seeberg vicino a Gota, gettò dei forti dubbj sull' esattezza della latitudine di questo nostro Osservatorio, che a lui con le osservazioni fatte mediante un circolo moltiplicatore di nuova costruzione del celebre signor Reichenbach di Monaco risultò di 45°. 24'. 1", 61, vale a dire, circa 22" secondi maggiore di quella stabilita già dagl' illustri miei predecessori Toaldo e Chiminello.

Dopo quell'epoca mi applicai alla ricerca della vera latitudine dell'Osservatorio, e mancando di uno stromento esatto per misurare le altezze, in cui vi fosse il comodo dell' inversione per poter scuoprire l'errore del principio di numerazione, ricercai la latitudine con un nuovo metodo indipendente affatto dall'esattezza delle divisioni di un quadrante, e dall'errore, ch' esser poteva nel suo principio di numerazione. Le mie ricerche lette prima a questa dotta Accademia, e quindi presentate alla insigne Società Italiana, trovansi inserite nel XVI Vol. dei suoi Atti; e furono coronate del più felice successo, avendomi dato la stessa latitudine già trovata dal Zach con metodo affatto differente, lo che forma al tempo stesso la più sicura riprova della verità dei principii da me adoperati, e della precisione del circolo del signor Bar. di Zach.

Nel decorso anno 1815 sul finire di maggio, L'E. I. R. Governo, sempre intento a promuovere ogni sorta di studii, accordò a favore dell'Osservatorio la somma necessaria per l'acquisto di un circolo ripetitore di 12 pollici di diametro, come quello del signor Zach, costruito esso pure dal signor Cav. Consigliere Reichenbach, col mezzo del quale ho potuto, mediante molte osservazioni ripetute sopra diverse stelle, pienamente verificare e stabilire in modo incontrastabile, la latitudine del nostro Osservatorio.

Prima però di esporre le osservazioni stesse, non sarà inutile premettere alcuni cenni sul circolo ripetitore, indicando eziandio il modo di servirsene tanto per le osservazioni Astronomiche, che per le operazioni Geodetiche.

La prima idea di stromenti moltiplicanti gli angoli si deve al celebre Astronomo Mayer, il quale diede di un circolo moltiplicatore la descrizione, che fu inserita nelle sue opere postume. Non avendo egli avuto il comodo di farlo eseguire, al signor Borda di Parigi siamo debitori della prima costruzione loro, e da lui furono poscia denominati *Circoli di Borda*. Diversi Artefici francesi continuarono a costruire dei circoli moltiplicatori, e già erano fra le mani di tutti, e godevano grande riputazione i circoli costruiti da Lenoir, quando il signor Cav. Reichenbach distinto già per le sue matematiche cognizioni, eretto nelle vicinanze di Monaco un grande elaboratorio meccanico, richiamò l'attenzione dei dotti per la somma finezza e precisione, che seppe introdurre nelle divisioni del circolo, e per la sensibilità dei suoi livelli, e per la perfezione, a cui ridusse le parti tutte componenti le macchine di sua costruzione, perfezione, che dimostra in lui un genio particolare, ed una profonda conoscenza degli usi ai quali sono destinate (1).

Ritornando ora al circolo ripetitore, col quale ho fatto le osservazioni, che ho l'onore di presentarvi, dottissimi Accademici, non è mia intenzione darvene una minuta descrizione, ed un esatto disegno, poichè e l'uno e l'altro aspettar dobbiamo dal Ch. nostro Socio *Collalto*, che sta

(1) Si possono ottenere dalla sua officina non solo eccellenti circoli moltiplicatori a livello mobile con due canocchiali, come il nostro, ma eziandio dei circoli a livello fisso, come quello di tre piedi, che si ammira nell'Osservatorio di Milano, degli stromenti di passaggi, degli equatoriali superiormente lavorati, pendoli a compensazione, in una parola ogni sorta di macchine Astronomiche e Geodetiche munite di canocchiali acromatici di una forza e di una chiarezza superiore a quelli, che avanti di lui ottener si potevano dai più rinomati Meccanici inglesi.

preparando un'interessante raccolta di stromenti Geodetici; solo vi esporrò i principii fondamentali, sopra i quali è appoggiata la teoria del circolo ripetitore, principii invero noti, ma che sembranmi poter qui opportunamente essere collocati, affinchè più universalmente anche presso di noi si conoscano i pregj di questo stromento.

L'oggetto di questa macchina è di misurare con moltiplici osservazioni la grandezza della distanza angolare di due oggetti, o la distanza loro dal Zenit. Essa è composta di un circolo intero esattamente diviso di cinque in cinque minuti con quattro squisitissimi nomi situati a 90° di distanza l'uno dall'altro, i quali danno 4 secondi, e si può col mezzo loro stimare l'arco di due secondi. Le divisioni sono scolpite in argento; due microscopj portati da un braccio girevole intorno al centro si portano sopra i nonii, i quali sono accompagnati da una carta lucida distesa in un piccolo telaio di ottone, che spande sulle divisioni una luce molto equabile per facilitare la lettura degli angoli osservati.

Nel lembo superiore di questo circolo scorre intorno al suo centro un canocchiale acromatico di molta chiarezza nel cui foco s' intersecano due sottilissimi fili, ed un simile canocchiale può scorrere lungo il lembo inferiore, che di più è munito di un livello a bolla d'aria internamente lavorato per rendere l'asse di questo canocchiale orizzontale, quando ciò si richieda.

Il circolo si può fissare in tutti i piani, e quindi si possono prendere gli angoli, che fanno fra loro due oggetti qualunque situati in un dato piano col centro del nostro occhio. La macchina è montata sopra un piede di ottone sostenuto da tre viti, munito di un circolo orizzontale diviso di 15 in 15 minuti, e d'un nonio che dà 30 secondi. Il circolo maggiore è girevole intorno ad un'asse verticale che passa pel centro del circolo orizzontale, ed anche intorno ad un'asse perpendicolare al suo piano.

Il canocchiale superiore si può illuminare per l'asse per poter di notte tempo osservare le stelle, ed è inoltre munito nell' oculare di un prisma eccellentemente lavorato, che rifrangendo i raggi entrati per l'objettivo porta l'asse ottico fuori dell'oculare in una direzione normale al piano dello stromento, lo che rende comodissime le osservazioni degli astri molto elevati sopra l'orizzonte.

Sullo stesso asse, in cui è impernato il circolo maggiore, vi è dall'altra parte impernato un altro circolo di 2 pol. di raggio, diviso di mezzo in mezzo grado con un nonio, che dà i minuti. Questo circolo serve a facilitare le osservazioni degli astri piccoli, ponendosi col suo mezzo il circolo maggiore in modo, che il canocchiale, fissato essendo in una certa divisione, si porti per la rotazione del circolo maggiore intorno al suo asse in quella distanza, che aver deve dal Zenit, perchè l'astro sia dentro il suo campo, distanza che si calcola preventivamente a un presso a poco.

Fig. I. Per misurare l'angolo, che fanno fra loro due oggetti qualunque, per es. due oggetti terrestri si disponga il piano del circolo nel piano dei due oggetti D, Σ. Quindi posto il canocchiale superiore S nel zero della divisione, si giri il circolo intorno al suo asse, sinchè il canocchiale S corrisponda a Σ, ed in allora si porti il canocchiale inferiore I in D. Lasciando fissi i canocchiali, si giri tutto il circolo intorno all'asse, che passa per C, finchè il canocchiale I pervenuto in I' guardi l'oggetto Σ, nel qual caso il canocchiale superiore S pervenuto in S' guarderà verso un punto H, la cui distanza angolare da D sarà l'angolo HCD doppio del cercato angolo ΣCD. Egli è ora chiaro, che distaccando il canocchiale superiore $S'C$... fissato in principio nel zero, se si ricondurrà nella situazione ICD, in modo che guardi l'oggetto D, egli dovrà scorrere lungo il lembo un arco, che misurerà il doppio di ΣCD. Pertanto la metà dell'arco percorso sarà la misura dell'angolo compreso fra i due oggetti, che ci eravamo proposti di misurare.

Se ora si considera il punto, in cui si ferma il canocchiale superiore, come il zero, ripetendo le stesse operazioni, allorquando si dovrà muovere il canocchiale superiore per ricondurlo sull'oggetto D, sarà forza allontanarlo dal punto, in cui era stato fermato, di un arco doppio di ΣCD, e quindi fra la prima, e seconda operazione avrà percorso il canocchiale lungo il lembo un arco, che sarà quadruplo di ΣCD. Avendolo letto, la sua quarta parte darà nuovamente l'angolo ΣCD. In tal guisa si otterrà successivamente il doppio, il quadruplo, sestuplo, ottuplo ec. dell'angolo cercato.

Ognuno sente il vantaggio sommo di questo stromento sopra tutti quelli, che danno l'angolo semplice compreso fra i due oggetti; poichè in questi l'angolo misurato si risente per intero degli errori delle divisioni; nel circolo moltiplicatore in vece l'errore delle divisioni viene diviso per il numero delle osservazioni, cosicchè il suo influsso nell'angolo misurato è tanto minore, quanto maggiore è il numero stesso delle osservazioni, in modo che si può dire, che dall'osservatore dipende l'attenuarlo fino a renderlo insensibile. Le divisioni praticate dall'artefice nel nostro circolo sono di una tale precisione, che i risultati ottenuti con l'angolo quadruplo son già esatti a segno tale che con le ulteriori osservazioni di nessuna, o quasi nessuna correzione si trovano abbisognare.

Gli angoli terrestri ottenuti con questo stromento abbisognano di una piccola correzione, che il più delle volte è insensibile, massime se la distanza degli oggetti D, Σ sia molto grande. Per ben concepire la natura di questa correzione, ed insieme valutarne la sua quantità, convien notare, che il canocchiale inferiore non è in modo impernato da girare nel centro stesso attorno a cui gira il canocchiale superiore, ma resta un poco da una parte dell'asse dello stromento, attorno a cui gira il canocchiale superiore.

Fig. 2. Posto ciò, consideriamo la figura 2., la quale rappresenta il piano del circolo posto nel piano dei due oggetti A, B, e ciò in modo, che il canocchiale superiore S fissato in zero corrisponda all'oggetto A, mentre l'inferiore corrisponde all'oggetto B.

Se il canocchiale inferiore fosse impernato in modo da girare intorno al centro C, in allora avrebbe la direzione ICB, e saressimo nel caso di sopra. Ma in vece egli passa per un punto laterale D, ed è intorno a quello girevole, e mentre tutta la macchina si ravvolge intorno al centro C, il punto D descrive intorno ad esso un circolo di raggio CD; il canocchiale inferiore nel caso nostro ha la direzione IDB. Girando ora tutto lo strumento intorno a C, e lasciando sopra di esso fermi i canocchiali, il canocchiale inferiore iDB prenda la direzione FA, ed il superiore la direzione $S'CS'$. Il moto angolare della macchina sarà $= DCF$, e per ricondurre il canocchiale superiore S' in B converrà farli percorrere un angolo $BCS' = BCA + DCF$. Ora si ha $DCF = ACF - ACD = AFC - BCD + BCA = 90 - A - 90 + B + BCA = BCA + B - A$.

Quindi l'angolo percorso dal canocchiale superiore $BCS' = 2\,BCA + B - A$ e perciò l'angolo cercato ... $BCA = \frac{BCS'}{2} + \frac{A - B}{2}$.

Sia ora a la distanza dell'oggetto A del centro dello stromento b, la distanza di B; e la quantità CD, che si misura con un compasso. la quale nel nostro è $= 1^p$, o $^1, 8$. Avremo a motivo della piccolezza di A, B,

$$A = \frac{e}{a}\ ;\ B = \frac{e}{b},$$ e quindi l'angolo cercato

$$BCA = \frac{BCS'}{2} + \frac{\frac{1}{2}e}{a} - \frac{\frac{1}{2}e}{b}.$$ Che se il numero delle osservazioni fosse $2n$, in allora essendo BCS' l'ultimo anco letto nel circolo, sarebbe..

$$BCA = \frac{BCS'}{2n} + \frac{e}{2a} - \frac{e}{2b}.$$

In generale si vede, ch'essendo a la distanza dell'oggetto, a cui si dirige il canocchiale superiore nella prima volta; b la distanza di quello, a cui si dirige il canocchiale inferiore, la correzione additiva da farsi all'angolo osservato con qualunque numero di ripetizioni siasi egli d'altronde ottenuto, sarà (esprimendola in secondi) $= \frac{e}{a\,\text{sen.}\,2''} - \frac{e}{b\,\text{sen.}\,2''}$:

Che se il punto D, sul quale è fissato il canocchiale inferiore, avesse una posizione inversa rapporto agli oggetti A, B, questa correzione cambierebbe di segno.

Tutta la difficoltà adunque nella misura dell'angolo, che fanno fra di loro due oggetti, è ridotta a disporre il circolo nel piano degli oggetti stessi. A ciò si perverrà sempre facilmente con un poco di pratica. Ma se si desiderasse una formola, col mezzo della quale a colpo d'occhio si veda qual posizione convenga dare al circolo per ridurlo nel piano dei due oggetti, eccone una semplicissima.

Avendo da principio orizzontato lo stromento, e resa verticale la colonna col mezzo delle viti del piede, si misurino le altezze dei 2. oggetti sopra l'orizzonte col metodo, di cui faremo fra poco parola, e nel tempo stesso si noti a qual divisione corrisponde l'indice nel piano orizzontale, quando il circolo verticale viene successivamente condotto nel verticale dei dati oggetti.

Fig. 3. Posto ciò, sia HO l'orizzonte, nel cui piano si trova il circoletto orizzontale dello stromento, CAB rappresenti il circolo massimo della stessa, che contiene il piano condotto per due oggetti A, B, e pel centro del circolo; le altezze loro sopra l'orizzonte siano $Aa = h$,

$Bb = h'$. Allorquando il circolo verticale trovasi nel piano Aa, corrisponda l'indice del circolo orizzontale alla divisione L, e quando trovasi nel piano Bb corrisponda alla divisione B, cosicchè sia $ab = B - L$. Pongasi inoltre $a\ C = z$, $ACa = i$, e quindi per la trigonometria sferica si avrà .... $\text{tang. } i = \frac{\text{tang.} h}{\text{sen.} z} = \frac{\text{tang. } h'}{\text{sen. } (z + B - L)}$
donde con facili riduzioni si otterrà

$$\text{tang. } \left(z + \frac{B-L}{2}\right) = \text{tang. } \frac{B-L}{2} \cdot \frac{\text{sen. } (h' + h)}{\text{sen. } (h' - h)}$$

Se ora si toglie dell'angolo ... $z + \frac{B-L}{2}$ calcolato con questa formula l'angolo $\frac{B-L}{2}$, si otterrà l'angolo ... $Z - L$, e condotto l'indice del circolo orizzontale nella divisione marcata da $Z - L$, sarà il circolo verticale condotto nel piano verticale, che passa per il punto C. Fissato avendo in questo punto l'indice orizzontale, s' inclini il circolo verticale, sintantochè incontra uno dei due oggetti per es. A, ed il piano del circolo conterrà allora eziandio il secondo oggetto B; fermata la macchina in questa posizione sarà essa disposta nel piano dei due oggetti.

Resta ora a vedere come si adoperi il circolo nella misura delle distanze degli oggetti dal Zenit.

Per ottenere le distanze dal Zenit, conviene prima di tutto condurre il circolo in un piano verticale, e rendere eziandio verticale col mezzo delle viti del piede la colonna, che regge lo stromento. A tale oggetto vi sono due livelli, il maggiore dei quali è annesso al canocchiale inferiore, l'altro è normale al piano dello stromento.

Avendo reso l'asse del primo livello orizzontale in due posizioni fra loro distanti di 180° col mezzo delle viti del piede, si pone il circolo in una direzione tale, che faccia colla prima angolo retto, e rendesi, mediante le viti del piede, il livello orizzontale. In tal guisa sarà la colonna verticale, e non resta che rendere verticale il piano del circolo, lo che tosto si ottiene movendolo leggermente, finchè l'asse del secondo livello soprannominato sia orizzontale. Così la colonna ed il circolo essendo verticali, la prima prolungata fino al cielo stellato marcherà in esso il Zenit, ed il secondo determinerà un verticale qualunque.

A riconoscere esattamente se il secondo livello sia al piano del circolo perpendicolare, adoperavano i meccanici Francesi avanti di Reichenbach un filo a piombo, mediante il quale rendevano prima il circolo perpendicolare all'orizzonte, e se in allora il livello minore denotava la posizione orizzontale, era esso al circolo perpendicolare; in caso diverso si movevano le viti in testa del medesimo, finchè la sua bolla fosse ridotta nel mezzo, ed in allora tutte le volte, ch' esso livello denoterà la posizione orizzontale sarà il circolo in un piano verticale. Il signor Reichenbach ha sostituito al filo a piombo un terzo livello lavorato internamente come gli altri due con le divisioni scolpite nella canna, che si applica all'asse orizzontale di rotazione sporgente in fuori in due piccole punte d'acciaio, una delle quali è nascosta dal canocchiale superiore; siccome l'asse di rotazione è per costruzione al piano del circolo esattamente perpendicolare, così facilissima riesce con questo mezzo la verificazione del secondo livello, la quale si deve di tempo in tempo ripetere per assicurarsi che non si è alterato.

Fig. 4 (*a*). Posto ciò, sia il circolo descritto col raggio C ridotto verticale, e si possa far girare intorno alla colonna verticale CZ, Z essendo il Zenit; vogliasi misurare la distanza dell'oggetto A dal Zenit. Ponete il canocchiale superiore S in zero, ed avendo situato il piano del circolo nel piano verticale ZCA, fate girare tutto il circolo intorno all'asse orizzontale, che passa per C, finchè l'oggetto A corrisponda all' intersecazione de' fili del canocchiale. L'angolo ZCA sarà allora la cercata distanza. Ma non essendovi mezzo di riconoscere a qual divisione corrisponda la colonna CZ nel lembo dello stromento, resterebbe esso angolo tuttavia incognito. Perciò fate fare al circolo (restando tuttavia il canocchiale fermo nella stessa divisione del lembo) una mezza *Fig.* 4 (*b*) rivoluzione, ed allora il canocchiale prenderà la direzione SCD; la colonna CZ in questo movimento continuerà sempre a corrispondere alla stessa divisione del lembo, essendo per ipotesi l'una e l'altro verticali; quindi l'angolo ZCD sarà uguale a ZCA. Fermato in questo piano il circolo, distaccate dalla divisione o il canocchiale, e riconducetelo sull'oggetto A; egli è chiaro, che nel lembo percorrerà un arco $=ACD$, ossia doppio di ZCA.

Leggendo adunque con precisione la divisione, in cui si sarà fermato, si otterrà dalla metà dell'arco osservato l'angolo cercato ZCA.

Considerando il punto, in cui si era fermato il canocchiale, come un nuovo zero, si vedrà facilmente, che ripetendo le stesse operazioni si otterrà la distanza quadrupla, sestupla, ottupla ec. In pratica non si legge d'ordinario che all'ultima operazione, e si divide l'arco percorso per il numero delle osservazioni. Così si avrà con tanta maggior precisione l'angolo *ZCA*, quanto maggiore sarà il numero delle osservazioni impiegate per determinarlo. Col nostro circolo basta prendere l'angolo ottuplo, o tutto al più decuplo per avere un' esattezza più che sufficiente, attesa la somma precisione delle divisioni (1).

Quando si tratta di oggetti terrestri, che non hanno alcun movimento particolare, non v'è avvertenza alcuna per ottenere le distanze loro apparenti degli oggetti dal Zenit. Ma per gli astri, i quali hanno un movimento loro proprio, in virtù del quale cangia da un istante all'altro l'angolo *ZCA*, bisogna di più tener conto del tempo in cui vien fatta ciascheduna osservazione per ridurle tutte ad un istante comune di tempo.

Se l'astro, di cui si osserva la distanza dal Zenit, è molto distante dal meridiano, si otterrà la sua distanza dal Zenit, notando il tempo, in cui ciascuna volta ponesi esso in contatto coll'asse ottico del canocchiale, e dividendo tanto l'arco percorso, quanto la somma dei notati tempi per il numero totale delle osservazioni. L'arco così trovato rappresenterà la distanza dell'astro al Zenit per l'instante medio dedotto dagli instanti osservati; per lo meno supponendo la differenza estrema dei tempi non molto grande, per es. di 10 minuti primi.

In fatti l'arco osservato rappresenta la somma delle successive distan-

(1) Per dare un' idea della precisione di queste divisioni, io qui esporrò la misura della distanza al Zenit dell'apice di una torretta situata sopra un palazzo detto dell'Obizzo, che trovasi nella direzione del meridiano.

Angolo 2.° =	180.° 7.′ 4,″ 0	— distanza semplice =	90.° 3.′ 32,″ 0
4.° =	0. 14. 10	. . . .	33, 3
6.° =	180. 21. 20	. . . .	33, 3
8.° =	0. 28. 20	. . . .	32, 5
10.° =	180. 35. 32	. . . .	33, 2

Non si è letto qui, che il solo primo nonio; nelle osservazioni astronomiche, che riferiremo qui sotto, si è sempre preso il medio fra i quattro nonj, che non differiscono giammai di più di 4″. Quando il primo nonio è in zero, il secondo segna 90.° + 4,″ il terzo 180° 0′. 0″, il quarto 270.° 0′. 0″.

ze dell'astro dal Zenit, le quali da un istante all'altro in grandi distanze dal meridiano variano presso a poco proporzionalmente al tempo, almeno per piccoli intervalli.

Allorquando l'astro è nelle vicinanze del meridiano, si riducono tutte le osservazioni all' instante del passaggio dell'astro per il meridiano.

Per vedere come far si debba tale riduzione, convien osservare, che l'arco totale osservato col metodo sopra descritto non è già un multiplo della distanza meridiana, ma bensì la somma di tutte le distanze dell'astro al Zenit nei tempi corrispondenti ai successivi suoi appulsi all'asse ottico del canocchiale. Siano a cagion d'esempio sei gli appulsi osservati corrispondenti ai tempi... t', t'', t''', t^{IV}, t^{V}, t^{VI}, e le distanze incognite dell'astro al Zenit siano rispettivamente z', z'', z''', z^{IV}, z^{V}, z^{VI}. L'arco totale osservato nel circolo sia A; la distanza cercata al Zenit sia $=Z$. Sarà . . . $A=z'+z''+z'''+z^{\text{IV}}+z^{\text{V}}+z^{\text{VI}}$. Ora la distanza dell'astro al Zenit nel meridiano essendo la minima fra tutte le distanze in vicinanza del meridiano, se indicheremo per T il tempo del passaggio dell'astro pel meridiano, e per r' la quantità, di cui si avvicina al Zenit nel tempo $T-t''$, e così di seguito avremo . . . .

$$
\begin{aligned}
z' &= Z+r' \\
z'' &= Z+r'' \\
z''' &= Z+r''' \\
z^{\text{IV}} &= Z+r^{\text{IV}} \\
z^{\text{V}} &= Z+r^{\text{V}} \\
z^{\text{VI}} &= Z+r^{\text{VI}}
\end{aligned}
$$

dalla somma delle quali otterremo ... $z'+z''+z'''\ldots.+z^{\text{VI}}=A=6Z+r'+r''+r'''+r^{\text{IV}}+r^{\text{V}}+r^{\text{VI}}$ e quindi avremo . . . $Z=\frac{A}{6}-\frac{r'+r''+r'''+r^{\text{IV}}+r^{\text{V}}+r^{\text{VI}}}{6}$, cioè si troverà la distanza cercata al Zenit sottraendo da A la somma delle correzioni r',r'' ec. e dividendo tutto per il numero totale delle osservazioni.

Noi abbiamo tacitamente supposto l'astro nel suo passaggio superiore; che se si trovasse nel passaggio inferiore, allora essendo la distanza meridiana la massima, converrebbe aggiungere ad A la somma delle correzioni, e dividere tutto per il numero delle osservazioni.

Resta ora a vedere come trovare si possano le quantità $r'r''r'''\ldots$, o almeno la loro somma.

Fig. 5. Sia a tale oggetto PZS il meridiano, Z il Zenit, P il polo, S l'astro nel meridiano, S' lo stesso in molta vicinanza al meridiano. Se rappresentiamo per t il tempo, in cui si trova in S', e per T il tempo del suo passaggio pel meridiano, sarà l'angolo orario ... $P = 15(T-t)$.

Posto adunque $ZP = 90 - L$, $PS = 90 - \delta$, $ZS' = Z + r$, avremo nel triangolo sferico ZPS' .... $\cos.(Z+r) = \cos.(L-\delta) - 2\cos.L.\cos.\delta.$ $\text{sen.}^2\frac{15(T-t)}{2}$, ed osservando, che $L - \delta = Z$, la precedente equivale alla seguente

$$\frac{\cos Z - \cos.(Z+r)}{\text{sen.}Z} = \frac{2.\cos L.\cos.\delta}{\text{sen.}Z}.\text{sen.}\frac{15.(T-t)}{2}\ldots(1)$$

dalla quale convien ricavare il valore di r.

Ora in generale essendo q un piccolo arco, si ha in virtù del notissimo teorema di Taylor

$$\cos.(p+q) = \cos.p - q\,\text{sen.}p - \frac{q^2}{1.2}\cos.p + \frac{q^3}{1.2.3}\,\text{sen.}p + \frac{q}{1.2.3.4}\cos.\ p\ldots$$

la quale, ponendo $u = \frac{\cos p - \cos.(p+q)}{\text{sen.}\,p}$, si cangia nella seguente

$$\ldots u = q + \frac{q^2}{1.2}\cot.p - \frac{q^3}{1.2\,3} - \frac{q^4}{1.2.3\,4}.\cot.\ p + \ldots.$$

Quindi col ritorno della serie si ottiene

$$q = u - \frac{u^2}{2}.\cot.p + \frac{1+3\cot.^2p}{2.\ 3}.\ u - \frac{9\cot p + 15\cot 3\ p}{2.3.4}.\ u^4\ldots$$

Per applicare questa formula al nostro caso, pongasi $p = Z, q = r$, $u = 2\ \frac{\cos L\cos\delta}{\text{sen}Z}\ .\ \text{sen}^2\ \frac{15(T-t)}{2}$, e non tenendo conto, che dei primi tre termini avremo...

$$r = \frac{2\cos L\cos\delta}{\text{sen}\ Z}.\text{sen}^2\frac{15(T-t)}{2} - \left(\frac{2\cos L\cos\delta}{\text{sen}\ Z}\right)^2\frac{\text{cost}\,Z}{2}.\ \text{sen.}4\ \frac{15(T-t)}{2}$$
$$+ \frac{1+3\cot^2 Z}{6}.\left(\frac{2\cos L\ \cos\delta}{\text{sen}\ Z}\right)^3.\ \text{sen.}^6\frac{(15\ T-t)}{2}\ldots.$$

Quando le osservazioni si facciano dentro i 10 minuti, che precedono, e seguono il passaggio della stella al meridiano, il primo termine di questa serie dà con sufficiente precisione il valore di r, e per 20' minuti avanti, e dopo bastano i primi due termini.

Per una medesima stella i coefficienti dei seni di $\frac{15(T-t)}{2}$...sono costanti.

Ponendo quindi... $A = \frac{\cos. L \cos \delta}{\text{sen}. Z}$, $B = A.^2 \cot Z$, la serie precedente diviene.. $r = 2 A. \text{sen}.^2 \frac{15(T-t)}{2} - 2 B. \text{sen}.^4 \frac{15(T-t)}{2}$. Quindi intendendo per Σ la somma di tutti i valori simili che comprende, relativi ad ogni osservazione, avremo la somma delle correzioni da applicarsi all'arco osservato espressa per

$$\Sigma. r = A. \ \Sigma. 2 \text{ sen.}^2 \frac{15(T-t)}{2} - B. \ \Sigma. \ 2 \text{ sen.}4 \frac{15(T-t)}{4}$$

A facilitare il calcolo di questa formula, il chiarissimo signor Barone di Zach nella sua opera intitolata : *L'attraction des montagnes, et ses effects sur le niveaux, en sur le fil a plomb des instrum. d'Artronomie. Avignon* 1814, ha dato una tavola molto comoda calcolata con somma cura, la quale per tutti gli angoli orarj di secondo in secondo fino ai 20 minuti dà il valore di 2 sen.$^2 \frac{15(T-t)}{2}$, 2 sen.$^4 \frac{15(T-t)}{2}$ espresso in secondi di arco, e quindi col mezzo di tale tavola sempre con molta speditezza si potrà calcolare il valore di Σr per ridurre al meridiano la distanza osservata.

Questa è la sola correzione, che convenga adoperare per le stelle fisse. Ma per i pianeti e per il sole, che hanno un moto proprio in declinazione nell'intervallo fra l'una e l'altra, conviene adoperare ancora un'altra correzione dipendente dal cambiamento in declinazione.

Egli è in fatti evidente, che se l'astro ha un moto proprio in declinazione, in virtù di cui in un minuto primo si avvicini al polo di m'' secondi in $T-t$ minuti si avvicinerà di $m''(T-t)$; quindi in virtù di questo moto la distanza meridiana Z diverrà più piccola di quella osservata al tempo t di $m''(T-t)$. Per lo contrario le distanze osservate dopo il passaggio dall'astro al meridiano saranno più piccole della distanza meridiana di m'' moltiplicato per l'angolo orario espresso in minuti primi. Adunque si troverà la cercata correzione moltiplicando la somma degli angoli orarj per m'', riguardando in questa somma come positivi gli angoli orarj posteriori al passaggio per il meridiano, e come negativi gli anteriori. Se adunque l'astro si avvicina al polo boreale, converrà aggiungere la trovata correzione all'arco totale A percorso dal canocchiale sul lembo, se la somma degli angoli orarj è positiva, sottrarla, se la somma è negativa, il contrario avendo luogo se l'astro si allontana dal polo boreale dell'equatore.

Egli è inutile d'avvertire, che per le osservazioni delle stelle il pendolo dev' essere regolato sul tempo sidereo, e per le osservazioni del sole sul tempo vero, affinchè $15(T-t)$ sia l'angolo orario espresso in secondi. Che se ciò non avesse esattamente luogo, dietro l'andamento conosciuto, converrebbe ridurre la differenza dei tempi $T-t$ in tempo sidereo, o in tempo vero secondo che si trattasse di osservazioni del sole o delle stelle.

Quando la stella è molto vicina all'orizzonte, e si aspira a tutta la precisione, conviene di più tener conto della variazione della refrazione, lo che si otterrà con bastante precisione, aggiungendo oltre tutte le precedenti correzioni la variazione della rifrazione presa nelle tavole per una quantità $= \Sigma r$ nella distanza Z dal Zenit.

Corretto avendo con tutte le avvertenze precedenti l'arco totale percorso A, si dividerà per il numero delle osservazioni, e si avrà la distanza apparente Z dal Zenit ridotta al meridiano, alla quale si applicherà la rifrazione, la paralasse ec.; ed in generale tutte quelle correzioni, che si sogliono applicare alle distanze meridiane osservate con gli altri stromenti d'Astronomia.

Ad oggetto di determinare la latitudine dell'Osservatorio, ho osservato la polare nel suo passaggio inferiore, e nel suo passaggio superiore, β dell'orsa minore nelle stesse circostanze, α dell'aquila, e finalmente vi ho unito eziandio alcune osservazioni di sole, e due di α orione.

Io ho sempre ridotto le distanze apparenti delle stelle al principio dell'anno, ed ho preso le declinazioni della polare, di β dell'orsa minore, dalla citata opera del sig. Barone di Zach; le quali due stelle si trovano ancora nel catalogo delle stelle circompolari del chiarissimo sig. Oriani, e le loro declinazioni non differiscono sensibilmente da quelle di Zach. Per le rifrazioni ho costantemente adoperato la Tavola del chiarissimo sig. Carlini, come pure ho preso i luoghi di sole dalle sue Tavole per la riduzione delle osservazioni solari. Finalmente io osservo, che nel prendere il medio di un sistema di osservazioni, ho moltiplicato il risultato di ciaschedun osservazione per il numero delle ripetizioni, colle quali fu ottenuto, ed ho diviso la somma dei prodotti per il numero totale delle ripetizioni.

Dietro queste avvertenze passiamo ad esporre i risultati delle osservazioni di ciascuna stella.

Passaggio inferiore della Polare

Epoca delle Osservazioni	Num. delle Osservaz.	Distanze app. ridotte al meridiano	Distanze medie ridotte al principio del 1815
1815 Magg. 27	14	46.° 16'. 52,"7	46.° 16. 37." 1
Giugno 3	16	53, 2	36, 9
5	22	56, 5	39, 7
7	24	57, 3	40, 3
11	20	57, 1	39, 9
12	20	57, 9	39, 7
14	10	58, 0	40, 5
1816 Giug. 3	12	46. 16. 38. 2	46. 16. 42, 0
4	20	37, 8	41, 5
9	20	37, 3	40, 7
11	16	38, 7	42, 1
	194	Medio preso come si è indic. =	46.°16.'40,"05
Declin. med. Polare o Gen. 1815 =			88. 19. 17, 36
		Somma . .	134. 35. 57, 41
		Latitudine .	45.°24.' 2, 59

Passaggio superiore della Polare

Epoca delle Osservazioni	Num. delle Osservaz.	Dist. osserv. ridotte al meridiano	Distanza media ridotta al 1815
1815 Nov. 16	6	42.° 55.' 37." 7	42.° 55.' 13." 8
29	10	44, 0	16, 5
30	20	43, 4	15, 5
Dec. 1	20	43, 7	15, 4
2	20	43, 8	15, 2
3	20	43. 3	14, 8
11	20	43, 6	13, 5
12	20	44, 7	14, 4
13	16	44, 0	13, 4
15	20	45, 2	14, 2
16	20	46, 1	15, 0
	192	Medio . . .	42. 55. 14,"70
		Declinaz. . . =	88. 19. 17, 36
		Latitudine =	45. 24.' 2, 66

Distanze nel passaggio superiore di β orsa minore

Epoche delle Osservazioni	Num. delle Osservaz.	Distanze app. ridotte al meridiano	Dist. ridotte al principio del 1815
1815 Giugn. 12	8	29.°30.'45,"5	29.°30.'33."6
14	18	50, 5	38, 5
16	20	49, 2	36, 8
20	20	48, 1	34, 8
1816 Giugn. 11	20	29. 30. 52, 7	39, 1
16	18	52, 9	39, 3
22	10	52, 6	39, 0
fra le nubi 30	14	56, 6	43, 0
	138	Medio di tutte	29. 30. 37,50
		Declinazione	74. 54. 40, 16
		Latitudine =	45. 24. 2,66

Distanze di β orsa minore nel suo passaggio inferiore . . . .

Epoche delle Osservazioni	Num. delle Osservaz.	Distanze app. ridotte al meridiano	Dist. ridotte al primo del 1816
1816 Gen. 5	12	59. 41. 43,"6	59. 41. 30,"9
8	20	43, 8	30, 4
9	20	46, 1	32, 5
17	10	49, 5	35, 2
31	20	51, 7	34, 2
	82	Medio	59. 41. 32, 4
		Declinaz. . .	74. 54. 25, 3
		Somma =	134. 35. 57, 7
		Latitudine =	45. 24. 2,"3

Che se piacesse escludere l'ultima osservazione come incerta, la latitudine risulterebbe = 55.° 24.' 3," 20.

Distanze di α dell'Aquila

	Num. delle Osserv.	Dist. appar. ridotta al meridiano	Distanza media ridotta al 1 gennaio 1815	
1815. Settembre 7	18	37°. 0'. 24,"4	37°. 0'. 37."7	lume mal situato
9	20	31, 8	45, 2	fra le nubi
14	12	27, 4	40, 0	
15	20	30, 8	43, 4	
22	12	33, 5	46, 4	vento forte
25	16	30, 9	43, 9	
27	12	28, 7	41, 8	
29	18	29, 1	42, 4	
Ottobre 4	14	26, 3	39, 5	molto scintillante
5	20	27, 8	41, 0	
6	20	30, 2	43, 4	
9	20	29, 9	43, 1	
17	18	30, 8	43, 6	
18	18	29, 9	42, 7	
19	10	29, 3	42, 1	
20	18	29, 8	42, 6	
31	16	32, 1	44, 7	) osservate senza
Novembre 2	18	32, 1	44' 6	) lume nel cre-
5	16	30, 6	42, 7	) puscolo
7	20	31, 4	43, 4	
1816 Settemb. 10	16	24, 0	42, 5	
11	20	24, 9	43, 5	
12	10	23, 0	41, 7	
15	16	25, 3	44, 3	
17	14	23, 4	42, 6	
	412	Medio	37°. 0'. 43,"05	
	Declinazione di Zach		8 .23 . 21, 45	
	Latitudine		45 .24 . 4, 50	

Tale risulterebbe la latitudine impiegando per α dell'Aquila la declinazione data dal sig. Zach (Attract. des Mont.e vol. II pag. 474).

Secondo l'ultima edizione del catalogo del celebre Piazzi la declinazione è minore della precedente di 2",15. Si troverà la latitudine come segue . . . Distanza media dal Zenit . = 37°. 0'. 43",05

Declinazione secondo Piazzi = 8 . 23 . 19 , 50

Latitudine . . = 45. 24 . 2",55

Di α d'Orione non si fecero, che le due seguenti osservazioni.

	Num. delle Osserv.	Distanza meridiana osservata	Distanza ridotta al 1816
1816. 15 Marzo	12	38°. 2'. 17", 4	38°. 2. 15",8
18 Marzo	20	38. 2. 19, 4	38. 2. 15,8
	32	Medio . .	38. 2. 15,0
		Declinazione di Piazzi	7. 21. 47, 2
			45. 24. 2", 2

Distanze del Sole al Zenit.

	Num. delle Osserv.	Dist. di ☉ ridotte al meridiano	Decl. di Sole colle Tavole di Carlini	Latitudine	
1815. Settembre 21	20	44°. 25'. 53", 5	+ 0. 58'. 7", 9	45. 24. 1", 4	
23	12	45. 12. 37, 6	+ 0. 11. 21, 9	23. 59, 5	☉ fra le nubi
24	20	45. 36. 6, 1	− 0. 12. 2, 7	24. 3, 4	
25	6	45. 59. 29, 3	0. 35. 27, 8	1, 5	☉ fra le nubi
29	18	47. 33. 15, 7	2. 9. 10, 4	5, 3	
Ottobre 5	14	49. 53. 9, 5	4. 39. 6, 6	2, 9	
7	12	50. 39. 26, 5	5. 15. 23, 2	2, 3	
8	18	51. 2. 25, 9	5. 38. 25, 5	0, 4	
10	20	51. 48. 18, 5	6. 24. 16, 8	1, 7	
1816. Settembre 8	16	39. 43. 32, 5	+ 5. 40. 39, 3	1, 8	
11	12	40. 51. 47, 9	4. 32. 16, 5	4, 4	
14	12	42. 0. 40, 1	3. 23. 20, 4	0, 5	
16	16	42. 46. 59, 0	2. 37. 3, 0	2, 0	
17	16	43. 10. 15, 1	2. 13. 49, 2	4, 3	
Medio	212			45. 24. 2",32	

Osservazioni del Sole nelle vicinanze del Solstizio Jemale 1815.

	Num. di Osserv.	Distanze di ☼ ridotte al meridiano	Riduzione al Solstizio	Pat. di ☼	Dist. solstiziale
1815 Dicembre 12	20	68. 27. 28″, 7	+ 24′. 22″, 0	+′0″, 4	68°. 51′. 51″.1
13	20	68. 31. 56, 4	19. 50, 3	+ 0, 3	47, 0
14	20	68. 36. 1, 5	15. 46, 4	+ 0, 1	48, 0
15	20	68. 39. 35, 7	12. 9, 9	— 0, 0	45, 6
16	20	68. 42. 45, 9	9. 1, 4	— 0, 1	47, 2
1816 Gennaio 5	20	68. 7. 5, 4	44. 44, 4	— 0, 3	49, 5
6	20	68. 0. 21, 4	51. 23, 6	— 0, 3	44, 7
8	20	67. 45. 46, 4	66. 2, 0	— 0, 2	48, 2
	160		Dist. solst. apparente . .		68. 51. 47″,7
			Nut. lunisolare con segno contrario		— 0, 5
					=68 51 47, 2

Adottando l'obbliquità Jemale, come risulta dalle osservazioni del celebre Oriani (Effer. di Milano 1816 pag. 85) avremo l'obliquità media Jemale pel principio del 1816 = 23°. 27′. 46″,1. Quindi la latitudine sarà = 45°. 24′. 1″, 1(1).

Riuniamo ora sotto un sol punto i risultamenti superiormente ottenuti per la latitudine, e troveremo.

Latitudine dedotta	da 194 osservaz. della Pol. passag. infer. . . . . =	45°. 24′. 2″. 59
	da 192 osservaz. della Pol. nel passag. super. =	2 ,66
	da 138 β Ors. min. nel passag. superiore . . =	2 ,66
	da 82 β Ors. min. nel passag. inferiore . . =	2 ,30
	da 412 osservaz. di α Aquila . . . . =	2 ,55
	da 32 osservaz. di α Orione . . . . =	2 ,20
	da 212 osserv. di ☼ verso l'Equin. Autun. . . =	2 ,32
	da 160 osserv. di ☼ verso il solst. d' inv. 1815 =	1 ,10
Num. tot. dell' oss. 1422	Medio combinato come sop. ec. =	45. 24. 2″, 50

(1) Non dobbiamo sorprenderci, che la latitudine con le osservazioni del Sole ci risulti un poco minore, che con le osservazioni delle stelle. Ad altri insigni osservatori è accaduto la stessa cosa; che anzi hanno essi trovato delle differenze ancora maggiori. La latitudine sarebbe a noi risultata un poco minore di quella che abbiamo assunto, se avessimo adottata l' obliquità media fra la jemale e l'estiva.

Si può adunque stabilire la latitudiue dell'Osservatorio di Padova = 45°. 24'. 2'', 5, risultato che combina con le osservazioni del signor Zach citate in principio, e con le mie propric osservazioni inserite nel vol. XVI della Società Italiana dentro pochi decimi di secondo, e delle quali qui annetto la finale tabella per comodo di coloro, che non avessero fra le mani quel mio primo scritto.

I	45°.	23'.	56'',
II	45.	24,	5 7
III	45.	24.	4, 6
IV	45.	73.	56, 0
V	45.	24.	7, 2
VI	45.	24.	5, 2
VII	45.	24.	3, 1
VIII	45.	24.	3, 2
IX	45.	24.	4, 5
X	45.	23.	59, 4
XI	45.	23.	59. 0
XII	45.	24.	4, 1
XIII	45.	24.	4, 4
XIV	45.	24.	3, 0
XV	45.	23.	58, 5
XVI	45.	24.	0, 7
Medio di tutte . . . . =	45.	24.	2'', 16

SOPRA LA PRESSIONE DELL'ACQUA CORRENTE PER LUNGHI TUBI

MEMORIA

DELL'ABATE GIUSEPPE AVANZINI

LETTA NELLA SESSIONE DEI XXVII APRILE MDCCCXV

§ I. Per determinare la pressione dell'acqua corrente per lunghi tubi, un riputato Idraulico ha, non è molto, proposto un metodo, dal quale per la misura di quella pressione si ottengono delle formole assai discordi dalle ricevute fino ad ora da tutti i Fisico-matematici, e adoperate nella risoluzione dei più rilevanti problemi di teorica e di pratica Idraulica.

A risolvere i dubbj, che per tale differenza potrebbero muoversi intorno alla verità ed all'esattezza delle vecchie formole, e perciò anche dei risultati delle loro applicazioni, ho creduto necessario l'esaminare 1.° se il nuovo metodo contenga per avventura qualche intrinseca imperfezione non avvertita dal chi. Autore. 2.° Se a questa imperfezione, più tosto che a difetto delle ordinarie formole, attribuire si debba la loro discrepanza dalle nuovamente proposte.

Tanto più volentieri ho intrapreso questo esame, quanto che esso mi porge nuova occasione di mostrare l' utilità e l'importanza di alcune dottrine idrauliche messe in altri miei scritti, per quanto io credo, fuori d'ogni controversia o cavillo.

PARTE PRIMA

ESAME DELLA PRIMA QUESTIONE

ARTICOLO I.

Esposizione del nuovo metodo.

§ 2. *AHDB* (Fig. 1.) rappresenti un gran vaso mantenuto costantemente pieno d'acqua, e *ddee* sia una lunga e sottil canna cilindrica e orizzontale congiunta ad un corto tubo conico *DDdd*, che ne secondi la vena. Il metodo proposto dal sopra lodato Idraulico risguarda la pressione dell'acqua sopra un dato punto qualunque *Z* della parete della canna, così nel caso del moto uniforme, che del moto accelerato dell'acqua; e della canna o tutta aperta nella bocca *ee*, o in parte chiusa da un orlo, o telajo *oeeo*; ed è il seguente.

» Si trovi, dic' egli (1), la velocità, che ha l'acqua nell'istante, nel »quale si vuol conoscere la pressione. Se il moto dell'acqua nel con»dotto si è già fatto uniforme, la velocità in qualunque momento è la »stessa, e se il moto non è per anco giunto all'uniformità, la velocità »è variabile da un momento all'altro.

»Sia u questa velocità, la quale sarà una funzione della lunghezza del »condotto, e di altre quantità spettanti ad esso ed alla vasca, indichia»mola con $\phi(l)$, intendendo per $\phi(l)$ una funzione della lunghezza l del »condotto.

»Sia ora l' la distanza della sezione *ZZ* (*Fig.* 1) dalla bocca *ee*, e se »il condotto avesse soltanto la lunghezza *dZ*, cioe $(l-l')$, stando tutte le »altre cose eguali, e rappresentando per U la velocità, che l' acqua »nello stesso istante avrebbe in sì fatto condotto accorciato, sarebbe »$U=\phi(l-l')$, e nella sezione *ZZ*, la quale diverrebbe la stessa bocca »del condotto, non vi sarebbe pressione alcuna; dunque l'aggiunta della »porzione di colonna fluida *ZZee* è cagione che la velocità, la quale sen»za di essa sarebbe U, si riduca mercè di lei ad essere u; dunque in

(1) Trattato dell'Ariete Idraulico, edizione seconda, § 210.

»questa sezione ZZ l'acqua della colonna $ddZZ$ è così contrastata dall'ac»qua della precedente $ZZee$, che nel conflitto si perde la velocità $U-u$; »dunque queste due colonne di acqua si premono per modo, che nella »sezione ZZ segue la perdita di $U-u$ della velocità; dunque questa pres»sione è quella, la quale farebbe zampillare l'acqua con una velocità »$U-u$, se in un punto Z di questa sezione si facesse un foro piccolis»simo, o, come suol dirsi, infinitesimo; sarà per tanto questa pressione »eguale al peso di una colonna d'acqua la quale abbia per altezza quel»la dovuta alla velocità $U-u$, e per base quel piccolo foro o punto, »del quale si esamina la pressione.

»Sia dunque C la velocità, con la quale l'acqua sgorgherebbe dalla »vasca se il condotto non ci fosse: supponiamo, che l'altezza dell'acqua »nella vasca sia A, che D' sia il raggio medio del condotto, che la boc»ca sia interamente aperta e libera; e che l sia la lunghezza del con»dotto: l'equazione, che ci darà in questo caso (§ 204) la velocità del »moto uniforme sarà

$$\frac{(C-u)^2}{u} = \frac{0,0020726\sqrt[3]{A}}{D'} \cdot l$$

ovvero $\left(\text{facendo } n = \frac{0,0020726\sqrt[3]{A}}{D'}\right)$

$$(f)\ldots \quad \frac{(C-u)^2}{u} = n\,l$$

»e la velocità nell'ipotesi che la lunghezza del condotto sia soltanto $(l-l')$ sarà

$$(g)\ldots \quad \frac{(C-U)^2}{U} = n\,(l-l');$$

»i valori di u, ed U ricavati da queste due equazioni ci daranno la ve»locità perduta $U-u$, e perciò l'altezza, la quale misurerà la pressione »in un punto della sezione ZZ sarà quella dovuta alla velocità $U-u$, sa»rà cioè $\frac{\theta^2}{4h}(U-u)^2 = \frac{\overline{U-u}^{\,2}}{4.\ 4.\ 9040}$ (1)

(1) Chiamata h un'altezza conosciuta descritta da un corpo liberamente cadente e θ un tempo parimente conosciuto impiegato a descriverla, A' l'altezza dovuta alla velocità $U-u$, si avrà $A' = \frac{\theta^2}{4h}(U-u)^2$, e prendendo 1″ per unità de' tempi, siccome un grave liberamente cadente percorre $4{,}9044^{\text{metri}}$ in 1″, così $\frac{\theta^2}{4h}$ sarà $= \frac{1}{4,\ 4,\ 9040}$

»Se la bocca del condotto, dalla quale si versa l'acqua, fosse ristretta, »l'equazioni da cui si hanno da cavare i valori di u, di U sarebbero »state quelle (§ 204).

$$(h)\ldots\quad \frac{C-u)^2}{u} = nl + \frac{pa'\sqrt{A}}{\dot{e}^2}\ ;\ \frac{(C-U)^2}{U} = n\,(l-l')$$

»Se poi vorremo la pressione su di un punto del condotto, quando »il moto non è giunto all'uniformità, faremo così:

»Essendo data la velocità che aver debbe l'acqua nell'istante, nel qua- »le esaminar si vuole la pressione, per mezzo di questa data velocità »colla formola (5) troveremo il tempo necessario per acquistarla; poi con »questo tempo per mezzo della formola (3) nella quale entro le quan- »tità a, b, c por si debbe $(l-l')$ invece di l, si troverà la velocità, che, »alla fine del detto tempo, ha l'acqua per entro del condotto, conosciu- »ta la differenza tra quest'ultima velocità e la data, si troverà allora la »pressione come è detto di sopra» (1). Fin qui l'Autore del nuovo metodo.

(1) Per le cose da dirsi in seguito mi convien avvertire

1. Che la formola (3) sopra citata esprime la velocità, che l'acqua della canna senza l'orlo *oeeo* acquista nel tempo t computato dall'istante, in cui si è aperta la bocca *ee*, e la formola (5) esprime il tempo in cui l'acqua della canna senza orlo ha acquistato la porzione $\frac{p}{q}$ della velocità massima.

2. Che chiamate h, θ come nella nota precedente, e

V l'altezza dovuta alla velocità C

v l'altezza dovuta alla velocità u dell'acqua della canna e, supposto per brevità

$$\frac{4\sqrt{h}}{\theta l}V = a;\ -\left(\frac{8\sqrt{h}}{\theta l}\sqrt{V} + 2n\right) = b$$

$$\frac{4\sqrt{h}}{\theta l} = c\ ;\ \frac{b^2-4ac}{4c^2} = \alpha^2;$$ e un numero il cui logaritmo iperbolico sia l'unità, la formola (3) è

$$\sqrt{v} = \frac{2a\,(e^{c\alpha t}-1)}{b+2c\alpha-(b-2c\alpha)\,e^{c\alpha t}}$$

e la formola (5) è

$$t = \frac{1}{c\alpha}\operatorname{Log}\left(\frac{1-2p}{q-p}\left(\frac{2e\alpha}{b-2c\alpha}\right)\right);$$

veggansi i §§ 122, 125 del citato Trattato.

ARTICOLO II

Se il nuovo metodo contenga imperfezioni.

§. 3. Osservo primieramente, non essere altrimente vero, che la pressione in zz (*Fig.* 1.) se non ci fosse il resto $zzee$ della canna, sia, come si dice (§ precedente) eguale a zero.

Dimostrazione.

Senza il resto $zzee$ della canna l'acqua sgorgherebbe da zz formando il getto $zyyz$ (*Fig.* 2). $zzzz$ rappresenti un sottilissimo straticello, o falda di questo getto contigua alla bocca zz, è indubitato che l'esterna superficie Zz di questa falda sarà tutt' all' intorno premuta dall'aria atmosferica, la quale pressione comunicandosi, per la nota proprietà dei fluidi, tutta intera ad ogni molecola giacente nelle due facce opposte zz, zz della falda medesima, rendesi manifesto, che ogni molecola dell'acqua $ddzz$ sarà dalla pressione dell'aria atmosferica spinta in zz all'indentro, cioè contro il moto dell'acqua. Ora egli è pur certo, che questa pressione dovrà essere contrabbilanciata da un'altra eguale ed opposta, altrimente l'acqua $ddzz$, in luogo di sgorgare da zz, retrocederebbe, oppure l'acqua della falda schizzerebbe da zz, zz, secondo che la forza o pressione dell'acqua $ddzz$ in zz fosse minore o maggiore della pressione atmosferica sopra zz, il che è contro quello che si osserva. Egli è dunque evidentemente certo, che senza la porzione $zzee$ (*Fig.* 1) della canna la pressione, che l' acqua dell' altra porzione $ddzz$ farebbe sopra un punto qualunque di zz non sarebbe già eguale a zero, ma sibbene eguale alla pressione atmosferica, ossia eguale a gH, chiamata H l'altezza di una colonna d'acqua, il di cui peso gH fosse eguale alla detta pressione.

§ 4. Osservo in secondo luogo non essere neppur vero, che la pressione in z nasca, come si dice (§ 2), della perdita della velocità $U-u$, che fa l'acqua $ddzz$ per l'incontro dell'acqua $zzee$; 1. perchè a tal uopo sarebbe, siccome è manifesto, essenzialmente necessario che $U-u$ fosse la velocità che perde $ddzz$ nell' istante in cui vuolsi conoscere la pressione, cioè quando essa acqua $ddzz$ si muove congiuntamente all'acqua $zzee$ con la velocità u. 2. perchè la velocità che l'acqua $ddzz$ perde in questo istante è ben diversa della velocità $U-u$, come si raccoglierà, io credo, evidentemente, quanto al caso del moto uniforme, dalle seguenti osservazioni.

1. Se non ci fosse la canna *ddee* l'acqua del vaso *HB* sgorgherebbe, siccome è dimostrato in Idraulica, da *dd* con la velocità *C* dovuta all'altezza viva *CB* dell'acqua del detto vaso sopra il centro della luce *dd*.

2. Essendovi la canna piena d'acqua corrente con velocità *u*, l'acqua del vaso, formando un solo corpo continuo con l'acqua della canna, sgorgherà da *dd* con la stessa velocità *u*.

3. La velocità *u*, dovendo esser minore, a motivo dell'attrito, della velocità *C*, sarà dovuta ad un'altezza, per esempio *Cf*, minore dell'altezza *CB*, alla quale è dovuta la velocità *C*.

4. Condotta la linea, o piano orizzontale *ff*, se fosse tolta la porzione d'acqua *AffB*, ed anche la canna *ddee*, la velocità, con la quale l'acqua del vaso *HffD* sgorgherebbe da *dd*, sarebbe *u*, poichè sarebbe (osserv. 1) dovuta all'altezza viva *Cf* dell'acqua del vaso *HffD*.

5. Sgorgando l'acqua del vaso *HABD* con velocità *u*, quando c'è l'acqua *AffB* e la canna *ddee*, lo sforzo o pressione, per esempio Π, che il peso dell'acqua *AffB* dovrebbe pur fare in *dd* contro l'acqua *ddee*, sarà tutto equilibrato, o impiegato a vincere l'attrito dell'acqua medesima *ddee*; imperciocchè se una parte di quella pressione s'impiegasse a spingere l'acqua della canna, quest'acqua si muoverebbe con velocità maggiore di *u*, che è contro la ipotesi.

6. Se fosse, tutto ad un tratto, tolta via la canna *ddee*, siccome allora non vi sarebbe più attrito da vincere, tutta la pressione Π s'impiegherebbe in quello istante a spinger l'acqua fuori da *dd*.

7. Se in luogo di tutta la canna *ddee* ne fosse tolta via la sola porzione *zzee*, a motivo dell'attrito che rimarrebbe nella porzione d'acqua *ddzz*, la forza che s'impiegherebbe a spinger l'acqua *ddzz*, sarebbe eguale a Π meno la porzione, per esempio π, che di quella pressione Π s'impiegherebbe a vincere l'attrito di *ddzz*.

8. Chiamata δ la densità dell'acqua, *g* la gravità assoluta di una molecola, *a* l'area della sezione *dd*, la pressione Π, che (osservaz. 5) l'acqua *AffB* impiegherebbe a vincere l'attrito di tutta l'acqua della canna, sarebbe eguale ad $a\delta g.fB$, ossia eguale ad $a\delta g(CB - Cf)$ (essen-

sendo $fB = CB - Cf$, ossia eguale ad $a\delta g\ \left(\frac{C^2}{2g} - \frac{u^2}{2g}\right)$, $\Bigg($essendo $CB = \frac{C^2}{2g}$, $Cf = \frac{u^2}{2g}$, (osservaz. 1. e 3.) $\Bigg)$

9. Chiamato gR l'attrito di una molecola dell'acqua $ddZZ$ moventesi con velocità u, e, come al § 2, ($l - l'$) la lunghezza dZ della porzione $ddZZ$ della canna, sarà $a^{\delta}gR(l - l')$ l'attrito di tutta l'acqua $ddZZ$, al quale dovendo essere eguale la forza o pressione che lo equilibra (osservaz. 7) sarà π, cioè (osservaz. 7) la porzione, che della pressione Π s'impiegherà a vincer l'attrito di $ddZZ$, eguale ad $a\delta gR\ (l - l')$.

10. Per conseguenza $\Pi - \pi$, cioè la forza con la quale l'acqua $ddZZ$ sarebbe (osservaz. 7) spinta fuori da ZZ nell'istante in cui fosse levata via la $ZZee$, sarebbe eguale ad $a\delta \left(\frac{C^2}{2} - \frac{u^2}{2} - gR(l - l')\right)$

11. Nell'istante suddetto l'acqua $ddZZ$ sgorgherebbe con la velocità u, più con la velocità che nell'istante stesso, il quale chiameremo dt, produrrebbe la forza $a\delta\left(\frac{C^2}{2} - \frac{u^2}{2} - gR\ (l - l'\right)$; la quale velocità, siccome è noto dalla meccanica, sarebbe $a\delta\ \left(\frac{C^2}{2} - \frac{u^2}{2} - gR(l - l')\right)\ d\ t$.

12. Finalmente essendo $u + a\delta\ \left(\frac{C^2}{2} - \frac{u^2}{2} - gR(l - l')\right)dt$, (oss. 11) la velocità che avrebbe l'acqua $ddZZ$, se non ci fosse $ZZee$, ed u la velocità che ha la stess'acqua $ddZZ$ essendovi $ZZee$, per cagione della $ZZee$, l'acqua $ddZZ$ perderà ad ogni istante del tempo, nel quale essa corre, congiuntamente all'acqua $ZZee$, la velocità $a\delta\ \left(\frac{C^2}{2} - \frac{u^2}{2} - gR\ (l - l')\right)dt$, e non già, com'io diceva, la $U - u$.

Quanto al caso del moto accelerato, dalle esposte osservazioni si comprenderà facilmente, che in tal caso la forza, dalla quale l'acqua $ddZZ$ sarebbe spinta fuori da ZZ nell'istante, in cui fosse tutto ad un tratto tolta via la porzione $ZZee$ della canna, non sarebbe più, come nel caso del moto uniforme, eguale (oss. 7) a $\Pi - \pi$, ossia (oss. 10) eguale ad $a\delta\ \left(\frac{C^2}{2} - \frac{u^2}{2} - g\ R\ (\ l - l'\ )\right)$, ma sibbene eguale ad $a\delta\left(\frac{C^2}{2} - \frac{u^2}{2} - gR(l - l')\right)$ meno la porzione del peso $a\,\delta\,g.\ fB$, (oss. 8), che s'impiegherà ad aumentare, nel tempetto dt, di du la velocità u dell'acqua $ddZZ$. Ora questa porzione di peso dovendo essere eguale alla forza, $a\delta\,(l - l')\frac{du}{dt}$ necessaria, siccome è noto dalla meccanica, a produrre nella massa acquea $a\delta(l-l')$, ossia $ddZZ$, il suddetto aumento du, sarà $a\delta\left(\frac{C^2}{2} - \frac{u^2}{2} - gR(l-l') - \frac{du}{dt}(l-l')\right)$ la forza, della quale l'acqua $ddZZ$ sarebbe spinta nell'istante in cui fosse tolta la porzione $ZZee$ della canna. Perciò $a\delta\left(\frac{C^2}{2} - \frac{u^2}{2} - gR(l-l') - \frac{du}{dt}(l-l')\right)dt$ sarà la velocità che per quella forza acquisterebbe l'acqua medesima $ddZZ$ nel detto istante.

Dal che, e dalle osservazioni 11 e 12 si rende chiaro, che nell'istante, nel quale l'acqua di tutta la canna ha la velocità variabile u, per cagione dell'acqua $ZZee$, l'acqua $ddZZ$ perde la velocità $a\delta\left(\frac{C^2}{2} - \frac{u^2}{2} - gR(l-l') - \frac{du}{dt}(l-l'\right)dt$, e non già $U-u$, intendendo (§ 2) per U la velocità che l'acqua $ddZZ$ avrebbe acquistato, se non vi fosse la $ZZee$, nel tempo che tutta l'acqua della canna ha acquistato la u.

§ 5. Finalmente io dico, non esser giuste nemmeno le equazioni (f), (g), (h), nè le formule (3), (5), dalle quali l'Autore del nuovo metodo suggerisce di cavare i valori di U, e di u, affinchè sostituiti nell'equazione generale $\frac{1}{2}(U-u)^2$ da lui proposta della pressione in Z, porgano la misura delle pressioni nei casi particolari.

Per comprenderne con precisione e facilità la ragione, convien che si vegga il ragionamento dal quale sono dedotte.

Il soprallodato Autore pone per bastantemente da lui provato:

1. Che chiamata δ la densità dell'acqua, e^2 l'area di dd, la forza motrice dell'acqua della canna sia eguale a $\delta e^2(C-u)^2$;

2. Che ritenendo n il significato del § 2, la resistenza opposta al moto dell'acqua dall'attrito di una molecola moventesi con velocità u, sia eguale ad nu;

3. Che fatta eguale ad A l'altezza della superficie acquea AB (*Fig.* 1) sopra il centro della luce dd, ω' l'area dell'orlo $oeeo$, di cui fosse

armata la bocca *ee* della canna, e'^2 l'area *oo* della porzione aperta, l la lunghezza *de* di tutta la canna; $p = 3,825$, ossia $2,865$ secondo che a' fosse maggiore, o minore di $è^2$, ed assumendo il metro per unità di misura, la resistenza opposta dall'orlo *oeeo* ad una molecola dell'acqua della canna dotata della velocità u, sia eguale a $\frac{p\,a'\sqrt{A}}{è^2 l} \cdot u$. Dal che seguendo di legittima e necessaria conseguenza, che la forza acceleratrice dell'acqua della canna sarebbe, pel caso della bocca *ee* tutta aperta

(l).. $\overline{C-U}^2 - n\,U(l-l')$ supposta U la velocità dell'acqua, $l-l$ la lunghezza della canna

(m).. $\overline{C-u}^2 - n\,u\,l$ supposta u la velocità dell'acqua, ed l la lunghezza della canna

e nel caso della bocca *ee* in parte chiusa

(n).. $\overline{C-u}^2 - n\,l\,u - \frac{p\,a'\sqrt{A}}{è^2 l} \cdot u$ supposta u la velocità dell'acqua, ed l la lunghezza della canna

Egli conchiude

1. Che nel caso del moto equabile, dovendo essere la forza acceleratrice eguale a zero, si avranno per le leggi di questo moto, pei tre suddetti casi le equazioni

$$(f)\ldots \quad \frac{\overline{C-U}^2}{U} = n\,(l-l')$$

$$(g)\ldots \quad \frac{\overline{C-u}^2}{u} = n\,l$$

$$(h)\ldots \quad \frac{\overline{C-u}^2}{u} = n\,l + \frac{p\,a'\sqrt{A}}{è^2}$$

2. Che nel caso del moto accelerato, la forza acceleratrice dovendo essere eguale all'aumento della velocità diviso pel tempetto nel quale si acquista, il rapporto tra gli elementi di questo moto, quando sia l la lunghezza della canna e la bocca *ee* tutta aperta, sarà espresso dall'equazione $\frac{du}{dt} = \overline{C-u}^2 - n\,u\,l$, ossia

$(k)\ldots \quad \frac{du}{dt} = (a + b\sqrt{v} + cv)\sqrt{v}$

(assumendo, come nella nota 2. del § 2, $\frac{2\sqrt{h}}{\theta} \cdot \sqrt{V}$, $\frac{2\sqrt{h}}{\theta} \cdot \sqrt{v}$ in luogo di C, e di u, $\frac{\sqrt{h}}{\theta} \cdot \frac{du}{dv}$ in luogo di du, e facendo

$\frac{4\sqrt{h}}{\theta l} V = a$; $b = -\frac{8\sqrt{h}}{\theta l}\sqrt{V} - 2n$; $c = \frac{4\sqrt{h}}{\theta l}$

3. Che, nel caso del moto dell'acqua giunto al suo *maximum*, dovendo essere $dv = o$, si avrà (ponendo per brevità $\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4c^2}} = \alpha$)

$(Q)\ldots \quad \sqrt{v} = \frac{-b - 2\alpha c}{2c}$ per l'espressione della velocità massima.

4. Che integrando l'equazione (k) con la condizione che $t = o$ dia $v = o$, ed assumendo e pel numero, il cui logaritmo iperbolico è l'unità, si avrà pel valore della velocità acquistata dall'acqua nel tempo t computato dall'istante in cui si è aperta la bocca $e\,e$,,

$\sqrt{v} = \frac{2a(e^{c\alpha t} - 1)}{b + 2c\alpha - (b - 2c\alpha)e^{c\alpha t}}$, la quale è appunto la formola (3) citata nel § 2 ; e

$t = \frac{1}{c\alpha} \text{Log} \frac{(2c\sqrt{v} + b - 2c\alpha)(b + 2c\alpha)}{(2c\sqrt{v} + b + 2c\alpha)(b - 2c\alpha)}$ pel valore del tempo speso dall'acqua della canna ad acquistare la velocità dovuta all'altezza v.

5. Finalmente, che, sostituito in questa espressione del tempo, in in luogo di $\sqrt{v}$, la porzione $\frac{p}{q}$ del valore di $\sqrt{v}$ espresso dalla formola (Q), si otterrà

$t = \frac{1}{c\alpha} \text{Log}\left(1 - \frac{2p}{q-p} \cdot \frac{2c\alpha}{b - 2c\alpha}\right)$ pel valore del tempo impiegato dall'acqua ad acquistare la porzione $\frac{p}{q}$ della velocità massima, la quale espressione è quella della formula (5) citata nel § 2. (1)

§ 6. Ora io osservo non essere altrimente vero, che la forza motrice dell'acqua della canna, nè la ritardatrice dell'attrito e dell'orlo sieno,

(1) Veggansi i §§ 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 138, 188, 198, 202, 203, 204 del citato Trattato ec.

siccome assume (§ precedente) l'Autore del nuovo metodo, $e\delta\,(C-u)^2$, $n\,u$, $\frac{pa\,\sqrt{A}}{e^2\,l}.u$.

Nei miei opuscoli, pubblicati in quest'anno, sopra la Teorica Geometrica dell'ariete Idraulico (2), credo di aver messo fuori d'ogni dubbio quanto io aveva già bastantemente provato in altri miei scritti: cioè

1. Che le prove, alle quali il sopra lodato autore appoggia le tre suddette espressioni, sono inconcludenti e fallaci.

2. Che la vera, ed esatta espressione della forza motrice dell'acqua della canna è $e^2\delta\left(\frac{C^2-u^2}{2}\right)$.

3. Che, ritenendo $\grave{e}^2$, α' i significati del paragrafo precedente, cioè, facendo l'area della porzione aperta dalla bocca eguale ad $\grave{e}^2$, α' l'area della porzione chiusa, l'esatta espressione della forza ritardatrice dell'orlo è $\frac{\grave{e}^4-(\grave{e}^2-\alpha')^2}{(\grave{e}^2-\alpha^2)l}\cdot\frac{u^2}{2}$, ossia $\frac{T}{l}\,\frac{u^2}{2}$ ponendo per brevità $\frac{\grave{e}^4-(\grave{e}^2-\alpha')^2}{(\grave{e}^2-\alpha')}=T$.

4. Che la resistenza d'attrito è con molto più solido fondamento, e con maggiore esattezza, espressa dalla formola del sig. Prony modificata e corretta nei coefficienti indeterminati dal sig. Prof. Venturoli; la quale è Mu^2+Nu, supposto $M=\frac{3}{4}\left(\frac{0,\,00086}{D',^{274}}\right)$; $N=\frac{3}{4}\left(\frac{0,\,008}{D^{0,5}}\right)$, ed assumendo per unità di misura il metro.

Dalle quali espressioni seguendo per necessaria e giusta conseguenza che le vere, ed esatte espressioni delle forze acceleratrici saranno già, pei tre casi sopra enunziati, le (l), (m), (n) del § 5, ma sibbene le

$$(l')\ldots\quad \frac{C^2-U^2}{2}-(Mu^2+Nu)(l-l')$$

$$(m')\ldots\quad \frac{C^2-u^2}{2}-(Mu^2+Nu)l$$

$$(n')\ldots\quad \frac{C^2-u^2}{2}-(Mu^2+Nu)\,l-T.\frac{u^2}{2},$$

sarà agevole a conoscere

1. Che le vere ed esatte equazioni del moto equabile saranno, pei tre casi suddetti le

(1) Tipografia del Seminario di Padova 1815.

$(f')\ldots\quad \frac{C^2-U^2}{2}=(MU^2+NU)(l-l')$

$(g')\ldots\quad \frac{C^2-u^2}{2}=(Mu^2+Nu)\,l$

$(h')\ldots\quad \frac{C^2-u^2}{2}=(Mu^2+Nu)\,l+T\,\frac{u^2}{2}$, e non già le (f), (g), (h), (§ 5)

2. Che la vera ed esatta equazione tra gli elementi del moto accelerato sarà $\frac{du}{dt}=\frac{C^2-u^2}{2}-(Mu^2+Nu)\,l$, ossia

$(k')\ldots\quad \frac{dv}{dt}=(F+G\sqrt{V}+Hv)\sqrt{v}$ assumendo, come al § 3, $\frac{2\sqrt{h}}{\theta}\cdot\sqrt{V}$, $\frac{2\sqrt{h}}{\theta}\sqrt{v}$ in luogo di C, e di u, $\frac{\sqrt{h}}{\theta}\,\frac{dv}{\sqrt{v}}$ in luogo di du, e facendo $\frac{2\sqrt{h}}{\theta l}\,V=F$; $-2N=G$

3. Che, per necessaria e giusta conseguenza, la vera espressione della velocità massima sarà $\sqrt{v}=-\frac{G-2HQ}{2H}$ (fatto per brevità $\frac{G^2-4FH}{4F^2}=Q$), e non già $\sqrt{v}=\frac{-b-2ac}{2c}$, (§ 5).

4. Finalmente, che le vere ed esatte formule della velocità e del tempo non saranno già le (3), (5), (§ 5) ma bensì le

$(3')\ldots\quad \sqrt{v}=\frac{2F(e^{HQt}-1)}{G+2HQ-(G-2HQ)e^{HQt}}$

$(5')\ldots\quad t=\frac{1}{HQ}\,\mathrm{Log}\left(1-\frac{2p}{q-p}\left(\frac{2HQ}{G-2HQ}\right)\right).$

PARTE SECONDA

ESAME DELLA SECONDA QUESTIONE

ARTICOLO I

Esposizione della discrepanza delle nuove dalle formule comuni della pressione.

§ 7. Dal § 2 risulta manifestamente

1. Che, chiamata U la velocità equabile dell'acqua $ddZZ$ (*Fig.* 1), se non ci fosse la $ZZee$, ed u la velocità pure equabile dell'acqua medesima, quando c'è il resto $ZZee$ della canna; ed inoltre supposta U' la velocità variabile, che acquistato avrebbe l'acqua $ddZZ$, se non ci fosse la $ZZee$, nel tempo precisamente nel quale l'acqua di tutta la canna avesse acquistato la velocità u; la pressione in Z sarebbe pel nuovo metodo espressa dalla formola

(a) .. $\frac{1}{2}(U-u)^2$ nel caso del moto uniforme,

(b) .. $\frac{1}{2}(U'-u)^2$ nel caso del moto accelerato;

essendochè il peso della colonna d'acqua dell'altezza dovuta alle velocità $U-u$, $U'-u'$, è $\frac{1}{2}(U-u)^2$, $\frac{1}{2}(U'-u')^2$; mentre pei metodi comuni, chiamata gH la pressione atmosferica sopra un punto qualunque della superficie acquea AB, e computando l'attrito, ed assumendolo eguale ad (Mu^2+Nu), (§ 6), la pressione in Z dovrebbe esprimersi con la formula

(a') .. $gH+\frac{C^2-u^2}{2}-(Mu^2+Nu)(l-l')$, pel caso del moto uniforme

(b') .. $gH+\frac{C^2-u}{2}-(Mu^2+Nu)(l-l')-\frac{du}{dt}(l-l')$, nel caso del moto accelerato (1).

(1) Vedi Daniello Bernoulli Idrodinamica.

2. Che i valori di U, e di u desunti dalle equazioni (f), (g), (h) del § 2 essendo

$$U = \frac{2C + n(l - l')}{2} - \sqrt{\left(\frac{2C + n(l-l')}{2}\right)^2 - C^2}$$

$$U = \frac{2C + nl}{2} - \sqrt{\left(\frac{2C + nl}{2}\right)^2 - C^2}$$

$$U = \frac{2C + nl + \frac{pa'\sqrt{A}}{\grave{e}^2}}{2} - \sqrt{\left(\frac{2C + nl + \frac{pa'\sqrt{A}}{\grave{e}^2}}{2}\right)^2 - C^2}$$

pel nuovo metodo la pressione in Z sarebbe espressa dalla formola

$$(c) \ldots \frac{1}{2}\left(-\frac{nl'}{2} - \sqrt{\left(\frac{2C + n(l-l')}{2}\right)^2 - C^2} - \sqrt{\left(\frac{2C+nl}{2}\right)^2 - C^2}\right)^2$$

(pel caso del moto uniforme, e della bocca *ee* tutta aperta)

$$(d) \ldots \frac{1}{2}\left(\frac{-nl' - \frac{pa'\sqrt{A}}{\grave{e}^2}}{2} - \sqrt{\left(\frac{2C+n(l-l')}{2}\right)^2 - C^2} + \sqrt{\left(\frac{2C+nl+\frac{pa'\sqrt{A}}{\grave{e}}}{2}\right)^2 - C^2}\right)^2$$

(pel caso del moto uniforme, e della bocca *ee* ristretta dall' orlo *oeeo*); quando pèi vecchi metodi la pressione medesima sarebbe espressa dalla formula

$$(c') \ldots gH + \frac{C^2}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1+M(l-l')}{(1+2Ml)^2}\right)\left(-Nl + \sqrt{N^2l^2 + C^2(1+2lM)}\right)^2$$

$$\frac{-N(l-l')}{1+2Ml}\left(-Nl + \sqrt{N^2l^2 + C^2(1+2lM)}\right)$$

nel 1. caso

(1) Bossut Idrodinamica.

D'Alembert Traité de l' Equilibre, et du mouvement des fluides.

Cocoli, Dissertazione sopra il quesito: stabilire la vera Teoria delle acque uscenti da fori aperti ne' vasi.

Gregorio Fontana, della pressione dell'acque in moto, Tom. 9 delle Memorie della Società Italiana delle Scienze.

Venturoli, Elementi d' Idraulica, e le memorie intorno alle leggi delle resistenze che ritardano le acque correnti.

$$(d') \ldots \quad gH + \frac{C^2}{2} - \frac{1}{2}\,\frac{(1+M(l-l'))}{(1+2Ml+T)^2}\left(-Nl+\sqrt{N^2l^2+C^2(1+2Ml+T)}\right)^2$$

$$\frac{-N(l-l')}{1-2Ml+T}\left(-Nl-\sqrt{N^2l^2+C^2(1+2Ml+T)}\right)$$

nel 2. supponendo $\dfrac{\grave{e}^4-(\grave{e}^2-\dot{\alpha})^2}{\grave{e}^2-\alpha'} = T$, come al § 6. (1)

3. Che, nel caso del moto accelerato, poichè (siccome è suggerito § 2 dall'autore del nuovo metodo) messo entro le quantità a, b, c, α contenute nell'equazione (3), (§ stesso), $(l-l')$ in luogo di l, e chiamato a', b', c', α' ciò che diventano a, b, c, α per tale sostituzione, il valore della velocità U', che avrebbe l'acqua $ddZZ$ se non ci fosse $ZZee$, nell'istante in cui l'acqua di tutta la canna senza orlo acquistato avesse la porzione $\frac{p}{q}$ della velocità massima, sarebbe per le equazioni (3), (5) (§ 2)

$$U = \frac{\theta}{2\sqrt{h}} \cdot \frac{2\dot{a}\left(e^{\frac{c'\alpha'}{c\alpha}\operatorname{Log}\left(1-\frac{p}{q-p}\left(\frac{2c\alpha}{b-2c\alpha}\right)\right)}-1\right)}{b'+2c'\alpha'-(b'-2c'\alpha')e^{\frac{c'\alpha'}{c\alpha}\operatorname{Log}\left(1-\frac{2p}{E-p}\left(\frac{2c\alpha}{b-2c\alpha}\right)\right)}}$$

e la velocità massima sarebbe (§ 5) $\dfrac{-b-2\alpha c}{2c}$, pel nuovo metodo la pressione in Z nell'istante, in cui la velocità dell'acqua di tutta la canna acquistato avesse la porzione $\frac{p}{q}$ della velocità massima, sarebbe espressa dalla formola

$$(e) \ldots \frac{1}{2}\left(\frac{2a'\left(e^{\frac{c'a'}{ca}\operatorname{Log}\left(1-\frac{p}{q-p}\left(\frac{2c\alpha}{b-2c\alpha}\right)\right)}-1\right)}{b'-2c'\alpha'-(b'-2c'\alpha')\left(e^{\frac{c'\alpha'}{c\alpha}\operatorname{Log}\left(1-\frac{2p}{q-p}\left(\frac{2c\alpha}{b-2c\alpha}\right)\right)}\right)}\frac{-p}{q}\left(\frac{-b-2\alpha c}{2c}\right)\right)^2\frac{\theta^2}{4^k}$$

mentre assumendo, (come al § 6), $\frac{2\sqrt{h}}{\theta}\sqrt{V}$, $\frac{2\sqrt{h}}{\theta}\sqrt{v}$ in luogo di

(1) Opere citate nella nota precedente.

C, e di u; $\frac{\sqrt{h}}{\theta}\cdot\frac{dv}{\sqrt{v}}$ in luogo di du, e ponendo $\frac{2\sqrt{h}}{\theta l}\cdot V = F$; $-2N = G$; $-\left(\frac{2\sqrt{h}}{\theta l}+\frac{4M\sqrt{h}}{\theta}\right)=H$; $\frac{\sqrt{G^2-4FH}}{4F^2}=Q$, pei metodi ordinarj la suddetta pressione sarebbe misurata dalla formola

$$(e')\ldots\quad gH+Fl'-\frac{1}{2}\frac{p^2}{q^2}\left(\frac{-G-2HQ}{2H}\right)^2\frac{\theta^2}{4h}\qquad (1).$$

ARTICOLO II

Se la discrepanza tra le nuove e le vecchie formule si debba attribuire alle dimostrate imperfezioni del nuovo metodo.

§ 8. Io dico, che la così grande differenza delle nuove dalle formole date dai vecchi metodi nasce dalle imperfezioni del nuovo metodo dimostrate nei §§ 3, 4, 5, per la ragione che, ove queste imperfezioni fossero tolte, il nuovo metodo porgerebbe per la misura della pressione, nei cinque casi fino ad ora considerati, delle formole perfettamente simili alle date nei casi stessi dai metodi comuni.

In fatti, quanto al 1. e 2. caso, se, in luogo dello zero, assunto nel nuovo metodo, per la pressione in Z, se non ci fosse $ZZee$, assumeremo (§ 3) gH; e in luogo delle velocità $U-u'$, $U'-u$ assumeremo

$$a\delta\left(\frac{C^2}{2}-\frac{u^2}{2}-gR(l-l')\right)dt\ ,\ a\varrho\left(\frac{C^2}{2}-\frac{u^2}{2}-gR(l-l')-\frac{du}{dt}(l-l')\right)$$

(§ 4); in luogo delle formole (a), (b), (§ 7) si avranno le

$$(A)\ldots\quad gH+\frac{C^2}{2}-\frac{u^2}{2}-gR(l-l')$$

$$(B)\ldots\quad gH+\frac{C^2}{2}-\frac{u^2}{2}-gR(l-l')-\frac{du}{dt}(l-l')$$

Imperciocchè se, per cagione dell'acqua $ZZee$, l'acqua $ddZZ$ perde (§ 4) la velocità

$a\delta\left(\frac{C^2}{2}-\frac{u^2}{2}-gR(l-l')\right)dt$ nel caso del moto uniforme, ed

$a\delta\left(\frac{C^2}{2}-\frac{u^2}{2}-gR(l-l')-\frac{du}{dt}(l-l')\right)dt$ nel caso del moto accelerato,

(1) Vedi la Memoria di sopra citata del P. Gregorio Fontana.

perderà pure le forze

$$a\delta\left(\frac{C^2}{2}-\frac{u^2}{2}-gR\ (l-l')\right)$$

$$a\delta\left(\frac{C^2}{2}-\frac{u^2}{2}-gR(l-l')-\frac{du}{dt}(l-l')\right)$$

necessarie a produrre quelle velocità. Ora la perdità di queste forze dovendo produrre una pressione in ZZ eguale alle forze medesime, rendesi manifesto che, per l'incontro dell'acqua $zzee$, l'acqua $ddZZ$ premerà tutte le molecole di ZZ con forza eguale ad

$a\delta\left(\frac{C^2}{2}-\frac{u^2}{2}-gR(l-l')\right)$ pel moto uniforme, ed eguale ad

$a\delta\left(\frac{C^2}{2}-\frac{u^2}{2}-gR(l-l')-\frac{du}{dt}(l-l')\right)$ pel moto accelerato;

alle quali pressioni aggiungendo la pressione $a\delta gH$ dell'aria atmosferica (§ 3), si otterrà per la pressione totale sopra una sola molecola di ZZ, e perciò sopra il punto Z

$$gH+\frac{C^2}{2}-\frac{u^2}{2}-gR(l-l')$$

$gH+\frac{C^2}{2}-\frac{u^2}{2}-gR(l-l')-\frac{du}{dt}\ (l-l')$, ossia (sostituendo Mu^2+Nu in luogo di gR)

$$(A')\ldots\ \ gH+\frac{C^2}{2}-\frac{u^2}{2}-(Mu^2+Nu)(l-l')$$

$$(B')\ldots\ \ gH+\frac{C^2}{2}-\frac{u^2}{2}-(Mu^2+Nu)(l-l')-\frac{d}{dt}(l-l')$$

formole del tutto identiche delle (a'), (b') date (§ 7) dai vecchi metodi.

§ 9. Parimente se, per determinare la pressione nel punto z pel caso del moto uniforme, e della bocca della canna tutta aperta o in parte chiusa, si serviremo dell'espressione (A') in luogo dell'espressione (a) data dal nuovo metodo (§ 7), ed in essa espressione (A') si sostituiranno i valori di u desunti dalle giuste equazioni (g'), (h'), (§ 6) e non già dalle (g), (h), (§ 5), la pressione in z si troverebbe espressa dalla formola

$$gH + \frac{C^2}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1 + M(l - l')}{(1 + 2Ml)^2}\right)\left(-Nl + \sqrt{N^2l^2 + C^2(1 + 2lM)^2}\right)^2$$

$$\frac{-N(l - l')}{(1 + 2lM)}\left(-Nl + \sqrt{N^2l^2 + C^2(1 + 2lM)}\right)$$

nel caso della bocca tutta aperta, e dalla

$$gH + \frac{C^2}{2} - \frac{1}{2}\;\frac{(1 + M(l - l)}{(1 + 2Ml + T)^2}\left(-Nl + \sqrt{N^2l^2 + C^2(1 + 2Ml + T)}\right)^2$$

$$\frac{-\;N(l - l')}{1 + 2Ml + T}\left(-Nl + \sqrt{N^2l^2 + C^2(1 + 2Ml + T)}\right)$$

pel caso della bocca ristretta:

formole perfettamente simili alle date (c'), (d') dai noti metodi (§ 7.)

§ 10. Finalmente se, per determinare, nel caso del moto accelerato e della bocca tutta aperta, la pressione in Z nell'istante in cui la velocità variabile dell'acqua della canna fosse eguale alla porzione $\frac{p}{q}$ della velocità massima, in luogo dell'erronea espressione generale (b), $\frac{1}{2}(U - u)$, date dal nuovo metodo (§ 7), assumeremo l'esatta

$$(B') \ldots\quad gH + \frac{C^2}{2} - \frac{u^2}{2} - (Mu^2 + Nu)(l - l') - \frac{du}{dt}(l - l'),\ (\S\ 8),$$

ed in questa espressione, in luogo del valore di $\frac{du}{dt}$ cavato dall'equazione (k), (§ 5), si scriverà il valore esatto cavato dalla (k'), (§ 6), e nella formola risultante in luogo della velocità massima $-\frac{b - 2ac}{2c}$ (§ 5), si sostituirà la $-\frac{C - 2HQ}{2H}$, (§ 6) si avrà, per la misura della suddetta pressione, la formola

$$gH + Fl' - \frac{1}{2}\frac{p^2}{q^2}\left(\frac{-G - 2HQ}{2H}\right)^2\frac{\theta^2}{4h},$$ simile intieramente alla formola (e') somministrata dai metodi comuni (§ 7).

CONCLUSIONE

Dalle cose fin qui dimostrate io credo di poter giustamente conchiudere: non solamente, che la discrepanza delle formole date dal nuovo metodo non può, nè deve in alcun modo far dubitare della verità ed esattezza delle formole date dai vecchi metodi, ma inoltre che il metodo recentemente proposto può servire di nuova prova della giustezza delle formole comuni, in quanto che, corretto nelle sue imperfezioni, esso ci porge, per la misura della pressione, delle formole alle comuni perfettamente conformi.

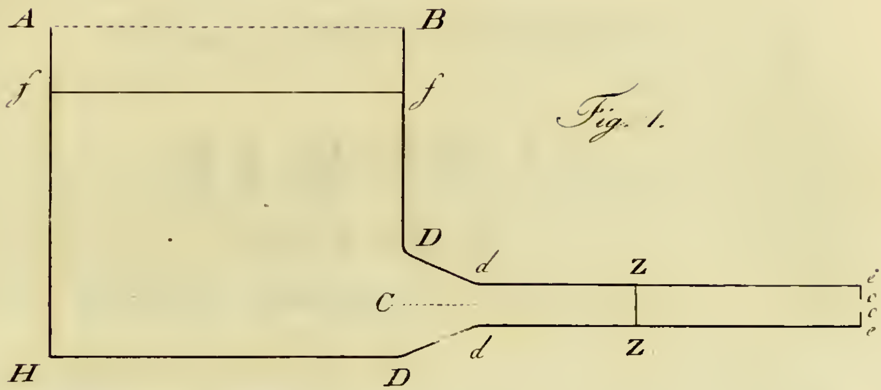


Fig. 1.

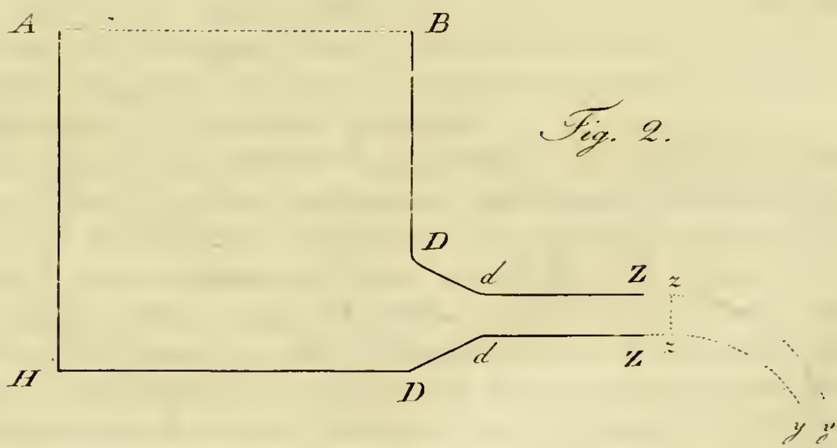


Fig. 2.

SOPRA UNA NUOVA MACCHINA

DEL SIGNOR INGEGNERE

GIUSEPPE ANTONIO BORGNIS

PREMIATA DALL' I. R. ISTITUTO

MEMORIA

DI G. FARINI

PROFESSORE D' INTRODUZIONE AL CALCOLO SUBLIME

La macchina di cui intendo di darne la teorica, è un tornio (*Fig.* 1) a molti cilindri di differente calibro, che hanno il medesimo asse, e fissi ad esso in un modo invariabile; diverse corde abbracciano successivamente questi cilindri avviluppandosi intorno ad esse in senso contrario, e sopra ciascuna corda nel passaggio da un cilindro all'altro v' è adattata una carrucola mobile caricata nel centro di un peso. Ad uno dei capi del tornio si dispone al solito una ruota sopra la cui periferia è applicata una potenza, la quale è destinata o a mantener la macchina in equilibrio, o ad eccitarla al movimento.

Per incominciare dalle cose le più semplici, suppongasi che le corde sieno fili privi di gravità, di grossezza, e perfettamente flessibili, dal che ne deriva che disponendo questi fili gli uni sopra gli altri attorno ai cilindri, la distanza dall'asse dei diversi giri del filo sarà sempre la medesima, ed eguale al raggio del cilindro fasciato dal filo. Questa supposizione avrà luogo per tutte le ricerche che seguono sino a che non si avverta espressamente al contrario. Ciò premesso ecco il più semplice.

Problema 1. In un tornio a due cilindri determinare le condizioni dell'equilibrio tra una potenza, che agisce in direzione di una retta tangente la ruota, e rappresentata da un peso; ed un altro peso applicato al centro della carruccola nella supposizione che i due rami del filo sieno paralleli.

Risoluzione. Sia il peso rappresentante la potenza applicata alla circonferenza della ruota . . . . $= P$

(1) Quello attaccato al centro della carrucola . . . . . . $= Q$

Il raggio della ruota . . . . $= R$

Il raggio del 1.° cilindro dalla parte della ruota . . . . . $= R'$

Il raggio del 2.° cilindro minore del 1.° . . . . $= R''$

Ciascuna delle tensioni de' due rami del filo . . . . $= t$

È chiaro primieramente che sarà $t = \frac{Q}{2}$; inoltre non avendo il tornio la libertà di prendere altro moto se non di rotazione intorno all'asse II', sarà assicurato l'equilibrio, quando la somma dei momenti delle forze, che tendono a farlo ruotare attorno all'asse medesimo, sia $= o$. Ora in virtù del momento $P.\,R$ il tornio tende a ruotare dalla parte di P, in virtù di $t.\,R'$ tende a ruotare in senso contrario, ed in virtù di $t.\,R''$ ruoterebbe di nuovo dalla parte di P; dunque si avrà l'equazione $PR - tR' + tR'' = o$, donde $PR = t(R' - R'')$, ossia sostituendo per t il suo valore $\frac{Q}{2}$; $PR = \frac{Q}{2}(R' - R'')$, da cui si deduce $P = \frac{Q(R' - R'')}{2R}$.

Coroll. Da quest'ultimo risultamento si vede, che la potenza necessaria all'equilibrio riesce in ragion diretta del peso attaccato al centro della carrucola, della differenza dei raggi dei due cilindri, e nell'inversa del raggio della ruota: cosicchè mantenendo gli stessi valori per il raggio della ruota, e per la potenza ad essa applicata, col diminuire la differenza dei raggi de' cilindri, la medesima forza terrà equilibrato un peso sempre maggiore.

Coroll. Se $R = R''$, cioè se i raggi dei due cilindri sono eguali, la forza che si richiede per l'equilibrio è eguale a zero: ciò è evidente per se medesimo.

Coroll. Se $R'' = o$, si ha $P = \frac{QR'}{2R}$ donde $P : \frac{Q}{2} = R' : R$: ciò è con-

(1) Per questo peso Q debbe intendersi non solo il peso ch' è attaccato al centro della carrucola, ma ancora quello della carrucola stessa, quando sia abbastanza grande, che meriti di esser messo in computo. Questa avvertenza avrà luogo in tutte le cose che seguono.

forme all'ordinaria teorica del tornio, imperocchè l'altra metà del peso Q è sostenuta in questo caso dall'asse stesso del tornio.

Scolio. Nella proposizione si è supposto, che i due rami del filo, che abbracciano la carrucola mobile fossero paralleli. È facile però vedere, che supponendo condotti per i due punti in cui il filo tocca i cilindri del tornio due piani perpendicolari al suo asse, e chiamata a la loro distanza, affinchè quei due rami sieno paralleli si richiede che, chiamato r il raggio della carrucola, sia $r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + (R' + R'')^2}$. Infatti è chiaro, che condotti per i due punti, in cui il filo tocca i cilindri del tornio, due piani perpendicolari all'asse del tornio stesso; il diametro della carrucola (*Fig.* 2.) sarà noto, ed eguale alla retta AB, perchè si supponga che siano le rette $CD = a$, $DB = R'$, $CA = R'$, e che di più le due ultime rette sieno perpendicolari alla terza CD. Pertanto se si prolunghi la retta DB, e presa la porzione $BE = CA$, si uniscano i punti C, E colla retta CE, sarà $CE = AB =$

$$\sqrt{\overline{CD}^2 + \overline{DE}^2} = \sqrt{a^2 + (R' + R'')^2}, \text{ e quindi } r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + (R' + R'')^2}$$

Problema 2. In un tornio a tre cilindri di diverso calibro determinare le condizioni dell'equilibrio tra una potenza, che agisce in direzione di una retta tangente la ruota, e rappresentata da un peso, ed altri due pesi attaccati a carrucole mobili, le quali sono abbracciate da fili tra loro paralleli, e che si avviluppano attorno ai cilindri del tornio successivamente in senso contrario.

Risoluzione. Sia al solito il peso rappresentante la potenza applicata alla circonferenza della ruota . . . . $= P$

Quello attaccato al centro della 1.ª carrucola dalla parte della ruota . . . . $= Q$

Quello attaccato alla 2.ª carrucola . . . . $= Q'$

Il raggio della ruota . . . . $= R$

Il raggio del 1.° cilindro dalla parte della ruota . . . . $= R'$

Il raggio del 2.° cilindro . . . . $= R''$

Il raggio del 3.° cilindro . . . . $= R'''$

Le tensioni dei due rami del filo, che abbraccia la 1.ª carrucola $= t$

Le tensioni degli altri due rami del filo, che abbraccia la 2.ª carruccola . . . . $= t'$

È chiaro prima di tutto, che sarà $t = \frac{Q}{2}, t' = \frac{Q'}{2}$, di più il tornio avendo, secondo il solito, la libertà di prendere soltanto un movimento di rotazione attorno il suo asse, sarà assicurato l'equilibrio, se la somma dei momenti delle forze che tendono a farlo girare in un senso, sia eguale alla somma dei momenti delle forze che tendono a farlo ruotare in senso contrario. Ora per le cose dette nella proposizione precedente, e dalla Figura stessa è facile raccogliere, che dovrà per questo aver luogo l'equazione $P.R - t.R' + t R'' - t'.R'' + t'.R''' = 0$; donde si ricava $P.R = t(R' - R'') + t'(R'' - R''')$, ovvero

$$P = \frac{t}{R}(R' - R'') + \frac{t'}{R}(R'' - R''') = \frac{Q}{2R}(R' - R'') + \frac{Q'}{2R}(R'' - R''').$$

Coroll. Se sia $R'' = R'''$; cioè se il 2.° e 3.° cilindro saranno dello stesso calibro, allora la formola precedente riducesi a $P = \frac{Q}{2R}(R' - R'')$, ch'è l'equazione stabilita nella proposizione precedente, ciò che appunto dovea accadere.

Scolio. Dalle condizioni dell'equilibrio assegnate nelle due precedenti proposizioni è facile il raccogliere, che se il tornio sarà composto di n cilindri di diverso calibro, e che si chiamino al solito R', R'' ... $R^{(n)}$, raggi dei successivi cilindri cominciando a contarli dalla ruota t, t', t'' ... $t^{(n-2)}$ le tensioni dei fili, che abbraciano le carrucole supponendoli sempre paralleli, ed in conseguenza verticali: Q, Q', Q'' ... $Q^{(n-2)}$; pesi attaccati ai centri delle $(n-1)$ carrucole; ed in fine P il peso rappresentante la potenza applicata alla circonferenza della ruota, si avrà per l'equilibrio l'equazione

$$PR = t(R' - R'') + t'(R'' - R''') + t''(R''' - R^{IV}) + \ldots\ldots +$$
$$t^{(n-2)}(R^{(n-1)} - R^{(n)}) \text{ ossia}$$

$$P = \frac{t}{R}(R' - R'') + \frac{t'}{R}(R'' - R''') + \frac{t''}{R}(R''' - R^{IV}) + \ldots\ldots +$$
$$\frac{t^{(n-2)}}{R}(R^{(n-1)} - R^{(n)}); \text{ e siccome si ha } t = \frac{Q}{2},\ t' = \frac{Q'}{2}.$$

Osservaz. Siano i raggi dei successivi cilindri tutti decrescenti, sia cioè $R' > R'' > R''' > R^{IV} > \ldots > R^{(n-1)} > R^{(n)}$. Giova osservare, che se in vece di tenere in equilibrio i pesi Q, Q', Q'' ... $Q^{(n-2)}$ col mezzo del tornio ad n cilindri si volessero tenere in equilibrio gli stessi pesi considerati raccolti in uno solo eguale alla loro somma per mezzo di un tornio a due soli cilindri, il primo dei quali avesse per raggio R', e l'altro $R^{(n)}$, la potenza necessaria all'equilibrio in quest'ultimo caso sarebbe maggiore di quella nel 1.° In fatti chiamata P la potenza nel 1.° caso, e P' nel 2.° si ha per lo scolio precedente

$$P = \frac{Q}{2R}\,(R'-R'')+\frac{Q'}{2R}\,(R''-R''')+\frac{Q''}{2R}(R'''-R^{\text{IV}})+\ldots\ldots+$$

$$\frac{Q^{(n-2)}}{2R}(R^{(n-1)}-R^{(n)}),$$ e per il problema 1.

$$P'=(Q+Q'=Q''+\ldots+Q^{(n-2)})\frac{R'-R^{(n)}}{2R},$$ ossia

$$P' = \frac{Q}{2R}(R'-R^{(n)})+\frac{Q'}{2R}(R'-R^{(n)})+\frac{Q''}{2R}(R'-R^{(n)})+\ldots+\frac{Q^{(n-2)}}{2R}(R'-R^{(n)}).$$

Ora osservando i termini corrispondenti nei secondi membri delle due trovate equazioni si vede subito, che essendo

$$\begin{aligned} R'-R^{(n)} &> R'-R'' \\ &> R''-R''' \\ &> R'''-R^{\text{IV}} \\ &\;\vdots \\ &> R^{(n-1)}-R^{(n)} \end{aligned}$$

ne viene di conseguenza che sarà $P'>P$; di qui si deduce un'avvertenza di qualche utilità nella pratica, che cioè dovendo sostenere un determinato peso con un tornio a due cilindri, se quel peso potrà dividersi in varj altri, gioverà sempre farne delle parti, ed analogamente a quelle parti aumentare il numero dei cilindri; imperciocchè dal confronto delle due precedenti formole si deduce, che ritenendo per l'equilibrio sempre la medesima potenza, e lo stesso raggio al 1.° cilindro, il tornio dovrebbe assottigliarsi di più conservando intiero il corpo, di quello che distribuito in varie parti, per lo che potrebbe talvolta esporsi al rischio di toglier alla macchina la necessaria robustezza.

Coroll. Se per un caso particolare si ponga nell'ultima formola dello scolio $Q=Q'=Q''=\ldots Q^{(n-1)}$ si avrà questa formola semplicissima

$$P=\frac{Q}{2R}\,(R'-R^{(n)}.)$$

Coroll. Se per un altro caso particolare supponiamo che i raggi dei successivi cilindri del tornio differiscano tra loro di una quantità costante, che sia cioè $R''=R'-a$. $R'''=R''-a$, $R^{IV}=R'''-a$. .$R^{(n)}=R^{(n-1)}-a$ sarà $P=\frac{a}{2R}(Q+Q'=Q''+..+Q^{(n-2)})$ la qual'espressione ponendo $Q=Q'=Q''=...=Q^{(n-2)}$ si ridurrà a $P=\frac{(n-1)\,Qa}{2R}$.

Sin qui rispetto alle leggi dell'equilibrio per un tornio a molti cilindri di diverso calibro; passiamo ora a determinare quelle del movimento ritenendo le medesime supposizioni da principio assunte.

Problema. 3.° Determinare le leggi del movimento di un tornio a due cilindri di diverso raggio, supponendolo animato da una forza rappresentata da un peso che agisce alla circonferenza della ruota, e contrastata da un altro peso attaccato al centro della carrucola, nell'ipotesi, che la carrucola stessa sia abbracciata da un filo, i cui rami mantengansi sempre paralleli, e si avvilluppino ai due cilindri in sensi diversi.

Risoluzione. Ritenute tutte le determinazioni della 1.ª proposizione.

Sia la massa del corpo P . . . . , ... $= m$
La massa del corpo Q . . . . $= m'$
La gravità al livello del mare . . . . $= g$
Il tempo alla fine del quale si considera il movimento . . . $= t$
La velocità con cui discende il corpo P alla fine di quel tempo $= v$
Quella di Q . . . . $= v'$
La distanza del 1.° corpo dal piano condotto per l'asse del tornio parallelo al livello del mare . . . . $= z$
La distanza del centro della carrucola mobile a cui si considera attaccato il 2.° corpo dallo stesso piano . . . . $= z'$

È chiaro, che se alla fine del tempo t si tagliassero tutti i fili, nell'istante seguente dt, i due corpi P, Q acquisterebbero la medesima velocità gdt; ma non tagliando il filo, il 1.° acquista nell'istante dt la velocità dv, ed il 2.° dv'; dunque nello stesso istante i due corpi perderanno rispettivamente le velocità $gdt-dv$, $gdt-dv'$; e però in virtù del principio del signor d'Alembert, che in qualunque sistema, avendo riguardo alla sua struttura, le forze distrutte devono equilibrarsi, ne deriverà l'equazione $mR(gdt-dv)=m'\frac{R'-R''}{2}(gdt-dv')$, colla quale dovrà aver luogo anche l'altra $2Rv'+(R'-R'')v=0$, affinchè secondo l'indole della macchina, l'uno dei corpi discenda mentre l'altro s'innalza.

In fatti sia (*Fig.* 2) $BD = R'$, $CA = R''$; di più queste due rette sieno perpendicolari alla terza CD, e talmente distanti tra loro, che la retta AB, che unisce le loro estremità, eguagli il diametro della carrucola mobile, apparisce evidentemente, che il punto di mezzo G della retta AB rappresenterà la posizione del centro della carrucola mobile rispetto all'asse del tornio, ossia che la perpendicolare GH calata dal punto G sulla retta CD esprimerà il braccio di leva del peso attaccato al centro della corrucola mobile rispetto all'asse medesimo: si prolunghi in seguito la retta HG sino in K, ed è chiaro, che si avrà la proporzione $KH: \frac{CD}{2} = De : CD$, ossia $KH: \frac{1}{2} = De =$ ossia ancora $R'' + GH: \frac{1}{2} = R' + R'' : 1$, donde si trae $GH = \frac{R' - R''}{2}$. Ora il braccio di leva del corpo Q mantenendosi nel movimento costantemente lo stesso, cioè $= \frac{R' - R''}{2}$, mentre quello dell'altro corpo P è $= R$, ne deriva immediatamente, che ponendo $= v$ la velocità di P, e $= - v'$ quella di Q (a motivo, che questo sale, mentre l'altro discende) dovrà aver luogo la proporzione $R: \frac{R' - R''}{2} = v : - v'$, ossia l'equazione $2\, Rv' + (R' - R'')\, v = o$.

Eliminando pertanto col mezzo dell'ultima equazione il valore di dv' dalla 1.ª, e facendo le opportune riduzioni, si otterrà l'equazione differenziale $\left(mR - \frac{m'(R' - R'')}{2} \right) gdt = \left(mR + \frac{m'(R' - R'')^2}{4R} \right) dv$. Se in quest'ultima equazione si considerino m, m' costanti è chiaro, che il moto sarà uniformememente accelerato, imperciocchè integrando si avrà

$$v = \frac{mR - m' \frac{R' - R''}{2}}{mR + m' \frac{(R' - R'')^2}{4R}} gt + B, \text{ ovvero } v = \frac{mR^2 - m' \frac{R(R' - R'')}{2}}{mR^2 + m' \frac{(R' - R'')^2}{4}} gt + B.$$

Trovato in tal guisa il valore di v, sarà poi facile ottenere lo spazio descritto dal corpo P anch'esso rappresentato per t: infatti essendo x quello spazio, si avrà per la nota formola

$dz = vdt,$ ossia $dz = \dfrac{mR^2 - \frac{m'}{2}R(R' - R')}{mR^2 + \frac{m'}{4}(R' - R'')^2} gtdt + Bdt,$ e quindi

integrando $z = \dfrac{mR^2 - \frac{m'}{2}R(R' - R'')}{mR^2 + \frac{m'}{4}(R' - R'')^2} g\frac{t^2}{2} + Bt + C,$ ove B, C rappresentano le due costanti arbitrarie, che si determineranno conoscendo al principio del tempo la velocità che ha il corpo P, e lo spazio da lui descritto.

Determinato come sopra lo spazio descritto nel tempo t dal corpo P, che discende, e la sua velocità potrà egualmente assegnarsi lo spazio descritto nello stesso tempo dall'altro corpo Q, che sale, e la sua velocità.

Imperciocchè per ottenere quest'ultima, basterà ricorrere all'equazione precedentemente stabilita $2Rv' + (R' - R'')v = o$, donde si avrà

$$v' = -\frac{R' - R''}{2R}v = -\frac{R' - R''}{2R}\left\{\frac{mR^2 - \frac{m'}{2}R(R' - R'')}{mR^2 + \frac{m'}{4}(R' - R'')^2}gt + B\right\}.$$

Per avere poi il valore di z', dalla citata formola del moto variato si dedurrà $dz' = v'dt$, donde integrando si ottiene $z' = \int v'dt + C'$, ossia

$$z' = -\frac{R' - R''}{2R}\left\{\frac{mR^2 - \frac{m}{2}R(R' - R'')}{mR^2 + \frac{m'}{4}(R' - R'')^2}g\frac{t^2}{2} + Bt\right\} + C',$$ ove C' è una nuova costante arbitraria, che si determinerà dal conoscere la posizione in cui si trova il corpo Q al principio del tempo.

Coroll. Se nell'equazione differenziale precedentemente trovata

$dv = \dfrac{mR^2 - \frac{m'}{2}R(R' - R'')}{mR^2 + \frac{m'}{4}R(R' - R'')^2}gdt,$ pongasi $mR^2 - \frac{m'}{2}R(R' - R'') = o$ ossia $mR - \frac{m'}{2}(R' - R'') = o$, è chiaro, ad ogni istante l'incremento dv sarà $= o$, e però la velocità v costante.

Ora quest'equazione, come chiaro apparisce, combina con quella trovata nella 1.ª proposizione, e ciò appunto dovea accadere, giacchè si sa dalla meccanica che le relazioni, che richiedonsi tra le forze per conservare una macchina nello stato permanente di moto equabile sono quelle stesse, che occorrono per mantenerla in equilibrio.

Problema. 4.° Determinare le leggi del movimento di un tornio a tre cilindri di diversa grossezza, supponendolo animato da una forza rappresentata da un peso, che agisce alla circonferenza della ruota, e contrastato da altri due pesi fermati ai centri delle due carrucole mobili, nella supposizione che le medesime carrucole siano abbracciate da fili, i cui rami si conservino sempre paralleli, ed avvolgansi sui cilindri successivamente in senso contrario.

Risoluz. Sia al solito il raggio della ruota . . . . $= R$
Quello del 1.° cilindro della sua parte . . . . $= R'$
Quello del 2.° . . . . $= R''$
Quello del 3.° . . . . $= R'''$
La massa del corpo P . . . . $= m$
Quella di Q . . . . $= m'$
Quella di Q' . . . . $= m''$
La gravità al livello del mare . . . . $= g$
Il tempo spirato al momento, che si considera il moto . . . $= t$
La velocità con cui discende il corpo P alla fine di quel tempo $= v$
Quella di Q . . . . $= v'$
Quella di Q' . . . . $= v''$
La distanza del corpo P nel piano condotto per l'asse del tornio
parallelo al livello del mare alla fine del medesimo tempo . $= z$
Quella del centro della carrucola mobile a cui si considera attaccato il corpo Q . . . . $= z'$
La simile di Q' . . . . $= z''$

Ciò posto, se alla fine del tempo t si suppongono tagliati tutti i fili, è chiaro che i corpi P, Q, Q' nell'istante dt acquisterebbono tutti la medesima velocità gdt, ma non tagliando i fili, il primo acquista in vece la velocità dv; il 2.° la velocità dv'; il 3° la velocità dv''; dunque le velocità perdute da quei corpi saranno rispettivamente espresse da $gdt - dv$; $gdt - dv'$; $gdt - dv''$, e però avendo riguardo alla costruzione della macchina per lo stesso principio del signor D'Alembert è facil cosa il vedere, che dovrà aver luogo l'equazione $mR(gdt - dv) =$

$m'\frac{R'-R''}{2}(gdt-dv')+m''\frac{R''-R'''}{2}(gdt-dv'')$, ed insieme con essa le altre due $2Rv'+(R'-R'')v=o$; $2Rv''+(R'-R''')v=o$, le quali con un ragionamento analogo a quello fatto nel precedente Problema derivano dal dovere i corpi Q, Q' inalzarsi mentre il primo P discende. Eliminando per mezzo di queste due ultime equazioni i valori di dv', dv'' dalla prima, e fatte le dovute riduzioni si avrà l'equazione differenziale

$$\left(mR-\frac{m'}{2}(R'-R'')-\frac{m''}{2}(R''-R''')\right)gdt=$$

$$\left(mR+\frac{m'}{4}\frac{(R'-R'')^2}{R}+\frac{m''}{4}\frac{(R''-R''')^2}{R}\right)dv \text{ ossia}$$

$$\left(mR^2-\frac{m'}{2}R(R'-R'')-\frac{m''}{2}R(R''-R''')\right)gdt=$$

$$\left(mR^2+\frac{m'}{4}(R'-R'')^2+\frac{m''}{4}(R''-R''')^2\right)dv,$$ dalla quale ponendo

$$A=\frac{mR^2-\frac{m'}{2}R(R'-R'')-\frac{m''}{2}R(R''-R''')}{mR^2+\frac{m'}{4}(R'-R'')^2+\frac{m''}{4}(R''-R''')^2},$$ ed integrando si ottiene $v=Agt+B$ (essendo B la costante introdotta con l'integrazione.) Trovata questa velocità avrassi anche lo spazio coll' aiuto dell'equazione $dz=vdt$, imperciocchè da essa si ricaverà $z=Ag\frac{t^2}{2}+Bt+C$ (essendo C la nuova costante.)

Pertanto per il corpo P le leggi del moto saranno contenute nelle due equazioni $v=Agt+B$, $z=Ag\frac{t^2}{2}+Bt+C$.

Nella stessa maniera osservando, che per il corpo Q si hanno le due equazioni $2Rv'+(R'-R'')v=o$, $dz'=v'dt$, le leggi del suo movimento saranno espresse dalle due equazioni $v'=-\frac{R'-R''}{2R}(Agt+B)$,

$z'=-\frac{R'-R''}{2R}\left(Ag\frac{t^2}{2}+Bt\right)+C'$, ove C' sarà un'altra costante arbitraria.

Finalmente per il movimento del corpo Q' considerando, che si hanno ancora le equazioni $2Rv''+(R''-R''')v=o$, $dz''=v''dt$ si avrà l'altra copia di equazioni $v''=-\frac{R''-R'''}{2R}(Agt+B)$, $z''=-\frac{R''-R'''}{2R}$

$\left(Ag\frac{t^2}{2} + Bt \right) + C''$ ove C'' rappresenterà la solita costante introdotta nella integrazione.

Dalla soluzione de' due ultimi problemi facile ne deriva la determinazione del movimento di un tornio con un numero qualunque di cilindri di diverso calibro, come risulterà dal seguente

Problema. 5.° Dato un tornio composto di un numero $(n+1)$ di cilindri di diverse grossezze animato da una potenza rappresentata da un peso, che pende dalla circonferenza della ruota, e contrastato da un numero (n) di pesi fermati ai centri delle (n) carrucole mobili, nell' ipotesi, che tutte queste carrucole siano abbracciate da fili, i cui rami si conservino sempre paralleli, e che avvolgansi successivamente sui cilindri in senso contrario, determinare le leggi del suo movimento.

Risoluz. Sia al solito il raggio della ruota . . . . $= R$
Quello del 1.° cilindro dalla sua parte . . . . $= R'$
Quello del 2.° . . . . $= R''$
Quello del 3.° . . . . $= R'''$
⋮ ⋮
del $(n+1)^{\text{esimo}}$ . . . . $= R^{(n+1)}$
La massa del corpo P . . . . $= m$
Quella di Q . . . . $= m'$
di Q' . . . . $= m''$
di Q'' . . . . $= m'''$
⋮ ⋮
di $Q^{(n-1)}$ . . . . $= m^{(n)}$
La gravità al livello del mare . . . . $= g$
Il tempo spirato al momento che si considera il moto . . . $= t$
La velocità con cui discende il corpo P alla fine di quel tempo $= v$
La velocità del corpo Q . . . . $= v'$
Quella di Q' . . . . $= v''$
di Q'' . . . . $= v'''$
⋮ ⋮
di $Q^{(n-1)}$ . . . . $= v^{(n)}$
La distanza del corpo P del piano condotto per l'asse del tornio parallelo al livello del mare alla fine del medesimo tempo $= z$

Quella del corpo Q attaccato al centro della 1.ª carrucola mobile . . . . $= z'$
di Q' . . . . $= z''$
di Q'' . . . . $= z'''$
⋮ ⋮
di $Q^{(n-1)}$ . . . . $= z^{(n)}$

Ciò posto, collo stesso ragionamento fatto nelle due precedenti proposizioni si raccoglierà facilmente che nell' istante dt
il corpo P perde una velocità . . . . $= gdt - dv$
il corpo Q . . . . $= gdt - dv'$
Q' . . . . $= gdt - dv''$
Q'' . . . . $= gdt - dv'''$
⋮ ⋮
$Q^{(n-1)}$ . . . . $= gdt - dv^{(n)}$

onde si ottiene l'equazione differenziale

$$mR(gdt-dv)=\frac{m'}{2}(R'-R'')(gdt-dv')+\frac{m''}{2}(R''-R''')(gdt-dv'')+\ldots$$

$+\frac{m^{(n)}}{2}(R^{(n)}-R^{(n+1)})(gdt-dv^{(n)})$, ed insieme con essa le altre (n) equazioni $2Rv'+(R'-R'')v=0$; $2Rv''+(R''-R''')v=0$; $2Rv'''+(R'''-R^{\text{IV}})v=0$ . . . $2Rv^{(n)}+(R^{(n)}-R^{(n+1)})v=0$, per mezzo delle quali eliminando dalla 1.ª i valori di $dv', dv'', dv'''\ldots dv^{(n)}$ si avrà l'equazione ridotta

$$dv=\frac{mR^2-\frac{m'}{2}R(R'-R'')-\frac{m''}{2}R(R''-R''')-\ldots-\frac{m^{(n)}}{2}R(R^{(n)}-R^{(n+1)})}{mR^2+\frac{m'}{4}(R'-R'')^2+\frac{m''}{4}(R''-R''')^2+\ldots+\frac{m^{(n)}}{4}(R^{(n)}-R^{(n+1)})^2}gdt$$

ossia (ponendo il coefficiente di $gdt=A$) $dv=Agdt$, e quindi integrando $v=Agt+B$, essendo B una costante arbitraria. Per mezzo poi dell'equazione $dz=vdt$ si avrà rappresentando per C una nuova costante arbitraria, $z=Ag\frac{t^2}{2}+Bt+C$; e le due ultime equazioni esprimeranno il movimento del corpo P.

Per conoscere quello del corpo Q converrà ricorrere alle altre due equazioni $2Rv'+(R'-R'')v=0$, $dz'=v'dt$, dalle quali si avrà $v'=-\frac{R'-R''}{2R}Agt+B$, $z'=-\frac{R'-R''}{2R}\left(Ag\frac{t^2}{2}+Bt\right)+C'$. Similmente per il movimento del corpo Q' si avranno le due equazioni

$$v'' = -\frac{R''-R'''}{2R}\left(Agt+B\right), \text{ e } z'' = -\frac{R''-R'''}{2R}\left(Ag\frac{t^2}{2}+Bt\right)+C''.$$

Nella stessa guisa seguitando si troveranno le leggi dei movimenti per tutti gl'altri corpi Q'', Q''' — . . $Q^{(n-1)}$, e manifestamente si vede, che per il corpo $Q^{(n-1)}$ le leggi del moto saranno espresse dalle equazioni

$$v^{(n)} = -\frac{R^{(n)}-R^{(n+1)}}{2R}\left(Agt+B\right), \; z^{(n)} = -\frac{R^{(n)}-R^{(n+1)}}{2R}\left(Ag\frac{t^2}{2}+Bt\right)+C^{(n)}.$$

Le quantità C', C'', C''' . . . $C^{(n)}$ saranno le costanti arbitrarie introdotte colle successive integrazioni.

Risoluto generalmente il Problema proposto giova fare alcune osservazioni sui risultamenti ottenuti.

Osservaz. Qui ha luogo un'avvertenza analoga a quella, che si è fatta nel 2.° Problema, cioè, che se in vece di considerare il tornio ad $(n+1)$ cilindri di grossezze successivamente decrescenti, caricato dagli n pesi Q, Q', Q'' . . . e messo in moto dall'altro peso P, che pende dalla ruota, si suppongono tutti quei pesi raccolti in un solo eguale alla loro somma, che penda da un altro tornio a due cilindri, di cui il 1.° abbia per raggio R', e l'ultimo $R^{(n+1)}$, e messo in moto dallo stesso peso P; il movimento in quest'ultimo caso sarà più lento, che nel 1.° infatti per il 1.° caso secondo la risoluzione nel Problema sarà

$$dv = \frac{mR^2 - \frac{m'}{2}R(R'-R'') - \frac{m''}{2}R(R''-R''') - \ldots - \frac{m^{(n)}}{2}(R^{(n)}-R^{(n+1)})}{mR^2 + \frac{m'}{4}(R'-R'')^2 + \frac{m''}{4}(R''-R''')^2 + \ldots + \frac{m^{(n)}}{4}(R^{(n)}-R^{(n+1)})} gdt$$

e pel secondo chiamata u la velocità, con cui discende il corpo P alla fine dello stesso tempo, si avrà per il Problema 3.°

$$du = \frac{mR^2 - \frac{1}{2}(m'+m''+m'''+ \ldots + m^{(n)})\,R(R'-R^{(n+1)})}{mR^2 + \frac{1}{4}(m'+m''+m'''+\ldots+m^{(n)})\,(R'-R^{(n+1)})^2} gdt$$

il quale valore di du scritto in quest'altra maniera, cioè

$$du = \frac{mR^2 - \frac{m'}{2}R(R'-R^{(n+1)}) - \frac{m''}{2}R(R'-R^{(n+1)}) - \ldots - \frac{m^{(n)}}{2}R(R'-R^{(n+1)})}{mR^2 + \frac{m'}{4}(R'-R^{(n+1)})^2 + \frac{m''}{4}(R'-R^{(n+1)})^2 + \ldots + \frac{m^{(n)}}{4}(R'-R^{(n+1)})^2} gdt$$

dimostra, che gl'incrementi delle velocità, in eguali istanti saranno dis-eguali, e più piccoli per il tornio a due cilindri, che per l'altro $ad(n+1)$ cilindri, e ciò per due ragioni, prima cioè perchè il numeratore del valore di du è più piccolo del corrispondente numeratore di dv; ed in 2.° luogo per essere il denominatore del valore di du più grande dell' analogo denominatore di dv; donde ne deriva evidentemente, che nel caso del tornio a due soli cilindri il movimento sarà più lento dell'altro contemplato nel Problema.

Coroll. 1.° Sia in primo luogo $A=0$, è chiaro, che in questo caso sarà ad ogni istante $dv=0$; però il corpo P, ed insieme con esso gli altri tutti Q, Q', Q'' ec. si moveranno con moto uniforme; se poi $A=0$, si vede, che dovrà essere

$$mR-\frac{m'}{2}(R'-R'')-\frac{m''}{2}(R''-R''')-\frac{m'''}{2}(R'''-R^{\text{IV}})-\ldots-\frac{m(n)}{2}(Rn-R(n+1))=0$$

la qual equazione è evidentemente la stessa di quella assegnata prima per l'equilibrio della macchina medesima.

Coroll. 2.° Supponiamo in secondo luogo, che sia $R'-R''=R$, $R''-R'''=R\ \ldots\ Rn-R(n+1)=R$: la quantità A diventa allora

$$A=\frac{m-\frac{m'}{2}-\frac{m''}{2}-\ldots-\frac{m(n)}{2}}{m+\frac{m'}{4}+\frac{m''}{4}+\ldots+\frac{m(n)}{4}},$$ donde si scorge che affinchè il corpo P discenda realmente, siccome si è supposto, bisogna che sia

$m>\frac{m'}{2}+\frac{m''}{2}+\frac{m'''}{2}+\ldots+\frac{m(n)}{2}$, e quando questo rapporto di diseguaglianza non fosse soddisfatto, dovrà concludersi, che in vece i corpi Q, Q', Q'' .. discendono, e che l'altro P sale. Inoltre si osserverà, che nella stessa ipotesi si ha $v'=v''=v'''=\ldots=v(n)=-\frac{v}{2}$, donde siamo avvertiti, che tutti i corpi Q, Q', Q'' s'innalzeranno con pari velocità, e nello stesso tempo descriveranno spazj uguali.

Coroll. 3.° Si ponga per un altro caso particolare, che sia $R'-R''=0$, $R''-R'''=0$, $R'''-R^{\text{IV}}=0\ \ldots\ Rn-R(n+1)=0$, è chiaro che si avrà $A=1$, donde ne deriva, che in questo caso il corpo P discende come se cadesse liberamente; le equazioni poi rappresentanti i movimenti degli altri corpi danno $v'=v''=v'''=$ —— $=0$; e $z'=c'$, $z''=c''$, $z'''=c'''\ldots zn=c(n)$, e fanno vedere, che i corpi Q, Q', Q''... rimangonsi fermi, come appunto dovea accadere.

Scolio. Nella soluzione dei tre ultimi problemi non si è fatta parola sulla maniera di determinare le costanti, perchè la loro determinazione non può apportare alcuna difficoltà. Non ostante per darne un esempio supponiamo, che per l'asse del tornio sia condotto il solito piano indefinito parallelo al livello del mare; che da esso si parta il corpo P senza alcuna velocità impressa, e che dal momento in cui si distacca dal piano s'incominci a contare il tempo; è chiaro, che in questo caso sarà $B=o$, $C=o$. Supponiamo inoltre, che lo stesso corpo si voglia far discendere per l'altezza h, e che quando il corpo P aggiunge l'estremità delle rette h, tutte le carrucole, a cui sono attaccati i pesi Q, Q', Q'', siano salite sino a toccare il tornio, è facile di vedere, che se chiamansi d', d'', d''' ... $d^{(n)}$ le distanze dei centri delle carrucole da quel piano parallelo al livello del mare, quando esse sono giunte in quella posizione; le costanti C', C'', C''' ec. avranno questi valori, cioè

$$C'=d'+\frac{R'-R''}{2R}h,\quad C''=d''+\frac{R''-R'''}{2R}h$$ ec. Si osservi poi, che la quantità d', d'', d''' ec. converrà determinarle a parte per ogni macchina avendo riguardo alle diverse grossezze dei cilindri, ai diametri delle carrucole, ed alla disposizione dei fili sui medesimi cilindri.

Scolio. In tutte le cose precedenti si è tacitamente considerato il tornio come un corpo puramente geometrico, cioè privo di materia; nello stato fisico però essendo egli materiale, in virtù dell'inerzia della materia, le leggi del moto della macchina saranno alquanto diverse da quelle stabilite avanti, come si deduce dal seguente

Problema 6. Poste tutte le cose come nel Problema precedente si tratta di assegnare le leggi del movimento del tornio, avendo riguardo alla sua inerzia.

Risoluzione. Per questo sia $d\mu$ un elemento della massa del tornio distante dal suo asse della quantità r: è manifesto, che se il corpo P acquista nell'istante dt la velocità dv, l'elemento $d\mu$ acquisterà nel medesimo istante la velocità tangenziale $\frac{rdv}{R}$. Ora si ponga, che se alla fine del tempo t fossero tagliati tutti i fili, la molecola $d\mu$ acquistasse in vece nell'istante dt una velocità tangenziale rappresentata da α, ed evidentemente non tagliando i fili la velocità perduta da $d\mu$ nel medesimo istante sarà espressa da $a - \frac{rdv}{R}$; nella stessa maniera considerando un altro elemento $d\mu'$ del tornio alla distanza r' dal suo asse, e legato al primo in una maniera invariabile, si vede subito, che non tagliando i fili l'elemento $d\mu'$ perderà la velocità $\frac{r'a}{r} - \frac{r'dv}{R}$; così per l'elemento $d\mu''$ alla distanza r'' la velocità perduta sarà $\frac{r''a}{r} - \frac{r''dv}{R}$: lo stesso vale per tutti gli altri elementi. Pertanto l'equazione assegnata nel Problema precedente si cambierà in quest'altra.

$$mR(gdt-dv)+d\mu r\left(a-\frac{rdv}{R}\right)+d\mu'.r'\left(\frac{r'a}{r}-\frac{r'dv}{R}\right)+d\mu''.r''\left(\frac{r''a}{r}-\frac{r''dv}{R}\right)+$$
$$=\frac{m'}{2}(R'-R'')(gdt-dv')+\frac{m''}{2}(R''-R''')(gdt-dv'')+\ldots$$
$$+\frac{m^{(n)}}{2}\left(R^{(n)}-R^{(n+1)}\right)\left(gdt-dv^{(n)}\right)$$

la quale si può scrivere sotto quest'altra forma

$$mR\,(gdt-dv)+\frac{a}{r}\int r^2d\mu-\frac{dv}{R}\int r^2\,d\mu.=\ldots\ldots$$
$$=\frac{m'}{2}(R'-R'')(gdt-dv')+\frac{m''}{2}(R''-R''')(gdt-dv')+\ldots$$
$$+\frac{m^{(n)}}{2}\left(R^{(n)}-R^{(n-1)}\right)\left(gdt-dv^{(n)}\;.\right)$$

Ora si supponga, come per l'ordinario avviene, che le molecole del tornio, siano soltanto sottoposte all'azione della gravità, e che ciascun cilindro del tornio sia omogeneo e chiaro che in tal caso se alla fine di un qualunque tempo t, si fingono tagliati tutti i fili, il tornio seguita a ruotare attorno al suo asse sempre colla medesima velocità; e però sarà $a=0$, onde l'equazione si riduce ad

$$mR(gdt-dv)-\frac{dv}{R}\int r^2\,d\mu=\frac{m'}{2}(R'-R'')(gdt-dv')+\frac{m''}{2}(R''-R''')(gdt-dv'')+$$
$$+\frac{m^{(n)}}{2}\left(R^{(n)}-R^{(n+1)}\right)\left(gdt-dv^{(n)}\right),$$ ossia facendo le solite riduzioni a

$$dv=\frac{mR^2-\frac{m'}{2}R(R'-R'')-\frac{m''}{2}R(R''-R''')-\ldots-\frac{m^{(n)}}{2}R\left(R^{(n)}-R^{(n+1)}\right)}{mR^2+\frac{m'}{4}(R'-R'')^2+\frac{m''}{4}(R''-R''')^2+\ldots+\frac{m^{(n)}}{4}\left(R^{(n)}-R^{(n+1)}\right)+\int r^2d\mu}\cdot gdt,$$

ove per $\int r^2 du$, che rappresenta il momento d'inerzia del tornio converrà sostituire il suo valore.

Per questo rappresentando per D la densità di un cilindro, il cui raggio sia r, e l'altezza A, si sa che $\frac{\pi}{2} D A r^4$ esprime il suo momento d'inerzia rispetto all'asse: pertanto se si chiamino p, h la densità e la grossezza della ruota: p', h' la densità e la lunghezza del 1.° cilindro: p'', h'' la densità e la lunghezza del 2.° cilindro; e così degl'altri; ritenendo sempre, che R, R', R'' ec. rappresentino i raggi della ruota; del 1.°, del 2.°, del 3.°, ec. cilindro, si avrà il momento della ruota rispetto all'asse del tornio $= \frac{\pi}{2} p h R^4$; quello del 1.° cilindro $= \frac{\pi}{2} p' h' R'^4$; quello del 2.° $= \frac{\pi}{2} p'' h'' R''^4$, e così di seguito, donde si conclude

$$\int r^2 du = \frac{\pi}{2} p h R^4 + \frac{\pi}{2} p' h' R'^4 + \frac{\pi}{2} p'' h'' R''^4 + \ldots\ldots$$

$$+ \frac{\pi}{2} p^{(n)} h^{(n)} R^{(n)4} + \frac{\pi}{2} p^{(n+1)} h^{(n+1)} R^{(n+1)4},$$ e però l'equazione precedente si cambierà in quest'altra

$$dv = \frac{mR^2 - \frac{m'}{2} R(R' - R'') - \frac{m''}{2} R(R'' - R''') - \ldots - \frac{m^{(n)}}{2} R\left(R^{(n)} - R^{(n+1)}\right)}{mR^2 + \frac{m'}{4}(R' - R'')^2 + \ldots + \frac{m^{(n)}}{4}\left(R^{(u)} - R^{(n+1)}\right)^2 + \frac{\pi}{2} p h R^4 + \ldots + \frac{\pi}{2} p^{(n+1)} h^{(n+1)} R^{(n+1)4}} g dt$$

la quale s'integrerà nella stessa maniera delle precedenti, e condurrà a dei risultamenti analoghi ai già ottenuti.

Osservaz. Nel coroll. 3.° del precedente problema supponendo $R' - R'' = 0$, $R'' - R''' = 0$, $R^{(n)} - R^{(n+1)} = 0$, si è ridotto il coefficiente di $gdt = 1$ donde si concluse, che il corpo P discendeva, come se fosse stato libero. Questa conseguenza avendo riguardo all'inerzia della macchina non ha più luogo; di ciò ne avverte l'equazione generale sopra trovata; infatti essa in quel caso riducesi a

$$dv = \frac{mR^2 g dt}{mR^2 + \frac{\pi}{2}\left(p h R^4 + p' h' R'^4 + p'' h'' R''^4 + \ldots + p^{(n+1)} h^{(n+1)} R^{(n+1)4}\right)}$$

Da questo confronto pertanto si raccoglie, che nell'ipotesi di $R'-R''=o$, $R''-R'''=o$ ec. se la massa del tornio sarà così piccola da potersi trascurare, il corpo P discenderà prossimamente nella stessa maniera, come se fosse libero; all'incontro se quella massa sarà molto grande, il corpo R non discenderà più, come se fosse libero, ma la sua accelerazione sarà sempre meno sensibile a misura, che cresce il momento d'inerzia della macchina.

Scolio. In tutti i movimenti precedentemente considerati si è trascurata la resistenza d'attrito, che debbono soffrire i perni del tornio girando sugli appoggi: per tale motivo le vere leggi del moto della macchina saranno diverse dalle stabilite sin ora; per avvicinarsi però sempre più al vero, abbiasi ora riguardo agli attriti, e (per evitare de' calcoli complicati) nella supposizione la più semplice di tutte, cioè quando il tornio è composto di due soli cilindri.

Problema 7. Ritenute tutte le precedenti denominazioni, e supponendo il tornio a due soli cilindri di diversa grossezza, si tratta di assegnare le leggi del suo movimento avendo riguardo all'attrito sugli appoggi F, F' nell'ipotesi, che l'asse $I\,I'$ conservi sempre la medesima posizione.

Risoluz. Sia per l'appoggio F l'inclinazione della faccia piana MA col piano condotto per l'asse del tornio parallelo al livello del mare $=\varphi$; quella della faccia NA col medesimo piano $=\psi$, le simili inclinazioni per l'appoggio F' delle faccie piane $M'A'$. $N'A'$ siano espresse da φ', ψ'. Pongasi che alla fine del tempo t la faccia MA soffra una pressione rappresentata da G, e questa pressione sarà la risultante di tutte le pressioni, che soffrono i punti della faccia MA in contatto colla superficie del perno, i quali evidentemente si troveranno tutti sopra una linea retta parallela all'asse II'; sia H la simile pressione sofferta dall'altra faccia NA dello stesso appoggio F. Per analogia siano G', H' le pressioni, che rispettivamente soffrono le facia $M'A'$, $N'A'$ dell'altro appoggio F' alla fine dello stesso tempo, e per fissare l'idee si consideri al solito discendere il peso P, e salire l'altro Q: è chiaro che in virtù di quelle pressioni (se si chiami f il coefficiente d'attrito) avranno luogo alla fine dello stesso tempo le forze passive provenienti dall'attrito, e rappresentate da fG, fH; fG, fH, le quali forze tenderanno tutte a rallentare il movimento, e la forza fG agirà lungo la faccia MA

da M verso A perpendicolarmente alla retta del contatto del perno con questa faccia, mentre la fH agisce lungo la AN da A verso N perpendicolarmente all'altra retta, in cui il perno tocca la faccia NA; lo stesso si deve intendere dell'altre due forze fG', fH'. Ora per assegnare le leggi del moto della macchina, nell' ipotesi che girando essa attorno al suo asse II' questo se ne rimanga sempre fisso, giova osservare, che potranno riguardarsi rimossi gli appoggi, ed introdotte delle nuove forze che ne facciano esattamente le veci, per questo si supponga che tolto l'appoggio F, rimangano sulla superficie del corrispondente perno, disegnate le tracce delle rette, in cui esso toccava l'appoggio stesso, ed è facile di vedere, che al perno sostenuto prima dall'appoggio F dovranno riguardarsi applicate ai punti di mezzo delle rette del contatto due forze G, H agenti nelle stesse direzioni delle pressioni, ed in senso contrario ad esse, le quali evidentemente giaceranno in un piano perpendicolare all'asse II', e s' incontreranno necessariamente nel punto in cui il piano incontra l'asse medesimo. Inoltre se in questo medesimo piano s'immagini disegnato il circolo rappresentante la sezione del perno, e che ai due punti della sua circonferenza, ove si considerano applicate le forze G, H si conducano i raggi; all'estremità di questi raggi, e perpendicolarmente ad essi dovranno pure riguardarsi rispettivamente applicate altre due forze fG, fH tendenti a far girare il perno in senso contrario al suo moto, affinchè questo perno pria sostenuto dall'appoggio F, dopo rimosso si trovi nel medesimo stato di prima. Lo stesso dicasi dell'altro appoggio F', anch'esso cioè potrà riguardarsi rimosso, purchè al suo perno nel luogo corrispondente all'appoggio si considerino applicate quattro forze G', H'; fG', fH' nella stessa maniera delle analoghe G, H; fG, fH. Fatte queste sostituzioni di forze si potrà poi dividere la soluzione in due parti, nella 1.ª delle quali si stabiliranno i rapporti tra le forze, affinchè esse tengano l'asse II' in equilibrio, e nella 2.ª le leggi del moto del tornio attorno a quest'asse fisso. E rispetto alla 1.ª parte siano K, K' i punti, in cui i piani condotti per le direzioni delle forze G, H; fG, fH: G', H'; fG', fH' incontrano perpendicolarmente l'asse II'; ed è chiaro, che considerando trasportati convenientemente in questi due punti anche i pesi dei corpi P, Q e del tornio stesso, affine di raccogliere su di essi tutte le forze agenti nei diversi luoghi della macchina converrà per l'equilibrio dell'asse II'.

che in ciascuno di essi separatamente tutte quelle forze si distruggano. Ora chiamata L la distanza dei due punti K, K'; a la distanza del punto K dal piano della ruota; a' la distanza del punto K dal piano condotto per il centro della carrucola mobile perpendicolarmente all'asse IT, e finalmente δ la distanza dello stesso punto K dal centro di gravità di tutto il tornio, in virtù dei pesi dei corpi P, Q, e dello stesso tornio il punto K sarà caricato dai tre pesi $gm\frac{L-a}{L}$, $gm'\frac{L-a'}{L}$, $g\mu\frac{L-\delta}{L}$ (esprimendo come prima per μ la massa di tutto il tornio) e l'altro punto K' sarà caricato dai tre pesi $gm\frac{a}{L}$, $gm'\frac{a'}{L}$, $g\mu\frac{\delta}{L}$. Pertanto considerando a parte il punto K (*Fig.* 3.) se si conduca per esso la verticale UV, dovrà esso in primo luogo considerarsi sottoposto all'azione di un peso agente nella direzione KV, ed espresso da $gm\frac{L-a}{L}+gm'\frac{L-a'}{L}$ $+g\mu\frac{L-\delta}{L}$. Inoltre da una forza G agente nella direzione Kg da K verso G in modo, che la retta Kg faccia con la KU l'angolo $UKg=\varphi$ da un'altra forza fG agente nella direzione Kg' da K verso g', e tale, che sia l'angolo $UKg'=90-\varphi$: da una terza H diretta da K verso h in modo, che sia l'angolo $UKh=\psi$, ed in fine da una quarta fH diretta da K verso h' così che sia l'angolo $UKh'=90-\varphi$, e però affinchè il punto K se ne rimanga in equilibrio, converrà, che ridotte tutte le forze agenti su di esso a due classi, a verticali cioè ed orizzontali, si avverino le due equazioni

$$G\cos.\varphi+H\cos\psi+fH\cos.(90-\psi)-fG\cos.(90-\psi)$$
$$=G\cos.\varphi+H\cos.\psi+fH\,\text{sen}.\psi-fG\,\text{sen}.\varphi=gm\frac{L-a}{L}+gm'\frac{L-a'}{L}+g\mu\frac{L-\delta}{L}$$

$$G\,\text{sen}.\varphi-H\,\text{sen}.\psi+fG\,\text{sen}.(90-\varphi)+fH\,\text{sen}.(90+)$$
$$=G\,\text{sen}.\varphi-H\,\text{sen}\,\psi+fG\cos.\varphi+fH\cos.\psi=0$$

Con un ragionamento analogo poi si vedrà facilmente, che per l'equilibrio del punto K' dovranno aver luogo le altre due equazioni

$$G'\cos.\varphi'+H'\cos.\psi'+fH'\,\text{sen}\,\psi'-fG'\,\text{sen}.\varphi'=\frac{1}{L}\left(gma+gm'a'+g\mu\delta\right)$$

$$G'\,\text{sen}.\varphi'-H'\,\text{sen}.\psi'+fG'\cos.\varphi'+fH'\cos.\psi'=0$$

Cosicchè per l'equilibrio dell'asse II' dovranno aver luogo le quattro equazioni precedenti, dalle quali, risguardando come note tutte le quantità, che in esse s'incontrano fuori delle quattro G, H, G', H' si potranno perciò assegnare i suoi valori, e quindi conoscere le pressioni sulle faccie degli appoggi F, F'. Paragonando insieme le due prime equazioni si troveranno senza molta fatica i valori di G, H espressi nel modo seguente, cioè

$$G = \frac{\text{sen.}\,\psi - f\cos.\,\psi}{L(1+f^2)\,\text{sen.}(\varphi+\psi)}\Big(gm(L-a)+gm'(L-a')+g\mu(L-\delta)\Big)$$

$$H = \frac{\text{sen.}\,\varphi + f\cos.\,\varphi}{L(1+f^2)\,\text{sen.}(\varphi+\psi)}\Big(gm(L-a)+gm'(L-a')+g\mu(L-\delta)\Big)$$

e nella stessa guisa quelli di G', H' saranno

$$G' = \frac{\text{sen.}\,\psi' - f\cos.\,'\psi}{L(1+f^2)\,\text{sen.}(\varphi'+\psi')}\Big(gma+gm'a'+g\mu\delta\Big)$$

$$H' = \frac{\text{sen.}\,\varphi' + f\cos.\,\varphi'}{L(1+f^2)\,\text{sen.}(\varphi'+\psi')}\Big(gma+gm'a+g\mu\delta\Big)$$

Determinate in tal modo le pressioni sulle faccie degli appoggi, quando l'asse TT' rimane fermo, mentre il tornio gira attorno ad esso, resta ora da assegnare le leggi, con le quali la macchina gira attorno all'asse medesimo. E per questo è chiaro in 1.° luogo, che considerando sempre rimossi gli appoggi F, F' le forze G, H, G, H' non possono influire sulla ruotazione attorno all'asse II', perchè le sue direzioni passano per esso; rispetto poi alle forze fG, fH, se si chiami p il raggio del perno sostenuto dall'appoggio F, è facile di vedere, che agendo quelle alle estremità di due raggi p e perpendicolarmente ad essi, in sua vece si potrà sostituire un solo peso rappresentato da $f(G+H)$, che, mediante un filo, penda quieto in senso contrario al corpo P, dal perno sostenuto dall'appoggio F: lo stesso si dica del altro perno il cui raggio sia p' sostenuto pria dall'appoggio F'; invece cioè delle due forze fG, fH' si potrà fingere anche a questo perno avvolto un filo, da cui penda, in senso contrario al corpo P, un nuovo peso espresso da $f(G'+H')$ il quale ad ogni istante sia in quiete: con ciò le leggi del moto del corpo P, e quindi dell'altro Q si determineranno nella stessa maniera di prima, purchè si abbia riguardo ai due corpi, che si fingono pendere dai perni, e che ad ogni istante debbono riguardarsi in riposo. Imperciocchè se al solito pongasi v la velocità del corpo P alla fine del tempo t; v' quella di Q, e che alla fine di t s'immaginino tagliati tutti i fili, è chiaro che nell' istante dt i corpi $P, Q, f(G+H), f(G'+H')$ acquisteranno tutti la medesima velocità gdt, ma non tagliando i fili, i corpi P,Q nello stesso istante acquistano rispettivamente le velocità dv, dv'; mentre gli altri due se ne restano in riposo, ossia guadagnano la velocità o; però in virtù del principio del signor D'Alembert, tenendo conto dell' inerzia della macchina, si avrà con un ragionamento analogo ai precedenti l'equazione differenziale.

$$mR(gdt-dv)+rd\mu\left(\alpha-\frac{rdv}{R}\right)+r'd'\mu'\left(\frac{\alpha r'}{r}-\frac{r'dv}{R}\right)+\ldots$$
$$=\frac{m'}{2}(R'-R')(gdt-dv')+f\frac{(G+H)}{g}pgdt+f\frac{(G'+H')}{g}p'gdt.$$

Dalla quale ponendo come prima $\alpha=o$, ed osservando, che per la costruzione della macchina sussiste contemporaneamente l'equazione $2Rv'+(R'-R'')v=o$ si otterrà

$$\left(mR-m'\frac{R'-R''}{2}-fp\frac{(G+H)}{g}-fp'\frac{(G'+H')}{g}\right)gdt$$
$$=\left(mR+m'\frac{(R'-R'')^2}{4R}+\frac{1}{R}\int r^2 d\mu\right)dv.$$

Osservaz. Prima di abbandonare questo Problema facciamo alcune considerazioni sulla risoluzione ottenuta. E prima di tutto apparisce immediatamente dall'ultima trovata equazione, che ad onta dell'attrito il corpo P discende ancora con moto uniformemente accelerato: la sua accelerazione però, come apparisce dalla stessa equazione, sarà sempre generalmente parlando più grande a misura, che le quantità f, p, p' saranno più piccole; così che spalmando le superficie degli appoggi con qualche sostanza ontuosa, con che, come è noto, si diminuisce il valore di f; ed assottigliando i perni del tornio potranno sempre più diminuirsi gli effetti dell'attrito. Rispetto però all'assottigliamento dei perni, è chiaro, che essi non possono assottigliarsi oltre a un certo limite, senza incontrarne inevitabilmente la loro rottura. Incerta però essendo la determinazione della minima grossezza da dare ai perni, giacchè ognun sa, che la tenacità dei corpi varia non solo col variare la loro natura, ma ben anche per quelli, che si riguardano omogenei, credo inutile di discendere ad assegnarne con la teorica la loro grossezza, ed in vece mi limito all'osservazione fatta, aggiungendo solo di più, che in molti casi non occorre nemmeno, che i due perni sieno della medesima grossezza: del che facilmente se ne persuaderà ognuno supponendo per fissare l'idee, che non solo la ruota del tornio, siccome rappresenta la Fig. 1, sia più vicina all'appoggio F, ma di più, che anche il centro della carrucola mobile, ed il centro di gravità della macchina si trovino tutti due più vicini allo stesso appoggio F; mentre allora apparisce chiaramente, che il perno sostenuto dall'appoggio F dovrà avere una maggior grossezza dell'altro sostenuto dall'appoggio F'. Ciò sia detto rispetto ai perni del tornio. Alcune cose convien avvertire ancora rispetto agli appoggi F, F': a questo fine basta esaminare i valori di G, H; e G' H' trovati precedentemente, i quali esprimono le pressioni sulle faccie degli appoggi; essendo questi composti degli angoli arbitrarj φ, ψ; φ', ψ', che le faccie degli appoggi fanno col piano condotto per l'asse del tornio parallelo al livello del mare si vede subito, che potrà supporsi $\psi = \psi'$, e di più sen. $\psi - f$ cos. $\psi = o$, dal che si avrà $G = G' = o$, donde si conclude, che le parti degli appoggi F, F' corrispondenti alle faccie MA, $M'A'$ potranno nella pratica costruirsi meno massiccie delle altre due parti corrispondenti alle faccie NA, $N'A'$, e con ciò risparmiare della spesa, che in molti casi può essere di qualche riguardo particolarmente quando si debba costruire degli appoggi molto robusti e di metallo, come appunto per l'ordinario occorre. Essendo poi $G = G' = o$ ho detto, che le parti degli appoggi F, F' corrispondenti alle faccie MA, $M'A'$ ponno costruirsi meno massiccie delle altre due, perchè suppongo, che disceso il corpo P sino ad un certo punto, si debba far girare il tornio in senso contrario senza esser caricato degli stessi pesi, dal che ne deriva, che le faccie MA, $M'A'$ soffriranno delle pressioni generalmente parlando molto più piccole di quelle sofferte dalle altre faccie NA, $N'A'$, mentre discendeva il corpo P. Convien osservare in fine, che essendo le quantità H, H' generalmente diverse, diverse saranno ancora le pressioni sulle due faccie NA, $N'A'$, donde si raccoglie, che gli stessi appoggi F,F' nelle parti corrispondenti alle faccie NA, $N'A'$ non dovranno costruirsi egualmente massicci ma di maggior robustezza dovrà esser quello, a cui corrisponde il maggior valore di H, e di minore l'altro sottoposto ad una minor pressione.

Scolio. Sin qui degli attriti: in tutte le precedenti ricerche si sono supposti i fili, che si avvolgono ai cilindri, e che sostengono i pesi, perfettamente flessibili, di nessuna grossezza, e privi di gravità: nello stato fisico nessuna di queste qualità s'incontra nei fili, ond'è, che anche per queste cagioni le vere leggi del moto s'allontaneranno dalle trovate. Ritenendo ferme pertanto le due prime ipotesi si riguardino ora gli stessi fili caricati in tutti i suoi punti di pesi uguali; ed avendo riguardo a questo nuovo elemento cerchiamo le leggi del moto della macchina: nell'assegnare poi le regole di questo movimento (per evitare al solito la prolissità dei calcoli) ciò si farà nella supposizione la più semplice, in quella cioè, in cui il tornio si considera composto di due soli cilindri.

Problema 8.° Determinare le leggi del movimento di un tornio a due cilindri di diversa grossezza animato da un peso attaccato ad un filo, che si avvolge sulla circonferenza della ruota, e contrastato da un altro peso attaccato al centro di una carrucola mobile abbracciata anch'essa da un filo, i cui rami si mantengono sempre paralleli, e si avvolgono in senso contrario sui due cilindri, nell'ipotesi, che si riguardino tutti i punti dei fili caricati di pesi uguali, e che si abbia riguardo all'inerzia delle diverse parti della macchina.

Risoluz. Ritenute le denominazioni di prima per i raggi della ruota, e dei cilindri sia al solito

La massa del corpo P . . . . : . . . . $= m$

Quella di Q . . . . , ... $= m'$

La gravità al livello del mare . . . . $= g$

La velocità di P alla fine di t . , ... $= v$

Quella di Q, o del centro della carrucola mobile alla fine dello stesso tempo . . . . $= v'$

La distanza del corpo P dal piano condotto per l'asse del tornio parallelo al livello del mare alla fine di quel tempo . . . . . $= z$

La simile del centro della carrucola mobile . . . . $= z'$

Inoltre sia l la lunghezza di tutto il filo in qualsivoglia modo sviluppato, ed avvolto intorno alla ruota; p la massa di questo filo per l'unità di lunghezza: similmente sia l' la lunghezza totale del filo in parte sviluppato, ed in parte avvolto ai due cilindri; p' la sua massa per l'unità di lunghezza; e supponiamo di più che al principio del tempo in cui si considera il movimento, il primo filo sia avvolto tutto sulla ruota, ed il 2.° affatto sviluppato dal 1.° cilindro, che ha per raggio R'. È facile di vedere, che alla fine del tempo t la lunghezza del filo tuttavia avvolto sulla ruota del tornio sarà $l-z$; che quella del filo avvolto sul 1.° cilindro di raggio R' sarà $\frac{R'}{R}z$; e quella dello stesso filo, che fascia ancora il 2.° cilindro $l'-2z'-\pi K-\frac{R'}{R}z$ (imperciocchè supponendo K il raggio della carrucola mobile, e π il rapporto della circonferenza al diametro, la lunghezza del filo sviluppato dai due cilindri sarà $2z'+\pi K$). Ciò posto, per assegnare l'equazione, che racchiude le leggi del movimento della macchina, sia u la velocità con cui alla fine del tempo t si avvolge il filo attorno al 1.° cilindro; ed u' quella con cui lo stesso filo si svolge dal 2.° cilindro, e si supponga, che alla fine di t si taglino tutti i fili nei punti, in cui essi toccano la ruota ed i cilindri; è chiaro che nell'istante dt il corpo P acquisterebbe la velocità gdt, onde non tagliando i fili la velocità da esso perduta sarà $gdt-dv$; nella stessa maniera la velocità perduta dal filo attaccato al medesimo corpo, la di cui lunghezza è z, e la massa qz sarà $gdt-dv$: a rispetto poi del corpo Q, e del filo che ne abbraccia la carrucola, da cui è sostenuto, si vedrà nella stessa guisa, ch'esso nell'istante dt perderebbe la velocità $gdt-dv'$, mentre il filo considerato composto di due porzioni eguali, e rappresentate da z' si vede, che da una parte, espressa per $q'z'$ la massa della metà del filo (1), esso perderebbe la velocità $gdt+du$, e dall'altra $gdt-du'$, ove chiaramente apparisce, che sarà $u=\frac{R'}{R}v$, $u'=\frac{R''}{R}v$. Finalmente tenendo conto anche del momento d'inerzia della macchina, e seguendo lo stesso ragionamento del precedente Problema si concluderà facilmente, che nel medesimo istante le molecole $d\mu$, $d\mu'$, $d\mu''$ ec. perderanno rispettivamente le velocità $-\frac{rdv}{R}$, $-\frac{r'dv}{R}$, $-\frac{r''dv}{R}$ ec. Pertanto con lo stesso ragionamento del signor D'Alembert si avrà subito l'equazione differenziale.

$$mR(gdt-dv)+qzR(gdt-dv)+q'z'R''(gdt-du')-\frac{dv}{R}\int r^2 d\mu$$

(1) *Nota*. Qui convien avvertire, che si trascura la porzione del filo, che abbraccia la carrucola mobile, e quindi il suo peso, dovendo nella maggior parte dei casi essere realmente molto piccolo in confronto di quello dei due rami.

$= m' \frac{R' - R''}{2} (gdt - dv') + q' z' (gdt + du) R'$, ed insieme con essa l'altra equazione $2Rv' + (R' - R'') v = o$, e qui conviene osservare prima di tutto, che la quantità $\frac{dv}{R} \int r^2 d\mu$ esprime il momento d'inerzia della macchina, la quale si è veduto prima sarebbe eguale a $\frac{dv}{R} \left(\frac{\pi}{2} phR^4 + \frac{\pi}{2} p' h' R'^4 + \frac{\pi}{2} p'' h'' R''^4 \right)$, se alla fine del tempo t una porzione dei fili non fosse avviluppata attorno alla ruota, ed ai cilindri. Riflettendo però, che in questo caso alla fine di quel tempo, la lunghezza del filo, che rimane avvolto alla ruota è $= l - z$; che quella del filo avvolto al 1.° cilindro è $= \frac{R'}{R} z$; e quella del filo rimasto avviluppato al 2.° cilindro è $= l' - zz' - \pi K - \frac{R'}{R} z$, risulterà chiaramente il valore di

$$\frac{dv}{R} \int r^2 d\mu = \frac{dv}{R} \left(\frac{\pi}{2} phR^4 + \frac{\pi}{2} p' h' R'^4 + \frac{\pi}{2} p'' h'' R''^4 \right) + \frac{dv}{R} . R^2 q (l - z)$$
$$+ \frac{dv}{R} . R'^2 q' \frac{R'}{R} z + \frac{dv}{R} . R''^2 q' \left(l' - zz' - \pi K . \frac{R'}{R} z \right),$$ il quale sostituito nell'equazione precedente la cambierà in quest'altra

$$mR (gdt + dv) + qzR (gdt - dv) + q' z' R'' (gdt - du')$$
$$- \frac{dv}{R} . \frac{\pi}{2} (phR^4 + p' h' R'^4 + p'' h'' R''^4) - \frac{dv}{R} . R^2 q (l - z) - \frac{dv}{R} . R'^2 q'' \frac{R'}{R} z$$
$$- \frac{dv}{R} R''^2 q' \left(l' - 2z' - \pi K - \frac{R'}{R} z \right) = m' \frac{R' - R''}{2} (gdt - dv') + q' z' R' (gdt + du).$$

Per ridurre ora questa equazione differenziale a due sole variabili z, e v si osservi, che si ha $\frac{dz}{dt} = v$, $\frac{dz'}{dt} = v'$, e $2Rv' + (R' - R'') v = o$ donde si deduce

$\frac{dz'}{dt} = - \frac{R' - R''}{2R} v = - \frac{R' - R''}{2R} . \frac{dz}{dt}$, ossia $dz = - \frac{R' - R''}{2R} dz$, e $z' = C - \frac{R' - R''}{2R} z$, essendo C una costante arbitraria; inoltre i valori di u, u', v' sono dati per mezzo di v dall'equazioni precedenti, però l'equazione differenziale si cambierà in quest'altra

$$mR (gdt - dv) + qzR (gdt - dv) + q' z' R'' (gdt - \frac{R''}{R} dv)$$
$$- \frac{dv}{R} . \frac{\pi}{2} (phR^4 + p' h' R'^4 + p'' h'' R''^4) - \frac{dv}{R} R^2 q (l - z)$$

$$-\frac{dv}{R}.R'^2q'\frac{R'}{R}z-\frac{dv}{R}R''^2q'\left(l'-2z'-\pi K-\frac{R'}{R}z\right)$$

$$=m'\frac{R'-R''}{2}\left(gdt+\frac{R'-R''}{2R}dv\right)+q'z'R'\left(gdt+\frac{R'}{R}dv\right)$$

nella quale si potrà sostituire in vece di z' la quantità $C-\frac{R'-R''}{2R}z$, e

si avrà così, sostituendo di più per dt il suo valore $\frac{dz}{v}$,

$$\left(mR+qzR-q'(R'-R'')\left(C-\frac{R'-R''}{2R}z\right)-m'\frac{R'-R''}{2}\right)gdz=\ldots$$

$$=\left(mR+qzR+q'\frac{R'^2+R''^2}{R}\left(C-\frac{R'-R''}{2R}z\right)\right.$$

$$+m'\frac{(R'-R'')^2}{4R}+Rp(l-z)+p'\frac{R'}{R2}z(R'^2-R''^2)$$

$$\left.+q'\frac{R''^2}{R}\left[l'-\pi K-2\left(C-\frac{R'-R''}{2R}z\right)\right]+\frac{1}{R}.\frac{\pi}{2}(phR^4+p'h'R'^4+p''h''R''^4)\right).vdv$$

equazione tra le due sole variabili z, e v. Si ponga ora per scrivere breve

$$A=\left(mR-q'C(R'-R'')-m'\frac{R'-R''}{2}\right)g$$

$$B=\left(qR+q'\frac{(R'-R'')^2}{2R}\right)g$$

$$A'=mR+q'C\frac{R'^2+R''^2}{R}+m'\frac{(R'-R'')^2}{4R}+Rql$$

$$+\frac{R''^2}{R}p'(l'-\pi K+)\frac{1}{R}.\frac{\pi}{2}(phR^4+p'h'R'^4+p''h''R''^4)$$

$$B'=\frac{q'}{2R^2}(R'-R'')(R'+R'')^2$$

e l'ultima equazione si cambierà in quest'altra $(A+Bz)\,dz=(A'+B'z)\,vdv$, dalla quale, separando le variabili, si ottiene $vdv=\frac{A+Bz}{A'+B'z}dz$, che colle note regole integrate dà

$v^2=C'+\frac{2B}{B'}z+2\frac{(AB'-A'B)}{B2}log(A'+B'z)$, essendo C' la costante introdotta coll'integrazione. Trovato questo valore di v^2, si avrà subito quello di v, o di $\frac{dz}{dt} = \sqrt{C' + \frac{2B}{B'}z + 2\frac{(AB - A'B)}{B'^2} \log.(A' + B'z)}$, e

quindi $$dt = \frac{dz}{\sqrt{C' + \frac{2B}{B'}z + 2\frac{(AB' - AB')}{B'^2} \log.(A' + B'z)}}.$$

Resterebbe pertanto da integrare quest'ultima equazione per conoscere lo spazio descritto dal corpo alla fine di qualunque tempo; ma quest'operazione, non si può eseguire coi metodi conosciuti, e conviene quindi arrestarsi a questo punto.

Osservaz. Si osservi, che il problema proposto si potrà sempre risolvere completamente tutte le volte che sarà $B' = o$, imperciocchè in tal caso lasciando da parte il valore trovato di o^2, che si presenta sotto un aspetto indeterminato, e ricorrendo all'equazione differenziale, essa prenderà la forma $vdv = (a + bz)dz$, dalla quale evidentemente si deduce, che si potranno eseguire le due necessarie integrazioni.

Coroll. Sia per un caso particolare $q' = o$, $R' - R'' = o, p' = o\, p'' = o$, cioè supponiamo che il filo, che si avvolge ai cilindri sia senza gravità, che i raggi dei due cilindri siano uguali, e questi cilindri siano immateriali. È chiaro che con quest'ipotesi il problema sarà semplicemente ridotto a *determinare le circostanze del moto di un corpo attaccato ad un filo pesante di nota lunghezza, ed avvolto ad una ruota di dato raggio.* Ora s'introducano queste condizioni nei valori di A, B, A', B', e si avrà $A = mRg, B = qRg, A' = mR + Rql + \frac{1}{R}.\frac{\pi}{2} phR^4$, $B' = o$, onde l'equazione differenziale diventerà $vdv =$

$= \frac{mg + qgz}{m + ql + \frac{\pi}{2}phR^2} dz$. Si ponga per abbreviare

$\frac{mg}{m + ql + \frac{\pi}{2}phR^2} = a$, $\frac{qg}{m + ql + \frac{\pi}{2}phR^2} = b$, e sostituendo nel tempo stesso

per v, e dv i suoi valori $\frac{dz}{dt}$, $\frac{dz^2}{dt^2}$, essa si ridurrà alla seguente $\frac{d^2z}{dt^2}$

$= a + bz$, ossia $\frac{d^2z}{dt^2} - bz - a = o$, la qual'equazione è lineare, e del 2.° ordine, però integrata darà $z = -\frac{a}{b} + ce^{t\sqrt{b}} + c'e^{-t\sqrt{b}}$, ove c, c' rappresentano le due costanti introdotte con l'integrazione, le quali, se si ponga, che quando $t=o$, sia $v=o, z=o$, diventeranno $c=c'=\frac{a}{2b}$, e però l'integrale trovato sarà $z=\frac{-a}{b}+\frac{a}{2b}\left(e^{t\sqrt{b}}+e^{-t\sqrt{b}}\right)$.

Trovato poi questo valore di z, se per esso si ponga l si avrà evidentemente il tempo T, che impiega il filo a svilupparsi interamente dalla ruota.

E qui non sarà inutile l'osservare, che se in vece di supporre il filo pesante avvolto alla ruota, si consideri tolta alla ruota medesima la libertà di girare intorno al suo asse, ed inoltre lo stesso filo semplicemente accavallato su di essa in modo, che una porzione penda dall'altra parte, il tempo che in questo caso impiegherà il filo a passare interamente sopra la ruota, o quello, che lo stesso corpo impiegherà per abbassarsi sotto il piano, condotto per l'asse della ruota parallelo al livello del mare della medesima quantità l, sarà in generale diverso da quello impiegato per lo sviluppamento dalla ruota. Infatti avendo riguardo alla massa m del corpo attaccato all'estremità del filo, alla porzione del filo rappresentata per z', che pende dalla stessa parte del corpo alla fine di t'; all'altra porzione di filo, che pende dalla parte opposta, si vedrà facilmente, ritenendo le denominazioni precedenti, che le leggi di questo movimento saranno espresse dall'equazione differenziale $\left(m+qz'-q\left(l-z'\pi R\right)\right)gdt'=\left(m+ql\right)dv'$, (1) la quale inte-

(1) Imperciocchè sia Fig. 4. *AMBA* la la ruota sulla quale è accavallato il filo *LML'*, e si supponga che alla fine del tempo t' esso abbia la posizione rappresentata dalla Fig. stessa; pongasi inoltre, che alla fine dello stesso tempo t' sia v' la velocità del corpo P, e della porzione di filo BL, mentre l'altra porzione AL' abbia la velocità u': in tale stato di cose se si finga per l'istante dt' tagliato il filo nei punti A, B, è chiaro, che nello stesso istante il corpo m, ed i due rami del filo, la cui lunghezza è espressa da BL, AL' acquisteranno la medesima velocità gdt; si ponga di più che nello stesso istante la porzione del filo rappresentata da AMB, risguardandola animata da forza qualunque, acquisti la velocità α in tutti i suoi punti: in seguito di ciò scorgesi facilmente, che non tagliando i fili, nello stesso istante dt' il corpo m, ed il filo, la cui massa è qz', perderanno la stessa velocità $gdt-dv'$; che l'altra porzione di filo, la cui massa è $q\left(l-z'-\pi R\right)$ perderà la velocità $gdt'-du'$; e che in fine la terza porzione di filo di massa $q\pi R$ perderà

grata, e determinate le costanti nelle stesse ipotesi di prima, cioè che quando $t'=o$, sia $v'=o$ $z'=o$ darà $z'=-\frac{a'}{b'}+\frac{a'}{2b'}\left(e^{t'\sqrt{b'}}+e^{-t'\sqrt{b'}}\right)$, ove sarà $a'=\frac{(m-ql+q\pi R)}{m+ql}g, =b'\frac{2qg}{m+ql}$. Ponendo poscia l invece di z', dalla equazione $l=-\frac{a'}{b'}+\frac{a'}{2b'}\left(e^{T'\sqrt{b'}}+e^{-T'\sqrt{b'}}\right)$ sarà dato il tempo T', che scorre, affinchè il filo si distacchi intieramente dalla ruota fissa, il qual tempo, come si è detto, sarà generalmente parlando diverso da quello impiegato dallo stesso filo per svilupparsi dalla ruota.

Ritenendo la stessa ruota fissa, in vece di supporre come prima, che il filo penda dalle due parti della ruota, si supponga pendere soltanto dalla parte, a cui è attaccato lo stesso peso di prima, risguardando l'altra porzione distesa sopra un piano orizzontale condotto per la sommità della ruota. È chiaro, che tenendo ferme le denominazioni di prima, e supponendo z'' l'abbassamento del corpo alla fine del tempo t'', le leggi del moto del filo saranno in questo caso rappresentate dall'equazione $(m+qR+qz'')gdt''=(m+ql)dv''$ (1), che integrata, e determinate le costanti nelle medesime ipotesi di prima, darà

$z''=-\frac{a''}{b''}+\frac{a''}{2b''}\left(e^{t''\sqrt{b''}}+e^{-t''\sqrt{b''}}\right)$, ove sarà $a''=\frac{mg+qRg}{m+ql}$, $b''=\frac{qg}{m+ql}$,

nello stesso istante la velocità $a-dv'$. Pertanto col solito principio si avrà subito l'equazione

$$m(gdt'-dv')+qz'(gdt'-dv')+q\pi R(a-dv')$$
$$=q(l-z'-\pi R)(gdt'-du')$$

dalla quale osservando, che $u'=-v'$, e che $a=o$ (perchè tutti i punti del filo AMB si risguardano sottoposti solamente all'azione della gravità) si ottiene immediatamente l'altra

$$(m+qz'-q(l-z'-\pi R))gdt$$
$$=(m-qz'+q\pi R+q(l-z'-\pi R))dv'$$
$$=(m+ql)du'.$$

(1) In fatti supponendo la ruota rappresentata dal circolo $AMBA$ Fig. 5., e che LML' rappresenti tutta la lunghezza del filo nella posizione, in cui trovasi alla fine di t'', se si chiami v'' la velocità del corpo, ed u'' quella del filo disteso sul piano orizzontale alla fine dello stesso tempo, è chiaro che fingendo nell' istante dt'' tagliato il filo nei due punti, in cui cessa di toccare la ruota, il corpo m, e la porzione del filo, la cui lunghezza è z'' acquisteranno la stessa velocità gdt, mentre l'altra porzione AL', suppongo, ch'essendo nello stesso istante in qualunque maniera animata da forze, acquisti in tutti i suoi punti la velocità a: inoltre convien considerare nello stesso istante la porzione del filo rappresentata da AMB che abbraccia la quarta parte della circonferenza della ruota: per questo ponendo $CP=x$,

e qui di nuovo ponendo l in vece di z'' si avrà

$$l=-\frac{a''}{b''}+\frac{a''}{2b''}\left(e^{T''\sqrt{b''}}+e^{-T''\sqrt{b''}}\right)$$ dalla quale si dedurrà il tempo T'' trascorso, perchè il filo si distacchi dalla ruota. Ora che questo tempo T'' sia sempre minore di T' risulta evidentemente osservando che dal principio del moto la forza acceleratrice in quest'ultimo movimento è ad ogn' istante maggiore, che nel precedente. D'altra parte poi, se si paragoni questo stesso ultimo movimento col primo, con quello cioè, in cui il filo si risguardava avvolto alla ruota, facilmente si vedrà che

$PM=y$, $AM=S$; l'elemento del filo sarà $Mm=ds$, e la sua massa $=qds$; quell'elemento poi è sottoposto unicamente all'azione della forza di gravità g la quale decomposta in due l'una nella direzione dalla tangente al punto M, e l'altra perpendicolare alla circonferenza del circolo nello stesso punto, si vedrà facilmente che la 2. è distrutta, e che la prima è espressa da $\frac{gy}{R}$; così che lo stesso elemento Mm nell'istante dt'' (supponendo che il filo sia tagliato) acquisterà la velocità $\frac{gy}{R}\,dt''$, pertanto, non tagliando il filo, si vede subito che nell'istante dt'' il corpo m perde la velocità $gdt''-dv''$, e che questa è la velocità perduta anche dalla porzione del filo, la cui massa è qz'', mentre l'altra porzione distesa sul piano orizzontale, ed espressa da $\left(l-z''-\frac{\pi R}{2}\right)q$ perderà la velocità $\alpha-du''$; inoltre apparisce chiaramente, che la velocità perduta dall'elemento qds del filo avvolto alla ruota, sarà $\frac{gy}{R}\,dt''-dv''$, e ciò che si dice di questo elemento debbe estendersi a tutti gli altri elementi del filo, che coprono il quarto del circolo AMB. In seguito di tali considerazioni si avrà immediatamente col principio del sig. D'Alembert l'equazione differenziale

$$mR\,(gdt''-dv'')+qz''R(gdt''-dv'')$$
$$+\int qds.R\left(\frac{gy}{R}dt''-dv''\right)=q\left(l-z''-\frac{\pi}{R}\right)R(\alpha-du'')$$

Stabilita poi quest'equazione si osservi prima di tutto, ch'essa è divisibile per R; in seguito, che il filo disteso sul piano orizzontale non si risguarda sottoposto all'azione di alcun'altra forza fuori della gravità, donde sarà $\alpha=o$; e che dalla conformazione della macchina u'' e sempre eguale $a-v''$: in fine convien trovare il valore dell' integrale $\int qds.\left(\frac{gy}{R}\,dt''-dv''\right)$; e perciò si osservi, che lo stesso integrale si può scrivere in quest'altra maniera cioè

$$\int qds\left(\frac{gy}{R}dt''-dv''\right)=qgdt''\int\frac{yds}{R}-qdv''\int ds,$$

il cui valore è evidentemente

$qgdt''\,R-\frac{\pi R}{2}\,qdv''$; con queste avvertenze l'equazione precedente diventerà

$$m(gdt''-dv'')+qz''(gdt''-dv'')$$
$$+qRgdt''-\frac{\pi R}{2}\,qdv''=q\left(l-z''-\frac{\pi R}{2}\right)dv'',$$

ossia $(m+qR+qz'')gdt''=$

$$=\left(m+qz''+\frac{\pi R}{2}q+q\left(l-z''-\frac{\pi R}{2}\right)\right)dv',$$

o finalmente $(m+qR+qz'')gdt''=(m+ql)dv''$.

anche il tempo T è sempre maggiore di T': imperciocchè nel primo caso si ha $l = -\frac{a}{b} + \frac{a}{2b}\left(e^{T\sqrt{b}} + e^{-T\sqrt{b}}\right)$, ossia sviluppando in serie

$l = a\left(\frac{T^2}{2} + \frac{T^4 b}{2.3.4} + \dots\right)$ essendo $a = \frac{mg}{m + ql + \frac{\pi}{2}phR^2}$, $b = \frac{qg}{m + ql + \frac{\pi}{2}phR^2}$,

e nell'ultimo $l = -\frac{a''}{b''} + \frac{a''}{2b''}\left(e^{T''\sqrt{b''}} + e^{-T''\sqrt{b''}}\right)$, ossia

$l = a''\left(\frac{T''^2}{2} + \frac{T''^4 b''}{2.3.4} + \dots\right)$, essendo $a'' = \frac{mg + qRg}{m + ql}$, $b'' = \frac{qg}{m + ql}$; ora essendo a'', b'' rispettivamente maggiori di a, b, e dovendo sussistere le due equazioni $l = a\left(\frac{T^2}{2} + \frac{T^4 b}{2.3.4} + \dots\right)$, $l = a''\left(\frac{T''^2}{2} + \frac{T''^4 b''}{2.3.4} + \dots\right)$, ne viene di necessità che sarà $T' < T$, e non solo dalle cose dette risulta, che sarà sempre $T' < T$, ma di più si vede dalle stesse formole, che a misura, che il momento d'inerzia della ruota diminuisce, il tempo T si avvicinerà ad essere uguale a T'', e che all'incontro aumentandosi sempre più quel momento d'inerzia, lo stesso valore di T si allontanerà al disopra di T'', e siccome per la variazione di questo elemento il tempo T' non si altera, così rimane provato quanto sopra si era asserito, cioè, che i tempi T, T' saranno generalmente diversi.

Scolio. In tutte le cose precedentemente discorse a rispetto del movimento della macchina, di cui si tratta, si è sempre considerata la forza di gravità costante, e ciò perchè si supponeva la macchina non molto distante dal livello del mare. Quantunque nella maggior parte degli usi questa supposizione debba aver luogo; pure sul riflesso, che qualche volta può anche presentarsi il bisogno di adoperarla fermandola sulla vetta di una qualche montagna, o sulla cima di alte torri, sia per innalzare, o per calare dei corpi fino alla superficie della terra; e che altre volte essa può occorrere in qualche profondissima miniera; così per assegnare le leggi del suo movimento, comunque si trovi rispetto al livello del mare non sarà inutile risolvere i due seguenti problemi: 1.° posta la macchina talmente al disopra della superficie terrestre, che i corpi ad essa sospesi nei diversi punti della loro corsa sieno animati da forze di gravità varianti in ragion inversa dei quadrati delle distanze; stabilire le regole del suo movimento; 2.° quelle della stessa macchina situata sotto la superficie terrestre in qualche profondissima miniera, e disposta in modo, che si debba aver riguardo alla diversa forza di gravità, la quale, come è noto, (considerando la terra uniformemente densa) varia in ragion diretta delle distanze dal centro. Per rendere poi più semplici queste ricerche si risguarda al solito la macchina immateriale, ed i fili perfettamente flessibili, senza grossezza e senza gravità.

Problema 9.° Sia un tornio a due cilindri avviluppati in senso contrario da un filo, che abbraccia una carrucola mobile, al cui centro è attaccato un peso; mentre un altro peso pende da un filo avvolto intorno alla ruota del tornio stesso: supponendo, che il tornio sia talmente al di sopra della superficie terrestre, che convenga aver riguardo alla forza di gravità, la quale varia in ragion inversa dei quadrati delle distanze. Si tratta di assegnare le leggi del moto dei due corpi.

Risoluz. Immaginiamo al solito per l'asse del tornio condotto un piano parallelo al livello del mare; e supponiamo, che il corpo attaccato al filo, che si avvolge sulla ruota, parta dal punto, in cui questo piano taglia la ruota: ritenute tutte le precedenti denominazioni sia

Il raggio della terra . . . . $= r$
l'altezza sopra il livello del mare del punto di partenza del corpo P $= A$
la gravità al livello del mare . . . . $= g$
quella alla distanza $r + A - z$ dal centro della terra . . . . $= \varphi$
la simile alla distanza $r + A - z'$ . . . . $= \varphi'$

Con un ragionamento analogo ai precedenti, si ottiene immediatamente l'equazione differenziale $mR(\varphi dt - dv) - m' \frac{R' - R''}{2}(\varphi' dt - dv') = o$, ed insieme con essa l'altra equazione $2Rv' + (R' - R'')v = o$ per mezzo delle quali eliminando la quantità v' si ha

$$\left(mR\varphi - m' \frac{R' - R''}{2}\varphi\right)dt = \left(mR + m' \frac{(R' - R'')^2}{4R}\right)dv \text{ ; }$$

e riducendo questa equazione ad un' altra, nella quale s'incontrino solamente le due variabili z, v si avrà

$$\left\{\frac{mR}{(r + A - z)^2} - m' \frac{R' - R''}{2} \frac{1}{\left(r + A - C + \frac{R' - R''}{2R}z\right)}\right\} r^2 g dz$$

$$= \left(mR + m' \frac{(R' - R'')^2}{4R}\right) v dv,$$

ossia, ponendo per scriver breve $r + A$

$$= B, r + A - C = B', mR + m' \frac{(R'-R'')^2}{4R} = \ldots$$

$$= 2, \left\{ \frac{mR}{(B-z)^2} - m' \frac{R'-R''}{2} \cdot \frac{1}{\left(B' + \frac{R'-R''}{2R}\right)^2} \right\} r^2 g dz = a^2 v dv,$$ dalla quale, per esser separate le variabili ne deriva integrando

$$\frac{a^2v^2}{2} = C' + r^2 gR \left\{ \frac{m}{B-z} + \frac{m'}{B' + \frac{R'-R''}{2R} z} \right\}$$ essendo c' la costante introdotta con l'equazione. Questa costante si determini in guisa che quando $z = o$, sia $v = o$, e si avrà $C' = - r^2 gR\left(\frac{m}{B} + \frac{m'}{B'}\right)$, onde l'integrale trovato diventerà

$$\frac{a^2v^2}{2} = r^2 gR \left\{ m\left[\frac{1}{B-z} - \frac{1}{B}\right] + m'\left[\frac{1}{B' + \frac{R'-R''}{2R} z} - \frac{1}{B'}\right] \right\}.$$ Trovata così la velocità del corpo P alla fine di qualunque spazio, la velocità v' dell'altro corpo Q si conosce dall'equazione $2Rv' + (R' - R'')v = o$, onde non rimane, che da trovare lo spazio z in funzione del tempo. Per questo si osservi che l'ultima equazione tra z e v si può scrivere in quest'altra maniera

$$v^2 = \frac{2r^2 gR}{a^2 BB'} \cdot \frac{\left(mB'^2 - m'B^2 \frac{R'-R''}{2R}\right) z + (mB' + m'B) \frac{R'-R''}{2R} z^2}{BB' + \left(B \frac{R'-R''}{2R} - B'\right) z - \frac{R'-R''}{2R} z^2},$$ ossia ponendo $2 \frac{r^2 gR}{a^2 BB'} = \beta$, $BB' = a$, $B\frac{R'-R''}{2R} - B' = b$, $\frac{R'-R''}{2R} = c$,

$mB'^2 - m'B^2 \frac{R'-R''}{2R} = b'$, $(mB' + m'B)\frac{R'-R''}{2R} = c'$, $v^2 = \alpha \frac{b'z + c'z^2}{a + bz - cz^2}$,

e quindi $v = \sqrt{\beta} \frac{\sqrt{b'z + c'z^2}}{\sqrt{a + bz - cz^2}} = \frac{dz}{dt}$, donde si ricava

$$dt = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \cdot \frac{dz\sqrt{a + bz - cz^2}}{\sqrt{b'z + c'z^2}},$$ la quale integrata dovrebbe dare la relazione tra t e z. Questa equazione però non ammette integrazione in termini finiti.

Coroll. Prima di abbandonare questo Problema non rincresca di discendere ad un caso particolare. Sia per questo $R' - R'' = o$; è chiaro che in questo caso il corpo Q resterà sempre al suo posto, e che l'altro P discenderà come se fosse perfettamente libero. D'altronde introdotta la condizione $R' - R'' = o$ nelle formole precedenti si avrà $b = -B', c = o, b' = mB'^2, c' = o$, β, a conservando i medesimi valori di prima: quindi si avrà $v^2 = \beta z \frac{b'}{a + bz}$, e $dt = \frac{1}{\sqrt{\beta}} . dz \frac{\sqrt{a+bz}}{\sqrt{b'z}}$, donde ponendo per a, b, b', β i suoi valori si avrà primieramente

$v^2 = \frac{2r^2 gR}{a^2 BB'} . \frac{mB'^2 z}{BB' - B'z} = \frac{2r^2 gR}{a^2 B} . \frac{mz}{B - z}$, e ricordandosi che $a^2 = mR$

$\frac{m'(R' - R'')^2}{4R} = mR$ (a motivo di $R' - R'' = o$) si avrà in fine

$v^2 = \frac{2r^2 gR}{mRB} . \frac{mz}{B - z} = \frac{2r^2 g}{B} . \frac{z}{B - z}$. Similmente essendo $dt = \frac{1}{\sqrt{\beta}} dz \frac{\sqrt{a+bz}}{\sqrt{b'z}}$, fatte le medesime sostituzioni si avrà

$dt = \frac{a \sqrt{BB'}}{r \sqrt{2gR}} dz \frac{\sqrt{BB' - B'z}}{B' \sqrt{mz}} = \frac{a \sqrt{B}}{r \sqrt{2gB}} . \frac{\sqrt{B - z}}{\sqrt{m} \sqrt{z}} dz$ ossia ponendo in vece

$a, \sqrt{mR}, dt = \frac{\sqrt{mR} \sqrt{B} . \sqrt{B}}{r \sqrt{2gR} \sqrt{m} \sqrt{z}} dz = \frac{1}{r} . \sqrt{\frac{B}{2g}} . \frac{\sqrt{B - z}}{\sqrt{z}} dz$, ovvero ancora

$dt = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{B}{2g}} . \frac{B - z}{\sqrt{Bz - z^2}} dz$. Pertanto le equazioni, che rappresentano in questo caso le leggi del movimento saranno le due trovate, cioè

$v^2 = \frac{2r^2 g}{B} . \frac{z}{B - z}$, $dt = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{B}{2g}} . \frac{B - z}{\sqrt{Bz - z^2}} dz$, le quali sono appunto le stesse di quelle, che s'incontrano in molti autori, per rappresentare il movimento di un corpo, il quale liberamente cada in virtù della gravità agente sopra di esso in ragion in versa dei quadrati delle distanze: integrata pertanto la 2.ª equazione, e determinata la costante in modo, che quando $t = o$, sia $z = o$ si avranno le leggi della caduta libera del corpo espresse dalle due equazioni $v^2 = \frac{2r^2 g}{B} . \frac{z}{B - z}$,

$t = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{B}{2g}} \left\{ \sqrt{Bz - z^2} + \frac{B}{2} \text{Arc cos.} \frac{B - 2z}{B} \right\}$, ossia sostituendo $r + A$ in vece di B, $v^2 = \frac{2r^2 g}{r + A} . \frac{z}{r + A - z}$,

$$t = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{r + A}{2g}} \left\{ \sqrt{(r + A) z - z^2} + \frac{r + A}{2} \text{Arc. cos.} \frac{r + A - 2z}{r + A} \right\}.$$

Osservaz. Se si voglia conoscere la velocità, che ha il corpo, quando arriva al livello del mare, basterà sostituire A in vece di z nell'ultimo valore di v^2, e si avrà $v^2 = \frac{2r^2g}{r+A} \cdot \frac{A}{r}$. Trovata questa espressione della velocità del corpo al livello del mare si ponga ora, che A diventi infinitamente grande in confronto di r, cioè del raggio della terra, ed allora nè verrà $v^2 = 2rg$, ossia $v = \sqrt{2rg}$; dal qual risultamento si raccoglie, che se un corpo potesse arrivare al livello del mare, cadendo da un luogo infinitamente distante, eccitato dall'attrazione della terra stessa, e senza esser disturbato dagli altri corpi sparsi per l'universo, la velocità, che avrebbe alla superficie del mare sarebbe la stessa di quella, che acquisterebbe, se si facesse solamente cadere da un' altezza eguale al raggio terrestre, supponendolo animato da una forza costante, ed eguale alla forza di gravità allo stesso livello del mare.

Problema 10.° Dato un tornio a due cilindri di differente grossezza avviluppati in senso contrario da un filo, che abbraccia una carrucola mobile caricata al suo centro di un peso, mentre un altro pende da un filo avvolto alla ruota del tornio stesso. Supponendo questo tornio situato in una qualche profondissima miniera, si tratta di assegnare le leggi del moto dei due corpi avendo riguardo alla diversa forza di gravità, la quale, essendo la terra di costante densità, varia in ragion diretta delle distanze dal suo centro.

Risoluz. Immaginiamo, come nel Problema precedente, per l'asse del tornio condotto un piano parallelo al livello del mare, e per fissare l'idee supponiamo, che il corpo attaccato al filo, che si avvolge sulla ruota, parta dal punto, in cui questo piano taglia la ruota, ritenendo tutte le precedenti denominazioni, sia ora A la profondità del punto di partenza sotto il livello del mare; g la gravità al livello medesima; φ quella sotto il detto livello alla distanza $r - A - z$ dal suo centro; φ' la simile alla distanza $r - A - z'$

Ciò posto, le leggi del movimento saranno contenute nelle due equazioni

$$mR\,(\varphi dt - dv) - m'\,\frac{R' - R''}{2}\,(\varphi' dt - dv') = 0, \text{ e } 2\,Rv' + (R' - R'')\,v = 0.$$

dalla 1.ª delle quali si ottiene

$$\left(mR\,(r - A - z) - m'\,\frac{R' - R''}{2}\,(r - A - z') \right) \frac{gdt}{r}$$

$= \left(mR + m' \frac{(R' - R'')^2}{4R} \right) dv$. Si ponga come prima, $C - \frac{R' - R''}{2R} z$ in vece di z'; $\frac{dz}{v}$ per dt, e facendo $r - A = B$; $r - A - C = B'$; $mR + m' \frac{(R' - R'')^2}{4R} =$ $= a^2$ si avrà ancora $\left(mR\,(B - z) - m' \frac{R' - R''}{2} \left(B' + \frac{R' - R''}{2R} z\right)\right) dz =$ $+ \frac{r}{g} v dv$, che integrata darà $\frac{ra^2}{g} v^2 = C' - R \left(m\,(B - z)^2 + \right.$ $\left. + m'\,(B' + \frac{R' - R''}{2R} z)^2 \right)$ essendo C' la costante arbitraria introdotta con l'integrazione. Si determini ora questa costante in modo, che quando $z = o$, sia $v = o$, e si avrà $C' = R(mB^2 + m' B'^2)$, e però l'integrale trovato diventa

$\frac{ra^2}{g} v^2 = R \left(m\,[\,B^2 - (B - z)^2\,] + m'\,[\,B'^2 - (B' + \frac{R' - R''}{2R} z)\,] \right)$, ovvero

$\frac{ra^2}{gR} v^2 = 2z\,(mB - m'B' \frac{R' - R''}{2R}) - z^2\,(m + m' \frac{(R' - R'')^2}{4R^2})$, od anche

$\frac{ra^2}{2gR} v^2 = z\,(mB - m'B' \frac{R' - R''}{2R}) - \frac{z^2}{2}\,(m + m' \frac{(R' - R'')^2}{4R^2})$. Si faccia per abbreviare $\frac{ra^2}{2gR} = \beta$; $mB - m'B' \frac{R' - R''}{2R} = b$; $\frac{1}{2}\,(m + m' \frac{(R' - R'')^2}{4R^2} = c$, e l'ultima equazione si cambierà in quest'altra $\beta v^2 = bz - cz^2$, dalla quale si deduce $v = \frac{dz}{dt} = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \sqrt{bz - cz^2}$, ossia $dt = \sqrt{\beta}\, \frac{dz}{\sqrt{bz - cz^2}}$; e $t = C'' + \sqrt{\frac{r}{c}}\, Arc.\cos.\,(1 - \frac{2c}{b} z)$; ove C'' sarà la solita costante arbitraria introdotta con l'integrazione; la quale se si ponga, che quando $z = o$, sia $t = o$ dovrà determinarsi dall'equazione $o = C'' + \sqrt{\frac{\beta}{c}}.\, Arc.$ $\cos.\,1 = C''$, donde si avrà $C'' = o$, e però $t = \sqrt{\frac{\beta}{c}}\, Arc.\cos.\,(1 - \frac{2c}{b} z)$, od anche sostituendo per β, c, a^2 i valori precedenti, $t =$ $\sqrt{\frac{r}{g}}\, Arc.\cos.\,(1 - \frac{2c}{b} z)$. Pertanto la soluzione completa del Problema è contenuta nelle due equazioni $v = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \sqrt{bz - cz^2}$

$t = \sqrt{\frac{r}{g}}\,.\ Arc.\cos.\,(1 - \frac{2c}{b} z)$:

Nel por fine a questa Teorica si osservi 1°, che se deve aver luogo la soluzione, si richiede, che b sia maggiore di zero. Infatti essendo 6 una quantità sempre positiva, e $v = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \sqrt{bz - cz^2}$, se b fosse negativa il valore di v sarebbe immaginario. D'altra parte ricorrendo all'equazione differenziale da principio stabilita, si vede egualmente, che dovrà verificarsi la medesima condizione, perchè considerando in essa la quantità z prossimamente eguale a zero, come accade nei primi istanti del moto, non può l' incremento dv esser positivo, come debb'essere, giacchè si suppone che il corpo abbia solamente la libertà di abbassarsi sotto il punto di partenza, a meno, che non sia $6 > 0$.

2.° Risguardando il tornio situato al solito in una miniera, supponghiamo, che sotto di esso sia fatto un pozzo, dentro al quale i corpi P, e Q sostenuti dal tornio possano liberamente ascendere e discendere. Sia poi questo pozzo senza fondo; cioè fatto in modo, ch' esso passi per il centro della terra, e che si estenda al di là sempre in linea retta sino alla superficie terrestre. Ritenendo, che i fili siano perfettamente flessibili, senza grossezza, senza gravità, e che si avvolgano attorno i cilindri e la ruota con infiniti giri, vogliasi conoscere fino a qual punto discende il corpo P, ed il tempo che impiega per aggiungerlo, nell' ipotesi, che quando esso è giunto a questo punto l'altro Q... siasi innalzato fino a toccare il tornio. Per questo è chiaro, che converrà far uso delle due equazioni precedentemente stabilite, cioè

$v = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \sqrt{bz - cz^2}$, $t = \sqrt{\frac{r}{g}}$ Arc. cos. $\left(1 - \frac{2c}{b} z\right)$, e dalla prima ponendo $v = 0$ si avrà $z = 0$, $z = \frac{b}{c}$, dei quali valori di z il primo determina evidentemente il punto di partenza del corpo P, e l'altro il punto d'arrivo, che si era domandato; ponendo poi nella seconda equazione $\frac{b}{c}$ in vece di z si avrà subito $t = \sqrt{\frac{r}{g}}$ Arc. cos. $(1 - 2) = \pi\sqrt{\frac{r}{g}}$, il qual risultamento manifesta, che qualunque siano le masse dei corpi, qualunque i raggi dei cilindri e della ruota del tornio, e qualunque la distanza di quella macchina dal centro della terra, il tempo che impiega il corpo P nel discendere fino al punto più basso di sua corsa sarà sempre lo stesso. Inoltre siccome si vuole, che quando il corpo P

è giunto al luogo più basso di sua corsa, l'altro Q tocchi il tornio, così si potrà determinare la costante.

3.° Ritenendo l'ipotesi fatta nell'osservazione precedente è facile di vedere, che il corpo P dopo disceso al punto più basso di sua corsa, rimonterà in seguito al punto da cui prima era partito, ove giunto tornerà a discendere continuando a fare nella stessa guisa delle oscillazioni isocrone. Per persuadersene convien osservare, che le forze applicate al tornio tendono da principio a far discendere il corpo P fino ad un certo punto della sua corsa, dopo del quale di positive ch'erano diventano negative. Per trovare questo punto basterà ricorrere all'equazione differenziale stabilita nella proposizione, e facilmente si vedrà, che esso sarà determinato dall'equazione

$$m\,R\left(B - z\right) - m'\,\frac{R' - R''}{2}\left(B' + \frac{R' - R''}{2\,R}\,z\right) = 0$$ dalla quale si trae

$$z = \frac{m\,B - m'\,B'\,\dfrac{R'-R''}{2R}}{m + m'\,\dfrac{(R'-R'')^2}{4R^2}} = \frac{b}{2c},$$ e da cui ne deriva, che il punto cercato, ove le forze di positive divengono negative, si trova alla metà della corsa del corpo P; d'altra parte poi si vede ancora, che in quello stesso punto la velocità è massima, imperocchè dall'equazione

$v = \frac{1}{\sqrt{\beta}}\sqrt{bz - cz^2}$ differenziata si ottiene $\frac{dv}{dz} = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \cdot \frac{b - 2\,c\,z}{2\sqrt{bz - cz^2}}$, la quale posta eguale a zero dà $z = \frac{b}{2c}$, dal che si raccoglie, che alla metà della corsa del corpo P la velocità è massima. Ora se in questo punto la velocità è massima; e se dopo questo punto le forze tendono sempre a far salire il corpo P, ne viene necessariamente, che giunto al termine della sua corsa, in virtù delle forze ritardatrici rimonterà per la strada, che avea battuta discendendo, ed elevatosi allo stesso punto di mezzo avrà acquistata la velocità medesima di prima, onde in virtù di essa potrà però ascendere fino al punto di sua partenza. Giunto poi a questo punto è evidente, che il corpo tornerà a discendere, e movendosi sempre nella stessa guisa farà delle oscillazioni isocrone, in ciascuna delle quali impiegherà un tempo $t = \pi\sqrt{\frac{r}{c}}$.

4.° Il tempo $t = \pi \sqrt{\frac{r}{g}}$ è quello, che impiegherebbe un corpo lasciato cadere dal livello del mare dentro un pozzo senza fondo che passasse per il centro della terra, e terminasse dall'altra parte alla sua superficie; imperocchè si vede chiaramente, che le leggi del moto di questo corpo sarebbero le stesse di quelle del tornio supposto collocato sopra il pozzo allo stesso livello del mare, e che i due cilindri fossero di ugual grossezza; ossia supponendo $A = o$, $R' - R'' = o$: ma introdotte queste modificazioni nelle formole precedenti esse non cambiano il valore di $t = \pi \sqrt{\frac{r}{g}}$, donde si conchiuderà, che il tempo impiegato dai corpi a fare un'oscillazione, essendo il tornio, che li sostiene collocato in una miniera sopra un pozzo senza fondo, è uguale a quello, che impiegherebbe un corpo, che avesse la libertà di traversare la mole terrestre in linea retta, e per il suo centro. Pertanto si concluderà, che avendo un tornio disposto in qualunque modo in una miniera, sopra un pozzo senza fondo, i corpi da esso sostenuti faranno delle oscillazioni, in ciascuna delle quali impiegheranno $42', 12''$ prossimamente.

Fig.^e 1.^e

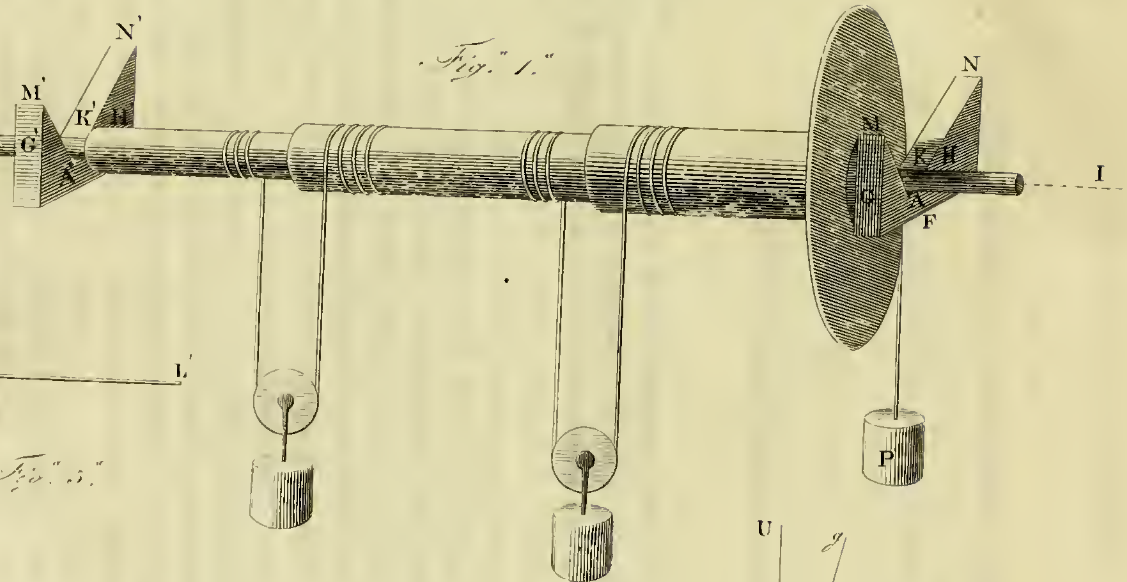
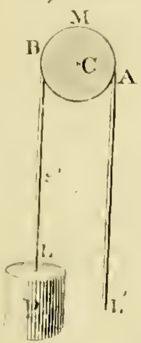


Fig.^e 4.^e



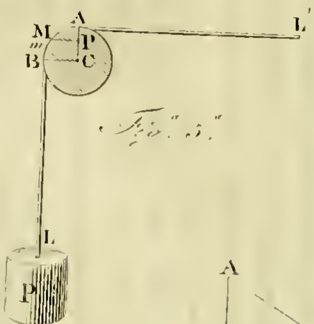


Fig.^e 5.^e

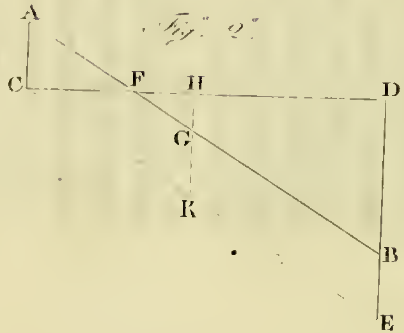


Fig.^e 2.^e

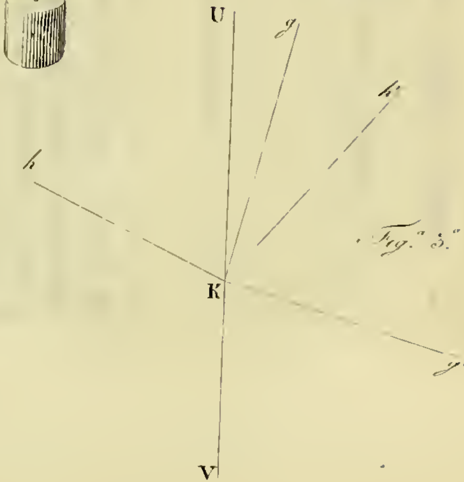


Fig.^e 3.^e

TAVOLE GENERALI

DI ABERRAZIONE E NUTAZIONE DELLE FISSE

IN ASCENSION RETTA, E IN DECLINAZIONE.

DELL' ABATE

FRANCESCO BERTIROSSI - BUSATA.

Nella costruzione delle Tavole seguenti non ebbi in mira di dare alla luce una cosa nuova, o superiore a tutte le altre di questo genere, ma bensì di alleggerire, per quanto mi sembrò potersi conciliare e coll'aumento non inutile delle Tavole medesime e colla loro disposizione, le fatiche degli Astronomi i quali hanno sempre bisogno di passare dai luoghi veri ai luoghi apparenti degli Astri, e da questi a quelli, ciò che reca noia e perdimento di tempo dovendosi ad ogni tratto ricalcolare le medesime formule. Non negherò che vi siano a tal uopo delle Tavole molto estese, ma desse sono semplicemente particolari, e le Tavole generali che abbiamo fino ad ora non sembrami (a cagione della loro ristrettezza) che siano atte a dispensare il calcolatore da una gran parte del tedio che portano seco gli argomenti e gli angoli ausiliarj che vi s'introducono; per lo che mi sono accinto ben volentieri a dar loro tutta quella estensione che mi parve conveniente unitamente a quella precisione che si richiede in tempi in cui l'Astronomia, mercè i lavori e fatiche di quelli che con tanto onore di questo secolo la professano, è giunta ad un grado di perfezione così eminente che poco si può desiderare di più. Lungi pertanto dal pretendere che le Tavole che offro siano (come dissi) in tutto migliori delle altre, o prive intieramente d'incomodo, mi contenterò solamente che possano venir giudicate adorne di qualche vantaggio e facilità in confronto di quelle che possediamo. E se questo lavoro, come oso sperare, non riuscirà discaro agli Astronomi, mi crederò bastantemente soddisfatto della mia opera. Eccone frattanto la disposizione e i fondamenti.

Vogliasi, a cagione d'esempio, conoscere l'Aberrazione in Ascension Retta, e in Declinazion di una Stella qualunque per un dato momento. Si prenda il luogo del Sole per quel dato tempo nella colonna verticale delle Tavole segnata *Long.* $\odot$, e si prosegua orizzontalmente fino alla colonna che porta in fronte l'Ascension Retta della Stella, il numero ivi notato diviso pel coseno della Declinazion della Stella medesima darà l'Aberrazione totale in Ascension Retta senza bisogno di altro. Faciasi lo stesso per trovare la prima parte dell'Aberrazione in Declinazione moltiplicando il numero ivi segnato pel seno della Declinazione stessa. Per aver poi la seconda parte, ho collocato in fine una Tavoletta con doppio argomento, in cui il numero preso si deve moltiplicare pel coseno della declinazione, fattore che ha servito per trovare l'Aberrazione in Ascension Retta. Riguardo all'esattezza delle Tavole da me costruite, dirò semplicemente, ch'esse sono state calcolate sulle formule seguenti che si trovano nella grande Astronomia del Ch. signor Delambre, Tom. III. pag. 115; cioè

$$20''.253\,\frac{\left(\overline{\text{sen.}\tfrac{1}{2}\omega}^{\,2}.\cos.(AR+\odot)-\overline{\cos.\tfrac{1}{2}\omega}^{\,2}.\cos.(AR-\odot)\right)}{\cos.D.}$$

per l'Aberrazione in Ascension Retta. Dove AR indica l'Ascension Retta della Stella, ω l'obbliquità dell'Ecclittica, $\odot$ la Longitudine del Sole, D la Declinazione pur della Stella. Ho creduto bene ancora di aggiungervi la parte dipendente dall'Eccentricità dell'Orbita Terrestre, di cui non si è fatto conto nelle altre Tavole generali ad eccezione di quelle del Ch. signor Barone di Zach, le quali contengono a parte una Tavoletta, il di cui argomento è l'anomalia media del Sole. L'espressione della parte dipendente da detta Eccentricità è la seguente:

$$0''.34\,\frac{\left(\overline{\text{sen.}\tfrac{1}{2}\omega}^{\,2}.\cos.(AR+\pi)-\overline{\cos.\tfrac{1}{2}\omega}^{\,2}\cos.(AR-\pi)\right)}{\cos.D.}$$

essendo π il luogo del Perielio della Terra. Questa quantità non sembra doversi ommettere qualora si tratti d'impiegare molta esattezza e precisione nel calcolo, e specialmente quando la Declinazione sia molto forte. Ancora per isfuggire l'inesattezza ho giudicato conveniente di calcolare le mie Tavole con tre decimali seguendo in ciò l'esempio del soprallodato Ch. signor Zach, ma coll'estenderle all'incirca quattro volte di più delle sue. L'obbliquità dell'Ecclittica da me impiegata è 23.° 28′ con che la formola d'Aberrazione in Ascension Retta soprannotata diventa la seguente:

$$\frac{0''.83754.\cos.(AR+☼)-19''.416.\cos.(AR-☼)}{\cos.D.}$$

Facciasi ora variare l'obbliquità dell'Ecclittica di un minuto, e sia $\omega = 23.° 27'$, la formula superiore si cangerà nella seguente:

$$\frac{0''.83637.\cos.(AR+☼)-19''.417.\cos.(AR-☼)}{\cos.D.}$$

sottraendo la seconda dalla prima si avrà:

$$\frac{0''.00117.\cos.(AR+☼)+0''.001.\cos.(AR-☼)}{\cos.D.}$$

e questa sarà la differenza per un minuto di variazione nell'obbliquità dell'Ecclittica. Si vede che il *Maximum* di questa espressione corrisponde agli archi $AR+☼=0$ e $AR-☼=0$ simultaneamente, divenendo in allora $\frac{0.''00217}{\cos.D}$, nel qual caso se la Declinazione della Stella fosse presso ai 90°, per esempio, a 89.° 50, il massimo error delle Tavole in questa combinazione giungerebbe solamente a 0″.75; ma siccome detta variazione (a cui d'altronde è facile rimediare) non avrà luogo che nell'anno 1908, così si può servirsene per circa un secolo intiero senza correzione.

La formola poi d'Aberrazione in Declinazione è questa:

$$20''.253\left(\overline{\cos.\tfrac{1}{2}\omega}^{2}.\,\text{sen.}(AR-☼)-\overline{\text{sen.}\tfrac{1}{2}\omega}^{2}.\,\text{sen.}(AR+☼)\right)\text{sen.}D.$$

e supposta l'obbliquità dell'Ecclittica 23.° 28′ come sopra, diventa la seguente:

$$\left(19''.416.\,\text{sen.}(AR-☼)-0.83754.\,\text{sen.}(AR+☼)\right)\text{sen.}D.$$

e facendo variare anche qui l'obbliquità dell'Ecclittica di un minuto essa si cangerà in quest'altra:

$$\left(19''.417.\,\text{sen.}(AR-☼)-0''.83637.\,\text{sen.}(AR+☼)\right)\text{sen.}D.$$

sottraendo la seconda dalla prima si otterrà:

$$\left(-0''.001 \,.\, \text{sen.}(AR - ☼) - 0''.00117 \,.\, \text{sen.}(AR + ☼)\right) \text{sen.}\, D.$$

e qui si vede che l'errore è molto più piccolo che nella precedente. Anche all'Aberrazione in Declinazione ho aggiunta la parte dipendente dall'Eccentricità che non trovasi nelle altre Tavole, e la di cui espressione è:

$$0''.34 \left(\overline{(\cos.\tfrac{1}{2}\omega}^{2}.\, \text{sen.}(AR + \pi) - \overline{\text{sen.}\tfrac{1}{2}\omega}^{2}.\, \text{sen.}\,(AR - \pi) \right) \text{sen.}\, D.$$

essendo, come dissi, π il luogo del Perielio della Terra.

La costruzione e la disposizione delle Tavole di Nutazione è la medesima che quella delle precedenti di Aberrazione. Le formule sono le seguenti:

Prima Parte della Nutazione in Ascension Retta

$$\left(-1''.2268.\, \cos.(AR + ☊) - 8''.3732.\, \cos.(AR - ☊)\right) \text{tang.}\, D.$$

Seconda Parte: $-16''.462.\, \text{sen.}\, ☊.$

Nutazione in Declinazione

$$8''.3732.\, \text{sen.}(AR - ☊) + 1''.2268.\, \text{sen.}(AR + ☊)$$

essendo ☊ la Longitudine del Nodo della Luna. Ridotte in Tavole queste formule, si ottiene la prima parte della Nutazione in Ascension Retta entrando nella colonna verticale col luogo del Nodo, e proseguendo orizzontalmente sino alla colonna che porta in fronte l'Ascension Retta della Stella proposta, come si fece per l'Aberrazione, moltiplicando il numero ivi notato per la tangente della Declinazione della Stella. Si avverta che le Declinazioni Australi si prendono sempre negativamente, e le Boreali positivamente, e ciò intendasi anche per l'Aberrazione. La seconda parte della Nutazione, così pure la Nutazione in Declinazione si trovano distese senza bisogno di altro calcolo. In fine ho aggiunta una Tavoletta per la Nutazione solare presa dalle Effemeridi di Milano.

Passiamo agli esempj.

Vogliasi l'Aberrazione in Ascension Retta e in Declinazione di α di Boote pel giorno 2 luglio 1811 a mezzodì, essendo la Longitudine del Sole = 3.° 9'. 56", l'Ascension Retta media della Stella per quel giorno 211.° 45'. 56", 82; la Declinazione 20.° 10'. 21", 94 Boreale. Entrando col luogo del Sole nella colonna verticale delle Tavole a 3.^{5} 0°, di fronte alla colonna che porta 210° di Ascension Retta si trova il numero + 10″. 127. La parte proporzionale per 1.° 45′. 56″, 82 è + 0″. 535, e quindi il numero per l'Ascension Retta 211°. 45′. 55″, 82 essendo il Sole a 3.^{5} 0°, sarà + 10″. 662. Entrando ancora col luogo del Sole 3.^{5} 10° si trova il numero competente per 211.° 45′. 58″ della Stella + 7″. 756; differenza = — 2″. 906. Parte proporzionale per 9.° 36 del luogo del Sole = — 2″. 790 che sottratta da + 10″. 662 si ottiene + 7″. 872. Questo numero diviso pel coseno della Declinazione della Stella = 0. 939, dà per totale aberrazione della Stella in Ascension Retta + 8″. 385. Colle Tavole di Gauss si trova + 8″. 390. Similmente per l'Aberrazione in Declinazione si trova (fatta la parte proporzionale) il numero per l'Ascension Retta 211. 54. 57, essendo il Sole a 3.^{5} 0° = + 17″. 218, e col luogo del Sole 3.^{5} 10.° = + 18″. 665. La differenza è + 1″. 437; parte proporzionale per 9.° 36′ = + 1″ 380 che aggiunta a + 17″. 218. dà 18″. 598, il qual numero moltiplicato pel seno della Declinazione = 0.345 farà conoscere la prima parte dell'Aberrazione in Declinazione = + 6″, 416 Il Numero per la seconda parte si prende con una semplice proporzione nella Tavoletta in fine, ed è + 1″. 344 che moltiplicato pel coseno della Declinazione 0. 939, già sopra trovato, dà la seconda parte di Aberrazione + 1″. 262, a cui aggiungendo la prima = 6″, 416 si ha la totale Aberrazione in Declinazione = + 7″. 678. Colle Tavole di Gauss si trova per la medesima Stella + 7″. 667. Non ho aggiunto la parte dipendente dall'Eccentricità affinchè si potesse meglio vedere l'accordo delle mie Tavole con quelle del signor Gauss, ma in qualunque caso egli è facilissimo di tenerne conto osservando le regole scritte a piedi delle colonne delle Tavole stesse.

Entrando similmente col luogo del Nodo 5.^{5} 20.° 52′ nelle Tavole di Nutazione si trova che all'Ascension Retta 211. 45. 57 corrisponde il numero — 7″. 451 il quale moltiplicato per la tangente della Declinazione 0. 3674, dà la prima parte della Nutazione in *AR* = — 2″. 737; la seconda parte che si trova nella Tavola in fine è — 2″. 612; sommando queste due parti, e correggendo la somma colla Nutazione Solare + 0″. 19 si ha la Nutazione totale in Ascension Retta = — 5″. 159. colle Tavole di Gauss si trova — 5″. 195. In simil guisa col luogo Nodo si trova la Nutazione in Declinazione, la quale per 211.° 45′. 57″ d'Ascension Retta è $+ 5''.946$; aggiungendo anche a questa la Nutazione Solare $+ 0''.1$ si ha la Nutazione della Stella in Declinazione $= + 6''.046$. Colle Tavole di Gauss si trova $+ 5''.983$; Differenza $0''.063$ —

Si domanda, per secondo esempio, l'Aberrazione e la Nutazione in Ascension Retta e Declinazione di β della Lepre pel giorno primo di gennaio 1811 nel qual giorno il luogo del Sole è $9.^s\ 10.^o\ 14'$, il luogo del Nodo $6.^s\ 0.^o\ 29'$; l'Ascension Retta media della Stella $= 80.^o\ 2'.14'',06$; la Declinazione $20.^o\ 55'.\ 5'',09$ Australe. Col luogo del Sole $9.^s\ 10.^o\ 0'$ e di fronte a 80^o di Ascension Retta si trova il numero $+ 19.''\ 083$, che colle parti proporzionali dovute a $2'$ d'Ascension Retta e a $14'$ pel luogo del Sole diventerà $+ 19''.073$, il qual numero di secondi diviso pel coseno della Declinazione $20.^o\ 55.'$, dà la totale Aberrazione in Ascension Retta $= + 20''\ 421$.

Parimente collo stesso luogo del Sole, e colla medesima Ascension Retta della Stella (fatte le piccole parti proporzionali) si trova il numero di secondi $+ 6'',714$ che moltiplicati pel seno della Declinazione, danno la prima parte dell'Aberrazione in Declinazione $= - 2''.397$; la seconda parte si trova in fine col mezzo di una semplice proporzione è $= - 1''.434$; e quindi la totale Aberrazione in Declinazione $= - 3''.831$. Colle Tavole di Gauss si trova l'Aberrazione in Ascension Retta $+ 20''.408$, l'Aberrazione in Declinazione $- 3''.732$. Indi col luogo del Nodo $6.^s\ 0.^o\ 29'$ e coll'Ascension Retta soprannotata entrando nelle Tavole di Nutazione si trova il numero $+ 1''.721$, il quale moltiplicato per la tangente della Declinazione dà la prima parte della Nutazione $= - 0''.658$; la seconda parte che si trova distesa nella Tavola in fine col luogo del Nodo è $+ 0''.143$. La Nutazione solare prima e seconda parte $+ 0''.264$; e quindi la Nutazione totale in Ascension Retta $= - 0''.251$. Colle Tavole di Gauss si trova $- 0''.397$. E finalmente col luogo del Nodo $6.^s\ 0^o$ e coll'Ascension Retta si trova per la Nutazione in Declinazione $+ 9''.455$; parte proporzionale per $29'$ del luogo del Nodo $= - 0''.018$. Nutazione Solare $= - 0''.41$ e perciò la totale Nutazione in Declinazione $= + 9''.027$. Col mezzo delle Tavole di Gauss si ha $+ 9''.081$.

ABERRAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☼	AR = 0° 180	2° 182	4° 184	6° 186	8° 188	10° 190	12° 192	14° 194	16° 196
$0^s\ 0°\ 6^s$	− 18″,578 +	− 18″,567 +	− 18″,533 +	− 18″,476 +	− 18″,398 +	− 18″,296 +	− 18″,172 +	− 18″,026 +	− 17″,858 +
10	18,296	18,407	18,496	18,563	18,607	18,629	18,627	18,603	18,556
20	17,458	17,689	17,898	18,086	18,252	18.396	18,517	18,615	18,690
$1^s\ 0°\ 7^s$	16,089	16,433	16,757	17,059	17.342	17.603	17.844	18,061	18,257
10	14,231	14,678	15,106	15,514	15,9c5	16,276	16,627	16,959	17,269
20	11,942	12,476	12,995	13,498	13,985	14,454	14,907	15.341	15,755
$2^s\ 0°\ 8^s$	9,289	9,950	10,490	11,071	11,640	12,194	12,733	13,256	13,763
10	6,355	7.c14	7,666	8,308	8,941	9,563	10,172	10,769	21,356
20	− 3,226 +	3,920	4,609	5,294	5,971	6,641	7,703	7,955	8,599
$3^s\ 0°\ 9^s$	+ 0,000 −	− 0,707 +	− 1,412 +	− 2,118 +	− 2,819 +	− 3,516 +	4,211	4,900	5,583
10	+ 3,226 −	+ 2,528 −	+ 1,827 −	+ 1,123 −	+ 0,419	− 0,286 +	− 0,992 +	− 1,695 +	2,397 +
20	6,355	5,686	5,014	4,33c	3,644	+ 2,952	+ 2,258 −	+ 1,561 −	+ 0,862 −
$4^s\ 0°\ 10^s$	9,289	8,671	8,043	7,405	6,757	6,1c3	5,440	4,770	4,095
10	11,942	11,394	10,830	10,255	9,667	9,c66	8,455	7,833	7,203
20	14,231	13,759	13,288	12,793	12,282	11,755	11,215	10,659	10,092
$5^s\ 0°\ 11^s$	16,089	15,727	15,343	14,943	14,523	14,086	13,632	13,161	12.674
10	17,458	17,205	16,932	16,638	16,324	15,989	15,636	15,263	14,872
20	18,296	18,072	18,006	17,828	17.629	17,407	17,165	16,901	16,618

ABERRAZIONE IN DECLINAZIONE

$0^s\ 0°\ 6^s$	− 0″,000 +	+ 0″,649 −	+ 1″,296 −	+ 1″,942 −	+ 2″,585 −	+ 3″,226 −	+ 3″,863 −	+ 4″,494 −	+ 5″,121 −
10	3,516	− 2,876 +	− 2,233 +	− 1,585 +	− 0,937 +	− 0,286 +	+ 0,364 −	+ 1,013 −	+ 1,663 −
20	6,927	6,314	5,693	5,064	4,430	3,790	− 3,146 +	− 2,497 +	− 1,846 +
$1^s\ 0°\ 7^s$	10,127	9,559	8,979	8,389	7,789	7,179	6,560	5,934	5,299
10	13,018	12,514	11,994	11,459	10,911	10,350	9,775	9,189	8,591
20	15,515	15,079	14,644	14,181	13,702	13,205	12,693	12,165	11,622
$2^s\ 0°\ 8^s$	17,539	17,205	16,849	16,473	16,077	15,660	15,226	14,771	14,301
10	19,032	18,799	18,542	13,264	17,962	17,639	17,294	16,929	16,544
20	19,946	19,820	19,672	19,500	19,303	19,083	18,839	18,578	18,284
$3^s\ 0°\ 9^s$	20,254	20,241	20,204	20,142	20,055	19,946	19,810	19,652	19,468
10	19,946	20,045	20,122	20,173	20,201	20,203	20,181	20,133	20,062
20	19,032	19,243	19,429	19.592	19,730	19,846	19,937	20,003	20,046
$4^s\ 0°\ {}^s$	17,539	17,853	18,145	18,415	18,662	18,887	19,088	19,265	19,421
10	15,515	15,922	16,311	16,678	17,025	17,352	17,659	17,943	18,205
20	13,018	13,508	13,979	14,434	14.873	15,292	15,693	16,075	17,437
$5^s\ 0°\ 11^s$	10,127	10,672	11,224	11,753	11,268	12,766	13,251	13,718	14,169
10	6,927	7,532	8,128	8,714	9,289	9,853	10,406	10,945	11,470
20	3,516	4,154	4,785	5,410	6,029	6,641	7,244	7,839	8,423
Costante d'aggiung. all'Asc.ret.	− 0″,054	− 0″,042	− 0″,031	− 0″,019	− 0″,007	+ 0″,005	+ 0″,017	+ 0″,028	+ 0″,040
Costante d'aggiung. alla Decl.	+ 0″,335	+ 0″,336	+ 0″.338	+ 0″,338	+ 0″,338	+ 0″,339	+ 0″,339	+ 0″,338	+ 0″,337

ABERRAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long del ☼	AR = 18° 198	20° 200	22° 202	24° 204	26° 206	28° 208	30° 210	32° 212	34° 214
0ˢ 0° 6ˢ 10 20	− 17,669 + 18,488 18,744	− 17,458 + 18,396 18,774	− 17,225 + 18,281 18,782	− 16,972 + 18,145 18,766	− 16,698 + 17,985 18,727	− 16,404 + 17,806 18,667	− 16,089 + 17,603 18,583	− 15,755 + 17,300 18,475	− 15,402 17,135 18,347
1ˢ 0° 7ˢ 10 20	18,431 17,553 16,151	18,543 17,826 16,548	18,711 18,073 16,884	18,817 18,297 17,220	18,900 18,498 17,534	18,960 18,677 17,828	18,997 18,835 18,100	19,011 18,968 18,350	19,001 19,078 18,576
2ˢ 0° 8ˢ 10 20	14,255 11,924 9,232	14,728 12,480 9,853	15,184 13,021 10,463	15,620 13,545 11,060	16,038 14,054 11,643	16,436 14,546 12,212	16,814 15,018 12,766	17,172 15,474 13,306	17,509 15,911 13,828
3ˢ 0° 9ˢ 10 20	6,259 − 3,095 + − 0,162 −	6,926 3,790 0,538 +	7,587 4,451 − 1,233 +	8,238 5,165 − 1,936 +	8,878 5,544 − 2,631 +	9,508 6,516 3,324	10,127 7,178 4,013	10,733 7,833 4,697	11,325 8.479 5,375
4ˢ 0° 10ˢ 10 20	3,415 6,563 9,512	+ 2,729 − 5,915 8,921	+ 2,042 − 5,261 8,318	+ 1,351 − 4,599 7,706	+ 0,660 − 3,932 7,084	− 0,032 + + 3,260 − 6,454	− 0,725 + + 2,584 − 5,815	− 1,416 + + 1,905 − 5,171	− 2,107 + + 1,224 − 4,519
5ˢ 0° 11ˢ 10 20	12,173 15,463 16,314	11,655 14,035 15,989	11,124 13,592 15,646	10,579 13.131 15,283	10,022 12,654 14.903	9,452 12,163 14,503	8,870 11,655 14,086	8,278 11,134 13,652	7,676 10,599 13,201

ABERRAZIONE IN DECLINAZIONE

Long del ☼	AR = 18° 198	20° 200	22° 202	24° 204	26° 206	28° 208	30° 210	32° 212	34° 214
0ˢ 0° 6ˢ 10 20	+ 5,741 − + 2,309 − − 1,194 +	+ 6,354 − + 2,952 − − 0,538 +	+ 6,959 − 3,593 + 0,118 −	+ 7,556 − 4,229 + 0,772 −	+ 8,144 − 4,860 + 1,427 −	+ 8,772 − 5,484 + 2,080 −	+ 9.289 − 6,102 + 2,729 −	+ 9,845 − 6,713 + 3,377 −	+ 10,389 − 7,315 4,019
1ˢ 0° 7ˢ 10 20	4,659 7,983 11,066	4,013 7,365 10,495	− 3,362 + 6,739 9,912	− 2,707 + 6,105 9,316	− 2,048 + 5,462 8,710	− 1,388 + 4,814 8,092	− 0,725 + 4,158 7,465	− 0,061 + 3,499 6,829	+ 0,601 − − 2,834 + 6,185
2ˢ 0° 8ˢ 10 20	13,811 16,137 17,972	13,305 15,711 17,639	12,782 15,266 17,284	12,245 14,801 16,909	11,692 14,320 16,513	11,126 13,821 16,097	10,546 13,305 15,660	9,952 12,772 15,206	9,346 12,225 14,731
3ˢ 0° 9ˢ 10 20	19,263 19,966 20,064	19,032 19,846 20,058	18,779 19,701 20,026	18,502 19,533 19,970	18,204 19,341 19,891	17,882 19,126 19,787	17,539 18,887 19,659	17,175 18,624 19,407	16,790 18, 39 19,331
4ˢ 0° 10ˢ 10 20	19,551 18,446 15,779	19,659 18,664 17,100	19,743 18,859 17.402	19,801 19,030 17,682	19,836 19,180 17,940	19,848 19,305 18,176	19,835 19,407 18,390	19,797 19,486 18,582	19,735 19,540 18,752
5ˢ 0° 11ˢ 10 20	14,603 11,982 8,998	15,018 12,480 9,563	15,417 12,963 10,115	15,796 13,429 10,654	16,154 13,878 11,181	16,494 14,312 11.694	16,814 14,728 12,194	17,114 15,126 12,678	17,397 15,505 13,146
Costaote d'aggiung. all'Asc.ret.	+ 0,052	+ 0,064	+ 0,075	+ 0.087	+ 0,098	+ 0,109	+ 0,120	+ 0,131	+ 0,142
Costante d'aggiung. alla Decl.	+ 0,335	+ 0,333	+ 0,331	+ 0,328	+ 0,325	+ 0,321	+ 0,317	+ 0,313	+ 0,308

ABERRAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☉	AR = 36° 216	38° 218	40° 220	42° 222	44° 224	46° 226	48° 228	50° 230	52° 232
0^s 0° 6^s	−15,030 +	−14,640 +	−14,195 +	−13,807 +	−13,364 +	−12,905 +	−12,432 +	−11,942 +	−11,441 +
10	16,869	16,583	16,276	15,949	15,604	15,240	14,856	14,454	14,036
20	18,195	18,022	17,826	17,609	17,370	17,110	16,829	16.528	16,206
1^s 0° 7^s	18,968	18,913	18,835	18,732	18,608	18,461	18,292	18,100	17,886
10	19,165	19,230	19,271	19,288	19,260	19,251	19,198	19,121	19,020
20	18,781	18,962	19,121	19,256	19,467	19,456	19,521	19,561	19,528
2^s 0° 8^s	17,825	18,119	18,390	18,640	18,867	19,070	19,250	19,407	19,541
10	16,327	16,724	17,100	17,457	17,792	18,104	18,395	18,664	18,910
20	14,333	14,822	15,292	15,744	16,176	16,588	16,981	17,352	17,703
3^s 0° 9^s	11,904	12,469	13,018	13,552	14,069	14,563	15,051	15,515	15,960
10	9,113	9,737	10,350	10,949	11,535	12,106	12,663	13,205	13,731
20	6,046	6,710	7,365	8,012	8,650	9,276	9,892	10,495	11,086
4^s 0° 10^s	− 2,794 +	3,479	4,158	4,834	5,502	6,165	6,819	7,466	8,102
10	+ 0,341 −	− 0,141 +	− 0,825 +	− 1,507 +	− 2,187 +	− 2,866 +	3,539	4,209	4,874
20	3,862	+ 3,200 −	+ 2,533 −	+ 1,865 −	+ 1,194 −	+ 0,521 −	− 0,151 +	− 0,825 +	− 1,497 +
5^s 0° 11^s	7,064	6,444	5,815	5,181	4,539	3,892	+ 3,240 −	+ 2,584 −	+ 1.925 −
10	10,052	9,492	8,921	8,338	7,746	7,144	6,498	5,916	5,290
20	12,734	12,253	11,755	11,241	10,718	10,179	9,629	9,066	8,493

ABERRAZIONE IN DECLINAZIONE

0^s 0° 6^s	+10,920 −	+11,437 −	+11,942 −	+12,432 −	+12,905 −	+13,364 −	+13,807 −	+14,231 −	+14,740 −
10	7,909	8,493	9,066	9,629	10,179	10,718	11,243	11,755	12,253
20	4,658	5,290	5,915	6,534	7,144	7,746	8,338	8,921	9,492
1^s 0° 7^s	+ 1,264 −	+ 1,925 −	+ 2,584 −	+ 3,240 −	3,892	4,539	5,181	5,816	6,444
10	− 2,167 +	− 1,497 +	− 0,825 +	− 0,151 +	+ 0,521 −	+ 1,194 −	+ 1,865 −	+ 2,533 −	+ 3,200 −
20	5,532	4,874	4,209	3.539	− 2,864 +	− 2,187 +	− 1'507 +	− 0,825 +	− 0,141 +
2^s 0° 8^s	8,730	8,102	7,465	6,819	6,165	5,502	4,834	4,158	3,479
10	11,662	11,086	10,495	9,892	9,276	8,650	8,076	7,366	6,710
20	14,240	13,731	13,205	12,663	12,106	11,535	10,949	10,350	9,737
3^s 0° 9^s	16,386	15,960	15,479	15,051	14,568	14,069	13,552	13,018	12,465
10	18,033	17,703	17,352	16,981	16,588	16,176	15,744	15,292	14,822
20	19,129	18,910	18,664	18,395	18,104	17,792	17,457	17,100	16,724
4^s 0° 10^s	19,650	19,541	19,407	19,250	19,070	18,867	18,640	18,390	18,118
10	19,571	19,578	19,561	19,520	19,456	19,367	19,256	19,121	18,962
20	18,897	19,020	19,121	19,198	19,251	19,280	19,287	19,271	19,230
5^s 0° 11^s	17,649	17,885	18,100	18,292	18,461	18,608	18,732	18,835	18,913
10	15,865	16,206	16,528	16,829	17,110	17,370	17,609	17,826	18,022
20	13,549	14,036	14,454	14,856	15,240	15,604	15,949	16,276	16,583
Costante d'aggiung. all'Asc. ret.	+ 0,153	+ 0,163	+ 0,17	+ 0,184	+ 0,194	+ 0,203	+ 0 213	+ 0,222	+ 0.231
Costante d'aggiung. alla Decl.	+ 0,303	+ 0,297	+ 0,291	+ 0,285	+ 0,278	+ 0,272	+ 0,264	+ 0,257	+ 0,246

ABERRAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☉	AR = 54° 234	56° 236	58° 238	60° 240	62° 242	64° 244	66° 246	68° 248	70° 250
0^s 0° 6^s	− 10″,920 +	− 10″,389 +	− 9″,845 +	− 9″,289 +	− 8″,722 +	− 8″,144 +	− 7″,556 +	− 6″,959 +	− 6″,355 +
10	13,599	13,146	12,688	12,194	11,694	11,181	10,654	10,115	9,563
20	15,865	15,505	15,126	14,728	14,313	13,878	13,429	12,963	12,480
1^s 0° 7^s	17,649	17,393	17,114	16,814	16,494	16,154	15,796	15,417	15,018
10	18,897	18,751	18,583	18,390	18,176	17,940	17,682	17,402	17,100
20	19,571	19,540	19,486	19,407	19,305	19,180	19,031	18,859	18,664
2^s 0° 8^s	19,650	19,735	19,797	19,835	19,848	19,836	19,801	19,743	19,659
10	19,131	19,331	19,507	19,659	19,787	19,891	19,970	20,026	20,058
20	18,033	18,339	18,624	18,887	19,126	19,341	19,533	19,701	19,846
3^s 0° 9^s	16,386	16,790	17,175	17,539	17,882	18,204	18,502	18,779	19,032
10	14,240	14,731	15,206	15,660	16,097	16,513	16,909	17,284	17,639
20	11,662	12,225	12,772	13,305	13,821	14,320	14,802	15,266	15,711
4^s 0° 10^s	8,730	9,346	9,952	10,591	11,126	11,693	12,245	12,782	13,305
10	5,533	6,185	6,829	7,466	8,092	8,710	9,316	9,912	10,495
20	− 2,167 +	− 2,834	3,499	4,158	4,814	5,462	6,105	6,739	7,366
5^s 0° 10^s	+ 1,264 −	+ 0,601 −	− 0,061 +	− 0,725 +	− 1,388 +	− 2,048 +	− 2,708 +	− 3,362 +	4,013
10	4,658	4,019	+ 3,377 −	+ 2,729 −	+ 2,080 −	+ 1,427 −	+ 0,772 −	+ 0,118 −	− 0,538 +
20	7,909	7,315	6,713	6,103	5,484	4,860	4,229	3,593	+ 2,952 −

ABERRAZIONE IN DECLINAZIONE

Long. del ☉	AR = 54° 234	56° 236	58° 238	60° 240	62° 242	64° 244	66° 246	68° 248	70° 250
0^s 0° 6^s	+ 15″,030 −	+ 15″,403 −	+ 15″,755 −	+ 16″,089 −	+ 16″,404 −	+ 16″,698 −	+ 16″,972 −	+ 17″,225 −	+ 17′,458 −
10	12,734	13,201	13,652	14,086	14,503	14,903	15,283	15,646	15,989
20	10,052	10,599	11,134	11,655	12,163	12,654	13,130	13,592	14,035
1^s 0 7^s	7,064	7,676	8,278	8,870	9,452	10,021	10,579	11,124	11,655
10	3,861	4,519	5,171	5,816	6,454	7,066	7,706	8,318	8,921
20	+ 0,541 −	+ 1,224 −	+ 1,905 −	+ 2,584 −	+ 3,254 −	3,932	4,599	5,261	5,916
2^s 0 8^s	− 2,794 +	− 2,107 +	− 1,417 +	− 0,725 +	− 0,032 +	+ 0,660 −	+ 1,352 −	+ 2,042 −	+ 2,729 −
10	6,046	5,375	4,697	4,013	3,324	− 2,631 +	− 1,936 +	− 1,238 +	− 0,538 +
20	9,113	8,479	7,833	7,179	6,516	5,844	5,165	4,481	3,790
3^s 0 9^s	11,904	11,325	10,733	10,127	9,508	8,878	8,238	7,587	6,927
10	14,333	13,828	13,306	12,766	12,212	11,643	11,060	10,463	9,853
20	16,327	15,911	15,474	15,018	14,545	14,054	13,905	13,021	12,480
4^s 0 10^s	17,825	17,509	17,172	16,814	16,436	16,038	15,620	15,183	14,728
10	18,781	18,575	18,349	18,100	17,828	17,534	17:220	16,884	15,528
20	19,165	19,078	18,968	18,835	18,677	18,498	18,297	18,073	17,826
5^s 0 11^s	18,968	19,001	19,011	18,997	18,960	18,900	18,817	18,711	18,583
10	18,195	18,347	18,475	18,583	18,667	18,727	18,766	18,782	18,774
20	16,869	17,135	17,380	17,603	17,806	17,985	18,145	18,181	18'396
Costante d'aggiung. all'Asc. ret.	+ 0″,239	+ 0″,247	+ 0″,255	+ 0″,263	+ 0″,270	+ 0″,277	+ 0″,284	+ 0″,290	+ 0″,296
Costante d'aggiung. alla Decl.	+ 0″,241	+ 0″,232	+ 0″,223	+ 0″,214	+ 0″,205	+ 0″,196	+ 0″,186	+ 0″,176	+ 0″,165

ABERRAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☼	AR=72° 252	74° 254	76° 256	78° 258	80° 260	82° 262	84° 264	86° 266	88° 268
0s 0° 6s	− 5″,741 +	− 5″,121 +	− 4″,494 +	− 3″,863 +	− 3″,226 +	− 2″,586 +	− 1″,941 +	− 1″,296 +	− 0″,649 +
10	8,999	8,423	7,839	7,244	6,641	6,029	5,410	4,785	4,154
20	11,982	11,470	10,945	10,406	9,853	9,289	8,714	8,128	7,532
1s 0° 7s	14,603	14,169	13,718	13,251	12,766	12,267	11,753	11,224	10,682
10	16,779	16,437	16,075	15,693	15,292	14,873	14,434	13,979	13,508
20	18,446	18,205	17,943	17,659	17,352	17,025	16,628	16,310	15,922
2s 0° 8s	19,551	19,421	19,266	19,088	18,887	18,662	18,415	18,145	17,853
10	20,064	20,046	20,003	19,937	19,846	19,730	19,592	19,429	19,243
20	19,966	20,062	20,133	20,181	20,203	20,201	20,173	20,122	20,046
3s 0° 9s	19,263	19,468	19,652	19,810	19,946	20,056	20,142	20,204	20,241
10	17,972	18,284	18,573	18,839	19,083	19,303	19,499	19,672	19,820
20	16,137	16,543	16,929	17,294	17,639	17,962	18,264	18,542	18,799
4s 0° 10s	13,811	14,300	14,771	15,226	15,660	16,077	16,473	16,849	17,204
10	11,066	11,622	12,165	12,692	13,205	13,702	14,181	14,644	15,089
20	7,983	8,591	9,189	9,775	10,350	10,911	11,459	11,994	12,513
5s 0° 11s	4,659 +	5,299 +	5,934 +	6,560 +	7,179	7,789	8,389	8,979	9,559
10	− 1,194 +	− 1,846 +	− 2,498 +	− 3,146 +	3,790	4,430	5,064	5,693	6,314
20	+ 2,309 −	+ 1,662 −	+ 1,013 −	+ 0,364 −	0,286	0,937	1,585	2,233	2,876

ABERRAZIONE IN DECLINAZIONE

Long. del ☼	AR=72° 252	74° 254	76° 256	78° 258	80° 260	82° 262	84° 264	86° 266	88° 268
0s 0° 6s	+ 17″,669 −	+ 17″,858 −	+ 18″,026 −	+ 18″,172 −	+ 18″,296 −	+ 18,398 −	+ 18″,476 −	+ 18,532 −	+ 18″,567 −
10	16,314	16,618	16,901	17,165	17,407	17,629	17,827	17,556	18,162
20	14,463	14,873	15,263	15,636	15,989	16,324	16,638	16,932	17,205
1s 0° 7s	12,173	12,674	13,161	13,632	14,086	14,523	14,943	15,343	15,726
10	9,512	10,092	10,659	11,214	11,755	12,282	12,793	13,288	13,769
20	6,563	7,203	7,833	8,455	9,066	9,667	10,255	10,830	11,393
2s 0° 8s	3,415	4,095	4,770	5,440	6,103	6,757	7,405	8,043	8,671
10	+ 0,162 −	+ 0,862 −	+ 1,562 −	+ 2,258 −	+ 2,952 −	3,644	4,330	5,011	5,686
20	− 3,095 +	− 2,396 +	− 1,695 +	− 0,992 +	− 0,286 +	+ 0,419 −	+ 1,123 −	+ 1,827	+ 2,528 −
3s 0° 9s	6,259	5,583	4,900	4,211	3,516	2,818	− 2,117 +	− 1,412 +	− 0,707 +
10	9,231	8,599	7,955	7,302	6,641	5,971	5,294	4,609	3,920
20	11,924	11,354	10,769	10,172	9,563	8,941	8,308	7,666	7,014
4s 0° 10s	14,255	13,763	13,256	12,733	12,194	11,639	11,071	10,490	9,896
10	16,151	15,755	15,341	14,907	14,454	13,985	13,498	12,995	12,476
20	17,558	17,269	16,959	16,627	16,276	15,905	15,564	15,106	14,678
5s 0° 11s	18,431	18,257	18,062	17,844	17,603	17,342	17,059	16,757	16,433
10	18,744	18,690	18,615	18,517	18,396	18,252	18,086	17,899	17,689
20	18,488	18,556	18,603	18,627	18,629	18,607	18,563	18,496	18,408
Costante d'aggiung. all'Asc. ret.	+ 0″,302	+ 0″,307	+ 0″,312	+ 0″,316	+ 0″,320	+ 0″,324	+ 0″,327	+ 0″,330	+ 0″,333
Costante d'aggiung. alla Decl.	+ 0″,155	+ 0″,144	+ 0″,134	+ 0″,123	+ 0″,111	+ 0″,100	+ 0″,089	+ 0″,077	+ 0″,066

ABERRAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☼	AR = 90° 270	92° 272	94° 274	96° 276	98° 278	100 280	102 282	104 284	106 286
0^s 0° 6^s 10 20	− 0,000 + 3,516 6,927	+ 0,647 − − 2,876 + 6,314	+ 1,296 − − 2,233 + 5,693	+ 1,941 − − 1,585 + 5,064	+ 2,582 − − 0,937 + 4,430	+ 3,226 − − 0,286 + 3,790	+ 3,863 − + 0,364 − − 3,146 +	+ 4,494 − + 1,013 − − 2,498 +	+ 5,121 − + 1,662 − − 1,846 +
1^s 0° 7^s 10 20	10,127 13,018 15,515	9,559 12,513 15,089	8,979 11,934 14,644	8,389 11,459 14,181	7,789 10,911 13,702	7,179 10,350 13,205	6,560 9,775 12,692	5,934 9,189 12,165	5,299 8,591 11,622
2^s 0° 8^s 10 20	17,539 19,032 19,946	17,204 18,799 19,820	16,849 18,542 19,672	16,473 18,264 19,499	16,077 17,962 19,303	15,660 17,639 19,083	15,226 17,294 18,839	14,771 16,929 18,573	14,300 16,543 18,284
3^s 0° 9^s 10 20	20,254 19,946 19,032	20,241 20,046 19,243	20,204 20,122 19,429	20,142 20,173 19,592	20,056 20,201 19,730	19,496 20,203 19,846	19,810 20,181 19,937	19,652 20,133 20,003	19,468 20,062 20,046
4^s 0° 10^s 10 20	17,539 15,515 13,018	17,853 15,922 13,508	18,145 16,310 13,979	18,415 16,628 14,434	18,662 17,025 14,873	18,887 17,352 15,292	19,088 17,659 15,693	19,266 17,943 16,075	19,421 18,205 16,437
5^s 0° 11^s 10 20	10,127 6,927 3,516	10,682 7,532 4,154	11,224 8,128 4,785	11,753 8,714 5,410	12,267 9,289 6,029	12,766 9,853 6,641	13,251 10,406 7,244	13,718 10,945 7,839	14,169 11,470 8,423

ABERRAZIONE IN DECLINAZIONE

Long. del ☼	AR = 90° 270	92° 272	94° 274	96° 276	98° 278	100 280	102 282	104 284	106 286
0^s 0° 6^s 10 20	+ 18,578 − 18,296 17,458	+ 18,567 − 18,415 17,689	+ 18,532 − 18,496 17,899	+ 18,476 − 18,563 18,086	+ 18,398 − 18,607 18,252	+ 18,296 − 18,629 18,396	+ 18,172 − 18,627 18,517	+ 18,026 − 18,603 18,615	+ 17,858 − 18,556 18,690
1^s 0° 7^s 10 20	16,089 14,231 11942	16,433 14,678 12,476	16,757 15,106 12,995	17,059 15,564 13,498	17,342 15,905 13,985	17,603 16,276 14,454	17,844 16,627 14,907	18,062 16,959 15,341	18,257 17,269 15,755
2^s 0° 8^s 10 20	9,289 6,355 3,226	9,896 7,014 3,920	10,490 7,666 4,609	11,071 8,308 5,294	11,639 8,941 5,971	12,194 9,563 6,641	12,733 10,172 7,302	13,256 10,769 7,955	13,763 11,354 8,599
3^s 0° 9^s 10 20	+ 0,002 − − 3,226 + 6,355	+ 0,707 − − 2,528 + 5,686	+ 1,412 − − 1,827 + 5,011	+ 2,117 − − 1,123 + 4,330	+ 2,818 − − 0,419 + 3,644	+ 3,516 0,286 − − 2,952 +	+ 4,211 0,992 − − 2,258 +	+ 4,900 1,695 − − 1,562 +	+ 5,583 2,396 − − 0,862 +
4^s 0° 10^s 10 20	9,289 11,942 14,231	8,671 11,393 13,769	8,043 10,830 13,288	7,405 10,255 12,793	6,757 9,667 12,282	6,103 9,066 11,755	5,440 8,455 11,214	4,770 7,833 10,659	4,095 7,203 10,092
5^s 0° 11^s 10 20	16,089 17,458 18,296	15,726 17,205 18,162	15,343 16,932 17,556	14,943 16,638 17,827	14,523 16,324 17,629	14,086 15,989 17,407	13,632 15,636 17,165	13,161 15,263 16,901	12,674 14,873 16,618
Costante d'aggiung. all'Asc. ret.	+ 0,335	+ 0,336	+ 0,338	+ 0.339	+ 0,340	+ 0,339	+ 0,339	+ ,0338	+ 0,337
Costante d'aggiung. alla Decl.	+ 0,054	+ 0,042	+ 0,031	+ 0,019	+ 0,007	− 0,005	− 0,017	− 0,028	− 0,040

ABERRAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☉	AR=108° 288	110° 290	112° 292	114° 294	116° 296	118° 298	120° 300	122° 302	124° 304
0^s 0° 6^s	+ 5″,741 —	+ 6″,355 —	+ 6″,959 —	+ 7″,556 —	+ 8″,144 —	+ 8″,722 —	+ 9″,289 —	+ 9″,845 —	+ 10″,389 —
10	+ 2,309 —	+ 2,952 —	3,593	4,229	4,860	5,484	6,103	6,713	7,315
20	— 1,194 +	— 0,538 +	+ 0,118 —	+ 0,772 —	+ 1,427 —	+ 2,080 —	+ 2,729 —	+ 3,377 —	4,019
1^s 0° 7^s	4.659	4,013	— 3,362 +	— 2,708 +	— 2,048 +	— 1,388 +	— 0,725 +	— 0,061 +	+ 0,601 —
10	7,983	7,366.	6,739	6,105	5,462	4,814	4,158	3,499	— 2,834 +
20	11,066	10,495	9,912	9,316	8,710	8,092	4,466	6,829	6,185
2^s 0° 8^s	13,811	13,305	12,782	12,245	11,693	11,126	10,591	9,952	9,346
10	16,137	15,711	15,266	14,802	14,320	13,821	13,305	12,772	12,225
20	17,972	17,639	17,284	16,909	16,513	16,097	15,660	15,206	14,731
3^s 0° 9^s	19,263	19,032	18,779	18,502	18,204	17,882	17,539	17,175	16,790
10	19,966	19,846	19,701	19,533	19,341	19,126	18,887	18,624	18,339
20	20,064	20,058	20,026	19,970	19,891	19,787	19,659	19,507	19,331
4^s 0° 10^s	19,551	19,659	19,743	19,801	19,836	19,848	19,835	19,797	19,735
10	18,446	18,664	18,859	19,031	19,180	19,305	19,407	19,486	19,540
20	16,779	17,100	17,402	17,682	17,940	18,176	18,390	18,583	18,751
5^s 0° 11^s	14,603	15,018	15,417	15,796	16,154	16,494	16,814	17,114	17,393
10	11,982	12,480	12,963	13,429	13,878	14,313	14,728	15,126	15,505
20	.8,999	9,563	10,115	10,654	11,181	11,694	12,194	12,688	13,146

ABERRAZIONE IN DECLINAZIONE

Long. del ☉	AR=108° 288	110° 290	112° 292	114° 294	116° 296	118° 298	120° 300	122° 302	124° 304
0^s_1 0° 6^s	+ 17″,699 —	+ 17″,458 —	+ 17″,225 —	+ 16″,972 —	+ 16″,698 —	+ 16″,404 —	+ 16″,089 —	+ 15″,755 —	+ 15″,402 —
0	18,488	18,396	18,181	18,145	17,985	17,806	17,603	17,380	17,135
20	18,744	18,774	18,782	18,766	18,727	18,667	18,583	18,475	18,347
1^s 0° 7^s	18,431	18,583	18,711	18,817	18,900	18,960	18,997	19,011	19,001
10	17,558	17,826	18.073	18,297	18,498	18,677	18,835	18,968	19,078
20	16,151	15,528	16,834	17,220	17,534	17,828	18,100	18,349	18,575
2^s 0° 8^s	**14,255**	14,728	15,183	15,620	16,038	16,436	16,814	17,172	17,509
10	11,924	12,480	13,021	13,905	14,054	14,545	15,018	15,474	15,911
20	9,231	9,853	10,463	11,060	11,643	12,212	12,766	13,306	13,828
3^s 0° 9^s	6,259	6 927	7,587	8,238	8.878	9,508	10,127	10,733	11,325
10	+ 3,095 —	3,790	4,481	5,165	5,844	6,516	7,179	7,833	8,479
20	— 0,162 +	+ 0,538 —	+ 1,238 —	+ 1,936 —	+ 2,631 —	3,324	4,013	4,697	5,375
4^s 0° 10^s	3,415	— 2,729 +	— 2,042 +	— 1,352 +	— 0,660 +	+ 0,032 —	+ 0,725 —	+ 1,417 —	+ 2,107 —
10	6,563	5,916	5,261	4,599	3,932	— 3.254 +	— 2,584 +	— 1.905 +	— 1,224 +
20	9,512	8,921	8,318	7,706	7,066	6,454	5,816	5,171	4,519
5^s 0° 11^s	12,173	11,655	11,124	10,579	10,021	9,452	8,870	8,278	7,676
10	14,463	14,035	13,592	13,130	12,654	12,163	11,655	11,134	10,599
20	16,314	15,989	15,646	15,283	14,903	14,503	14,086	13,662	13,201
Costante d'aggiung. all'Asc.ret.	+ 0″,336	+ 0″,334	+ 0″,331	+ 0″,328	+ 0″,325	+ 0″,321	+ 0″,317	+ 0″,313	+ 0″,308
Costante d'aggiung. alla Decl.	— 0″,052	— 0″,064	— 0″.075	— 0″,087	— 0″,098	— 0″,109	— 0″,120	— 0″,131	— 0″,144

ABERRAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☼	AR=126° 306	128° 308	130° 310	132° 312	134° 314	136 316	138 318	140 320	142 322
0s 0° 6s	+ 10″,920 −	+ 11″,441 −	+ 11″,942 −	+ 12″,432 −	+ 12″,905 −	+ 13″,364 −	+ 13″,807 −	+ 14″,195 −	+ 14″,640 −
10	7,909	8,493	9,066	9,629	10,179	10,718	11,243	11,755	12,253
20	4,658	5,290	5,916	6,498	7,144	7,746	8,338	8,921	9,492
1s 0° 7s	+ 1,264 −	+ 1,925 −	+ 2,584 −	+ 3,240 −	3,892	4,539	5,181	5,815 −	6,444
10	− 2,167 +	− 1,197 +	− 0,825 +	− 0,151 +	+ 0,521 −	+ 1,194 −	+ 1,868 −	+ 2,533 +	+ 3,200
20	5,533	4,874	4,209	3,539	− 2,866 +	− 2,187 +	− 1,507 +	− 0,825	− 0,141 +
2s 0° 8s	8,730	8,102	7,466	6,819	6,165	5,502	4,834	4,158	3,479
10	11,662	11,086	10,495	9,892	9,276	8,650	8,012	7,365	6,710
20	14,240	13,731	13,205	12,663	12,106	11,535	10,949	10,350	9,737
3s 0° 9s	16,386	15,960	15,515	15,051	14,568	14,069	13,552	13,018	12,469
10	18,033	17,703	17,352	16,981	16,588	16,176	15,744	15,292	14,822
20	19,131	18,910	18,664	18,395	18,104	17,792	17,457	17,100	16,724
4s 0° 10s	19,650	19,541	19.407	19,250	19,070	18,867	18,640	18,390	18,119
10	19,571	19,578	19,561	19,521	19,456	19,467	19,256	19,121	18,962
20	18,897	19,020	19,121	19,198	19,251	19,280	19,288	19,271	19,230
5s 0° 11s	17,649	17,886	18,100	18,292	18,461	18,608	18,732	18,835	18,913
10	15,865	16,206	16,528	16,829	17,110	17,370	17,609	17,826	18,022
20	13,599	14,036	14,454	14,856	15,240	15,604	15,949	16.276	16,583

ABERRAZIONE IN DECLINAZIONE

Long. del ☼	AR=126° 306	128° 308	130° 310	132° 312	134° 314	136 316	138 318	140 320	142 322
0s 0° 6s	+ 15″,030 −	+ 14″,740 −	+ 14″,231 −	+ 13″,807 −	+ 13″,364 −	+ 12″,905 −	+ 12″,432 −	+ 11″,942 −	+ 11″,437 −
10	16,869	16,583	16,276	15,949	15,604	15,240	14,856	14,454	14,036
20	18,195	18,022	17,826	17,609	17,370	17,110	16,829	16,528	16,206
1s 0° 7s	18,968	18,913	18,835	18,732	18,608	18,461	18,292	18,100	17,885
10	19,165	19,230	19,271	19,287	19,280	19,251	19,198	19,121	19,020
20	18,781	18,962	19,121	19,256	19,367	19,456	19,520	19,561	19,578
2s 0° 8s	17,825	18,118	18,390	18,640	18,867	19,070	19,250	19,407	19,541
10	16,327	16,724	17,100	17,457	17,792	18,104	18,395	18,664	18,910
20	14,333	14,822	15,292	15,744	16,176	16,588	16,981	17,352	17,703
3s 0° 9s	11,904	12,465	13,018	12,552	14,069	14,568	15,051	15,479	15,960
10	9,113	9,737	10,350	10,919	11,535	12,106	12,663	13,205	13,731
20	6,046	6,710	7,366	8,076	8,650	9,276	9,892	10,495	11,086
4s 0° 10s	+ 2,794 − −	3,479	+ 4.158	+ 4,834	+ 5,502 −	+ 6.165	6,819	7,465	8,102
10	− 0,541 +	+ 0,141 +	0,825 −	1,507 −	2.187 +	2,864 −	3,539	4,209	4,874
20	3,861	− 3,200 −	− 2,533 +	− 1,865 +	− 1,194	− 0,521 +	+ 0,151 −	+ 0,825 −	+ 1,497 −
5s 0° 11s	7,064	6,444	5,816	5,181	4,539	3,892	− 3,240 +	− 2,584 +	− 1,925 +
10	10,052	9,492	8,921	8,338	7,746	7,144	6,534	5,915	5,290
20	12,734	12,253	11,755	11,243	10,718	10,179	9,629	9,066	8,493
Costante d'aggiung. all'Asc. ret.	+ 0″,303	+ 0″,297	+ 0″,291	+ 0″.285	+ 0″,279	+ 0″,272	+ 0″,264	+ 0″,256	+ 0″,248
Costante d'aggiung. alla Decl.	− 0″,155	− 0″,165	− 0″,176	− 0″,186	− 1″,096	− 0″,205	− 0″,214	− 0″,223	− 0″,232

ABERRAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☼	AR = 144° 324	146° 326	148° 328	150° 330	152° 332	154° 334	156° 336	158° 338	160° 340
0^s 0° 6^s	+ 15″,030 —	+ 15″,402 —	+ 15″,755 —	+ 16″,089 —	+ 16″,404 —	+ 16″,698 —	+ 16″,972 —	+ 17″,225 —	+ 17″,458 —
10	14,724	13,201	13,652	14,086	14,503	14,903	15,283	15,646	15,989
20	10,052	10,599	11,134	11,655	12,163	12,654	13,131	13,592	14,035
1^s 0° 7^s	7,064	7,676	8,278	8,870	9,452	10,022	10,579	11,124	11,655
10	3,862	4,519	5,171	5,815	6,454	7,084	7,706	8,318	8,931
20	+ 0,541 —	+ 1,224 —	+ 1,905 —	+ 2,584 —	+ 3,260 —	3,932	4,599	5,261	5,915
2^s 0° 8^s	— 2,794 +	— 2,107 +	— 1,416 +	— 0,725 +	— 0,032 +	+ 0,660 —	+ 1,351 —	+ 2,042 —	+ 2,729 —
10	6,046	5,375	4,697	4,013	3,324	— 2,631 +	— 1,936 +	— 1,238 +	— 0,538 +
20	9,113	8,479	7,833	7,178	6,516	5,844	5,165	4,481	3,790
3^s 0° 9^s	11,904	11,325	10,733	10,127	9,508	8,878	8,238	7,587	6,926
10	14,333	13,828	13,306	12,766	12,212	11,643	11,060	10,463	9,853
20	16,327	15,911	15,474	15,018	14,546	14,054	13,545	13,021	12,480
4^s 0° 10^s	17,825	17,509	17,172	16,814	16,436	16,038	15,610	15,184	14,728
10	18,731	18,576	18,350	18,100	17,828	17,534	17,220	16,884	16,528
20	19,165	19,078	18,968	18,835	18,677	18,498	18,297	18,073	17,826
5^s 0° 11^s	18,968	19,001	19,011	18,997	18,960	18,900	18,817	18,711	18,583
10	18,195	18,347	18,475	18,538	18,667	18,727	18,766	18,782	18,774
20	16,869	17,135	17,380	17,603	17,806	17,985	18,145	18,281	18,396

ABERRAZIONE IN DECLINAZIONE

Long. del ☼	AR = 144° 324	146° 326	148° 328	150° 330	152° 332	154° 334	156° 336	158° 338	160° 340
0^s 0° 6^s	+ 10″,920 —	+ 10″,389 —	+ 9″,845 —	+ 9″,289 —	+ 8″,722 —	+ 8″,144 —	+ 7″,556 —	+ 6″,959 —	+ 6″,354 —
10	13,549	13,146	12,678	12,194	11,694	11,181	10,654	10,115	9,563
20	15,865	15,505	15,126	14,728	14,312	13,878	13,429	12,963	12,480
1^s 0° 7^s	17,649	17,393	17,114	16,814	16,494	16,154	15,796	15,417	15,018
10	18,897	18,752	18,582	18,390	18,176	17,940	17,682	17,402	17,100
20	19,571	19,540	19,486	19,404	19,305	19,180	19,030	18,859	18,664
2^s 0° 8^s	19,650	19,735	19,797	19,835	19,848	19,836	19,801	19,743	19,659
10	19,139	19,331	19,407	19,659	19,787	19,891	19,970	20,026	20,[illegible]
20	18,033	18,339	18,624	18,887	19,126	19,341	19,533	19,701	19,846
3^s 0° 9^s	16,386	16,790	17,175	17,539	17,882	18,204	18,502	18,779	19,032
10	14,240	14,731	15,206	15,660	16,097	16,513	16,909	17,284	17,639
20	11,662	12,225	12,772	13,305	13,821	14,320	14,801	15,266	15,711
4^s 0° 10^s	8,730	9,346	9,952	10,546	11,126	11,692	12,245	12,782	13,305
10	5,532	6,185	6,829	7,465	8,092	8,710	9,316	9,912	10,495
20	+ 2,167 —	+ 2,834 —	3,499	4,158	4,814	5,462	6,105	6,739	7,365
5^s 0 11^s	— 1,264 +	— 0,601 +	+ 0,061 —	+ 0,725 —	+ 1,388 —	+ 2,048 —	+ 2,707 —	+ 3,362 —	4,013
10	4,668	4,019	— 3,377 +	— 2,729 +	— 2,080 +	— 1,427 +	— 0,772 +	— 0,118 +	+ 0,538 —
20	7,909	7,315	6,713	6,102	5,484	4,860	4,229	3,593	— 2,952 +
Costante d'agiung. all'Asc. ret.	+ 0″,240	+ 0″,232	+ 0″,223	+ 0″,214	+ 0″,205	+ 0″,196	+ 0″,186	+ 0″,176	+ 0″.166
Costante d'aggiung. alla Decl.	— 0″,241	— 0″,249	— 0″,257	— 0″,264	— 0″,272	— 0″,278	— 0″,285	— 0″,291	— 0″,297

ABERRAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☼	AR = 162° 342	164° 344	166° 346	168° 348	170° 350	172° 352	174° 354	176° 356	178° 358
0s 0° 6s 10 20	+ 17″,669 — 16,314 15,463	+ 17″,858 — 16,618 14,872	+ 18″,026 — 16,901 15,263	+ 18″,172 — 17,165 15,636	+ 18″,296 — 17,407 15,989	+ 18″,398 — 17,629 16,324	+ 18″,476 — 17,828 16,638	+ 18″,533 — 18,006 16,932	+ 18″,567 — 18,072 17,205
1s 0° 7s 10 20	12,173 9,512 6,563	12,674 10,092 7,203	13,161 10,659 7,833	13,632 11,215 8,455	14,086 11,755 9,066	14,523 12,282 9,367	14,943 12,793 10,255	15,343 13,288 10,830	15,727 13,759 11,394
2s 0° 8s 10 20	+ 3,415 + 0,162 — — 3,095 +	+ 4,095 + 0,862 — — 2,397 +	+ 4,770 + 1,561 — — 1,695 +	+ 5,440 + 2,258 — — 0,999 +	+ 6,103 + 2,952 — — 0,286 +	6,757 3,644 + 0,419 —	7,405 4,330 + 1,123 —	8,043 5,014 + 1,827 —	8,671 5,686 + 2,528 —
3s 0° 9s 10 20	6,259 9,232 11,924	5,583 8,599 11,356	4,900 7,955 10,769	4,211 7,303 10,172	3,516 6,641 9,563	— 2,819 + 5,971 8,941	— 2,118 + 5,294 8,308	— 1,412 + 4,609 7,666	— 0,707 + 3,920 7,014
4s 0° 10s 10 20	14,255 16,151 17,558	13,763 15,755 17,269	13,256 15,341 16,959	12,733 14,907 16,627	12,194 14,454 16,276	11,640 13,985 15,905	11,071 13,498 15,514	10,490 12,995 15,106	9,950 12,476 14,678
5s 0° 11s 10 20	18,431 18,744 18,488	18,257 18,690 18,556	18,061 18,615 18,603	17,844 18,517 18,627	17,603 18,396 18,629	17,342 18,252 18,607	17,059 18,086 18,563	16,757 17,898 18,496	16,433 17,689 18,407

ABERRAZIONE IN DECLINAZIONE

Long. del ☼	AR = 162° 342	164° 344	166° 346	168° 348	170° 350	172° 352	174° 354	176° 356	178° 358
0s 0° 6s 10 20	+ 5″,741 — 8,998 11,982	+ 5″,121 — 8,423 11,470	+ 4″,494 — 7,839 10,945	+ 3″,863 — 7,244 10,406	+ 3″,226 — 6,641 9,853	+ 2″,585 — 6,029 9,289	+ 1″,942 — 5,410 8,714	+ 1″,296 — 4,785 8,128	+ 0″,649 — 4,154 7,532
1s 0° 7s 10 20	14,603 16,779 18,446	14,169 17,437 18,205	13,718 16,075 17,943	13,251 15,693 17,659	12,766 15,292 17,352	11,268 14,873 17,025	11,753 14,434 16,678	11,224 13,979 16,311	10,672 13,508 15,922
2s 0° 8s 10 20	19,551 20,064 19,966	19,421 20,046 20,062	19,265 20,003 20,133	19,088 19,937 20,181	18,887 19,846 20,203	18,662 19,730 20,201	18,415 19,592 20,173	18,145 19,429 20,122	17,853 19,243 20,045
3s 0° 9s 10 20	19,263 17,972 16,137	19,468 18,284 16,544	19,652 18,573 16,929	19,810 18,839 17,294	19,946 19,083 17,639	20,055 19,303 17,962	20,142 19,500 18,264	20,204 19,672 18,542	20,241 19,820 18,799
4s 0° 10s 10 20	13,811 11,066 7,983	14,301 11,622 8,591	14,771 12,165 9,189	15,226 12,693 9,775	15,660 13,205 10,350	16,077 13,702 10,911	16,473 14,181 11,459	16,849 14,644 11,994	17,205 15,079 12,514
5s 0° 11s 10 20	+ 4,659 + 1,194 — — 2,309 +	+ 5,299 + 1,846 — — 1,663 +	+ 5,934 + 2,497 — — 1,013 +	+ 6,560 + 3,146 — — 0,364 +	7,179 3,790 + 0,286 —	7,789 4,430 + 0,937 —	8,389 5,064 + 1,585 —	8,979 5,693 + 2,233 —	9,559 6,314 2,876
Costante d'aggiung. all'Asc. ret.	+ 0″,155	+ 0″,145	+ 0″,134	+ 0″,123	+ 0″,111	+ 0″,101	+ 0″,089	+ 0″,077	+ 0″,065
Costante d'aggiung. alla Decl.	— 0″,303	— 0″,308	— 0″,313	— 0″,317	— 0″,321	— 0″,325	— 0″,328	— 0″,331	— 0″,333

PARTE SECONDA DELL' ABERRAZIONE IN DECLINAZIONE

N. B. *In tutte le Tavole antecedenti da gradi* 180 *sino a* 360 *si mutino i segni cioè* + *in meno, e* — *in più.*

Parte seconda dell'Aberraz. in Declinaz.

Argomento Longitud. del Sole	Quantità da moltiplicarsi pel coseno della declinaz. della stella
$0^s\ 0^o\ 6^s$	$-8'',065+$
10	7,943
20	7,579
$1^s\ 0^o\ 7^s$	6,985
10	6,178
20	5,184
$2^s\ 0^o\ 8^s$	4,033
10	2,758
20	1,400
$3^s\ 0^o\ 9^s$	$-0,000+$
10	$+1,400-$
20	2,758
$4^s\ 0^o\ 10^s$	4,033
10	5,184
20	6,178
$5^s\ 0^o\ 11^s$	6,985
10	7,579
20	$+7,943$
Costante da aggiungersi prima della moltiplicazione $= -0'',024$	

All'Aberrazione in Ascension Retta di una Stella trovata col mezzo delle Tavole precedenti si dovrà (se ricercasi maggior esattezza) aggiungere la costante (1) che si trova appiedi, e poi divider tutto pel coseno della Declinazione della Stella. Il Quoziente sarà l'Aberrazione in Ascension Retta

La prima parte dell'Aberrazione in Declinazione dopo d'avervi aggiunta la costante (se si vuole) si dovrà moltiplicare pel seno della Declinazione della Stella: avvertendo di prendere il seno negativamente per le Declinazioni Australi. La seconda parte qui posta deve moltiplicarsi pel coseno. Il prodotto di queste due parti dà la totale Aberrazione in Declinazione.

(1) Sebbene quella quantità non si possa a tutto rigore chiamar *costante*, variando essa al variare dell' A R; tuttavia ho creduto di poterla così nominare a cagione che non cambia punto valore per tutti i Luoghi del Sole della colonna.

NUTAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☊	AR = 0° 180	2° 182	4° 184	6° 186	8° 188	10° 190	12° 192	14° 194	16° 196
0s 0° 6s	— 9,600 +	— 9,594 +	— 9,577 +	— 9,447 +	— 9,504 +	— 9,454 +	— 9,390 +	— 9,314 +	— 9,328 +
10	9,454	9,492	9,517	9,532	9,535	9,526	9,506	9,474	9,430
20	9,021	9,100	9,170	9,227	9,273	9,308	9,332	9,344	9,345
1s 0° 7s	8,313	8,433	8,543	8,641	8,730	8,808	8,875	8,931	8,976
10	7,354	7,510	7,662	7,794	7,922	8,040	8,148	8,247	8,335
20	6,171	6,358	6,537	6,709	6,872	7,027	7,174	7,312	7,441
2s 0° 8s	4,800	5,013	5,220	5,421	5,616	5,802	5,982	6,154	6,320
10	3,284	3,516	3,744	3,968	4,186	4,400	4,608	4,810	5,008
20	1,677	1,912	2,154	2,394	2,630	2,864	8,094	3,320	3,543
3s 0 9s	— 0,000 +	— 0,249 +	— 0,498 +	— 0,747 +	— 0,992 +	— 1,241 +	— 1,486 +	1,729	1,920
10	+ 1,677 —	+ 0,420 —	+ 1,172 —	+ 0,972 —	+ 7,671 —	+ 0,420 —	+ 0,168 —	— 0,085 +	— 0,337 +
20	3,284	3,047	2,807	2,564	2,317	2,067	1,815	+ 1,561 —	+ 1,305 —
4s 0° 10s	4,800	4,580	4,357	4,127	3,892	3,653	3,408	3,160	2,908
10	6,171	5,976	5,774	5,564	5,349	5,127	4,898	4,663	4,423
20	7,354	7,189	7,015	6,833	6,643	6,444	6,238	6,025	5,803
5s 0° 11s	8,313	8,184	8,046	7,895	7,736	7,567	7,389	7,202	7,006
10	9,021	8,930	8,828	8,716	8,593	8,459	8,316	8,162	7,998
20	9,454	9,405	9,344	9,273	9,189	9,095	8,989	8,873	8,746

NUTAZIONE IN DECLINAZIONE

0s 0° 6s	— 0,000 +	+ 0,336 —	+ 0,670 —	+ 1,003 —	+ 1,334 —	+ 1,667 —	+ 1,996 —	+ 2,323 —	+ 2,696 —
10	1,241	— 0,910 +	— 0,578 +	— 0,196 +	+ 0,087 —	+ 0,420 —	+ 0,752 —	+ 1,033 —	1,412
20	2,444	2,127	1,809	1,488	— 1,165 +	— 0,841 +	— 0,515 +	— 0,189 +	+ 0,137 —
1s 0° 7s	3,574	3,282	2,985	2,685	2,382	2,075	1,176	1,456	— 1,144 +
10	4,593	4,334	4,070	3,800	3,525	3,247	2,964	2,679	2,389
20	5,474	5,255	5,031	4,799	4,563	4,320	4,072	3,819	3,561
2s 0° 8s	6,189	6,018	5,420	5,653	5,460	5,261	5,055	4,844	4,626
10	6,715	6,596	6,470	6,336	6,193	6,043	5,886	5,303	5,550
20	7,038	6,975	6,904	6,825	6,737	6,641	6,537	6,425	6,306
3s 0° 9s	7,146	7,142	7,129	7,107	7,080	7,038	6,990	6,934	6,870
10	7,038	7,092	7,137	7,174	7 201	7,220	7,230	7,232	7,224
20	6,715	6,826	6,928	7,021	7,107	7,184	7,252	7,310	7,361
4s 0° 10s	6,189	6,353	6,509	6,637	6,796	6,928	7,051	7,167	7,272
10	5,474	5,686	5,892	6,090	6,280	6,462	6,638	6,805	6,963
20	4,593	4,848	5,095	5,337	5,572	5,801	6,022	6,236	6,425
5s 0° 11s	3,574	3,861	4,144	4,423	4,695	4,962	5,224	5,478	5,726
10	2,444	2,758	3,068	3,374	3,676	3,974	4,266	4,554	4 836
20	1,239	1,570	1,898	2,222	2,544	2,864	3,094	3,492	3,799

NUTAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☊	AR = 18° 198	20° 200	22° 202	24° 204	26° 206	28° 208	30° 210	32° 212	34° 214
0^s 0° 6^s	− 9,130 +	− 9,021 +	− 8,900 +	− 8,770 +	− 8,629 +	− 8,476 +	− 8,313 +	− 8,141 +	+ 7,959 −
10	9,375	9,308	9,230	9,141	9,041	8,930	8,808	8,675	8,531
20	9,335	9,313	9,280	9,235	9,179	9,113	9,035	8,945	8,845
1^s 0° 7^s	9,011	9,035	9,047	9,048	9,039	9,018	8,986	8,944	8,891
10	8,413	8,481	8,539	8,587	8,623	8,650	8,666	8,671	8,665
20	7,561	7,671	7,772	7,864	7,946	8,018	8,081	8,134	8,177
2^s 0° 8^s	6,477	6,627	6,769	6,902	7,028	7,144	7,251	7,436	7,440
10	5,198	5,382	5,560	5,730	5,895	6,051	6,201	6,853	6,477
20	3,760	3,974	4,182	4,385	4,534	4,776	4,962	5,143	5,317
3^s 0° 9^s	2,208	2,444	2,677	2,907	3,133	3,355	3,574	3,787	3,996
10	− 0,587 +	− 0,841 +	− 1,092 +	− 1,340 −	− 1,587 +	1,832	2,075	2,316	2,554
20	+ 1,047 −	+ 0,789 −	+ 0,529 −	+ 0,268 +	+ 0,007 −	+ 0,251 −	− 0,514 +	− 0,774 +	− 1,034 +
4^s 0° 10^s	2,653	2,394	2,132	1,867	− 1,601 +	+ 0,332 −	+ 1,062 −	+ 0,791 −	+ 0,519 −
10	4,177	3,926	3,670	3,411	3,147	2,879	2,607	2,332	2,054
20	5,575	5,340	5,098	4,850	4,596	4,337	4,072	3,802	3,528
5^s 0° 11^s	6,803	6,590	6,370	6,142	5,906	5,663	5,414	5,157	4,895
10	7,824	7,641	7,448	7,247	7,036	6,815	6,590	6,355	5,112
20	8,605	8,459	8,301	8,132	7,953	7,765	7,567	7,360	7,144

NUTAZIONE IN DECLINAZIONE

0^s 0° 6^s	+ 2,966 −	+ 3,284 −	+ 3,597 −	+ 3,905 −	+ 4,209 −	+ 4,507 −	+ 4,800 −	+ 5,087 −	+ 5,368 −
10	1,739	2,067	2,390	2,714	3,029	3,342	3,653	3,958	4,258
20	+ 0,463 −	+ 0,789 −	+ 1,113 −	1,436	1,757	2,075	2,394	2,708	3,018
1^s 0° 7^s	− 0,829 +	− 0,514 +	− 0,198 +	+ 0,127 −	+ 0,433 −	+ 0,748 −	+ 1,062 −	1,375	1,687
10	2,097	1,802	1,504	− 1,205 +	− 0,905 +	− 0,603 +	− 0,301 +	+ 0,002 −	+ 0,304 −
20	3,299	3,034	2,764	2,492	2,216	1,937	1,656	− 1,372 +	− 1,088 +
2^s 0° 8^s	4,403	4,174	3,940	3,702	3,458	3,211	3,960	2,705	2,447
10	5,372	5,187	4,996	4,799	4,596	4,391	4,174	3,955	3,732
20	6,181	6,043	5,901	5,333	5,595	5,431	5,261	5,084	4,902
3^s 0° 9^s	6,796	6,715	6,626	6,528	6,423	6,310	6,189	6,061	5,506
10	7,209	7,184	7,150	7,107	7,057	6,996	6,928	6,851	6,767
20	7,401	7,433	7,456	7,471	7,475	7,471	7,457	7,435	7,403
4^s 0° 10^s	7,369	7,457	7,537	7,606	7,667	7,718	7,760	7,792	7,815
10	7,113	7,255	7,387	7,511	7,625	7,730	7,826	7,913	7,989
20	6,641	6,831	7,014	7,188	7,352	7,508	7,655	7,792	7,921
5^s 0° 11^s	5,967	6,201	6,427	6,646	6,856	7,058	7,251	7,436	7,612
10	5,112	5,382	5,646	5,902	6,151	6,393	6,627	6,853	7,071
20	4,102	4,400	4,692	4,979	5,310	5,534	5,802	6,063	6,265

NUTAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☊	AR = 36° 216	38° 218	40° 220	42° 222	44° 224	46° 226	48° 228	50° 230	52° 232
0ˢ 0° 6ˢ	− 7″,766 +	− 7″,565 +	− 7″,354 +	− 7″,141 +	− 6″,905 +	− 6″,668 +	− 6″,424 +	− 6″,171 +	− 5″,910 +
10	8,378	8,214	8,049	7,856	7,663	7,460	7,243	7,027	6,798
20	8,735	8,613	8,481	8,339	8,187	8,025	7,853	7,671	7.480
1ˢ 0° 7ˢ	8,826	8,752	8,666	8,569	8,462	8,346	8,218	8,081	7,934
10	8,650	8,623	8,586	8,539	8,471	8,413	8,335	8,246	8,147
20	8,210	8,233	8,246	8,249	8,241	8,225	8,197	8,160	8,113
2ˢ 0° 8ˢ	7,521	7,592	7,655	7.708	7,752	7,736	7,811	7,826	7,832
10	6,554	6,722	6,831	6,933	7,027	7,111	7,187	7,255	7,313
20	5,485	5,646	5,801	5,949	6,038	6,221	6,346	6,462	6,572
3ˢ 0° 9ˢ	4,201	4,400	4,593	4,782	4,964	5,141	5,310	5,474	5,631
10	2,789	3,019	3,247	3,470	3,690	3,905	4,115	4,320	4,520
20	− 1,291 +	1,547	1,802	2,054	2,303	2,550	2,793	3,034	3,270
4ˢ 0° 10ˢ	+ 0,246 −	− 0,025 +	− 0,301 +	− 0,574 +	− 0,847 +	− 1,118 +	− 1,387 +	1,656	1,922
10	1,774	+ 1,492 −	+ 1,208 −	+ 0,923 −	+ 0,636 −	+ 0,349 −	+ 0,063 −	− 0,227 +	− 0,515 +
20	3,250	2,967	2,681	2,391	2,099	1,804	1,504	+ 1,208 −	+ 0,908 −
5ˢ 0° 11ˢ	4,626	4,349	4,072	3,787	3,498	3,205	2,908	2,607	2,303
10	5,861	5,604	5,340	5,068	4,792	4,509	4,220	3,926	3,627
20	6,921	6,686	6,444	6,195	5,939	5,674	5,414	5,127	4,843

NUTAZIONE IN DECLINAZIONE

Long. del ☊	36°	38°	40°	42°	44°	46°	48°	50°	52°
0ˢ 0° 6ˢ	+ 5″,643 −	+ 5″,910 −	+ 6″,171 −	+ 6″,424 −	+ 6″,668 −	+ 6″,905 −	+ 7″,134 −	+ 7″,354 −	+ 7″,565 −
10	4,553	4,843	5,127	5,404	5,674	5,939	6,195	6,444	6,686
20	3,325	3,627	3,926	4,220	4,509	4,792	5,069	5,340	5,604
1ˢ 0° 7ˢ	1,996	2,301	2,607	2,908	3,205	3,498	3,787	4,072	4,352
10	+ 0,606	+ 0,908 −	+ 1,208 −	1,507	1,804	2,099	2,389	2,681	2,967
20	− 0,802 +	− 0,515 +	− 0,227 +	+ 0,061 −	+ 0,349 −	+ 0,636 −	− 0,920 +	+ 1,208 −	+ 1,492 −
2ˢ 0° 8ˢ	2,186	− 1,925 +	1,656	− 1,387 +	− 1,118 +	− 0,847 +	− 0,574 +	− 0,301 +	− 0,027 +
10	3,503	3,270	3,034	2,794	2,550	2,303	2,054	1,802	1,547
20	4,713	4,520	4,320	4,115	3,905	3,690	3,470	3,247	3,019
3ˢ 0° 9ˢ	5,782	5,631	5,474	5,310	5,141	4,964	4,782	4,593	4,400
10	6,674	6,572	6,462	6,346	5,802	6,088	5,948	5,801	5,646
20	7,363	7,313	7,255	7,187	7,111	7,027	6,933	6,831	6,722
4ˢ 0° 10ˢ	7,878	7,832	7,826	7,811	7,786	7,752	7,708	7,655	7,592
10	8,056	8,113	8,160	8,197	8,225	8,241	8,249	8,246	8,233
20	8,038	8,147	8,246	8,335	8,413	8,481	8,539	8,586	8,623
5ˢ 0° 11ˢ	7,777	7,934	8,081	8,218	8,346	8,512	8,569	8,666	8,752
10	7,330	7,480	7,671	7,853	7,975	3,187	8,339	8,481	8,613
20	6,561	6,798	7,027	7,347	7,460	7,663	7,856	8,040	8,214

NUTAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☊	AR = 54° 234	56° 236	58° 238	60° 240	62° 242	64° 244	66° 246	68° 248	70° 250
0^s 0° 6^s	− 5,643 +	− 5,368 +	− 5,087 +	− 4,800	− 4,507 +	− 4,209 +	− 3,905 +	− 3,597 +	− 3,284 +
10	6,561	6,315	6,063	5,802	5,534	5,260	4,979	4,692	4,400
20	7,280	7,071	6,853	6,627	6,393	6,151	5,902	5,646	5,352
1^s 0° 7^s	7,777	7,612	7,436	7,251	7,058	7,028	6,646	6,427	6,201
10	8,038	7,921	7,792	7,655	7,508	7,352	7,138	7,014	6,831
20	8,056	7,989	7,913	7,826	7,730	7,625	7,511	7,357	7,255
2^s 0° 8^s	7,828	7,815	7,792	7,760	7,719	7,667	7,606	7,537	7,457
10	7,363	7,403	7,435	7,457	7,471	7,475	7,471	7,456	7,433
20	6,674	6,767	6,851	6,928	6,996	7,057	7,107	7,150	7,184
3^s 0° 9^s	5,782	5,925	6,061	6,189	6,305	6,423	6,528	6,625	6,715
10	4,713	4,902	5,084	5,261	5,431	5,595	5,751	5,901	6,043
20	3,503	3,732	3,955	4,174	4,383	4,596	4,799	4,996	5,187
4^s 0° 10^s	2,186	2,447	2,705	2,960	3,211	3,458	3,702	3,943	4,174
10	− 0,802 +	− 1,088 +	− 1,375 +	1,656	1,937	2,216	2,492	2,734	3,034
20	+ 0,506 −	+ 0,304 −	+ 0,004 −	− 0,301 +	− 0,604 +	− 0,905 +	− 1,205 +	1,504	1,802
5^s 0° 11^s	1,996	1,637	1,375	+ 1,062 −	+ 0,748 −	+ 0,433 −	+ 0,117 −	− 0,196 +	− 0,514 +
10	3,325	3,018	2,708	2,394	2,077	1,757	1,436	+ 1,113 −	+ 0,789 −
20	4,553	4,258	3,958	3,653	3,342	3,029	2,712	2,231	2,067

NUTAZIONE IN DECLINAZIONE

Long. del ☊	54°	56°	58°	60°	62°	64°	66°	68°	70°
0^s 0° 6^s	+ 7,766 −	+ 7,959 −	+ 8,141 −	+ 8,313 −	+ 8,476 −	+ 8,629	+ 8,770 −	+ 8,901 −	+ 9,021 −
10	6,919	7,144	7,360	7,567	7,765	7,953	8,132	8,301	8,459
20	5,861	6,112	6,355	6,590	6,818	7,036	7,247	7,448	7,641
1^s 0° 7^s	4,626	4,895	5,157	5,414	5,663	5,906	6,142	6,367	6,590
10	3,250	3,523	3,799	4,072	4,337	4,596	4,850	5,098	5,340
20	1,774	2,054	2,330	2,607	2,878	3,147	3,411	3,670	3,926
2^s 0° 8^s	+ 0,246 −	+ 0,519 −	+ 0,791 −	+ 1,062 −	+ 1,332 −	1,601	1,867	2,130	2,394
10	− 1,291 +	− 1,034 −	− 0,774 +	− 0,514 +	− 0,253 +	+ 0,007 −	+ 0,268 −	+ 0,529 −	+ 0,789 −
20	2,789	2,554	2,316	2,075	1,832	− 1,587 +	− 1,340 +	− 1,091 +	− 0,841 +
3^s 0° 9^s	4,201	3,996	3,787	3,574	3,355	3,133	2,907	2,677	2,444
10	5,485	5,317	5,143	4,908	4,776	4,584	4,385	4,182	3,974
20	6,185	6,477	6,343	6,201	6,051	5,895	5,730	5,560	5,382
4^s 0° 10^s	7,521	7,440	7,350	7,251	7,144	6,609	6,902	6,769	6,627
10	8,210	8,177	8,134	8,081	8,018	7,946	7,914	7,772	7,671
20	8,650	8,715	8,671	8,666	8,650	8,623	8,587	8,539	8,481
5^s 0° 11^s	8,776	8,891	8,944	8,986	9,017	9,039	9,048	9,047	9,035
10	8,735	8,845	8,945	9,035	9,113	9,179	9,235	9,280	9,313
20	8,378	8,531	8,675	8,808	8,930	9,041	9,141	9,230	9,308

NUTAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☊	AR = 72° 252	74° 254	76° 256	78° 258	80° 260	82° 262	84° 264	86° 266	88° 268
0^s 0° 6^s	− 2″,966 +	− 2″,646 +	− 2″,323 +	− 1″,996 +	− 1″,667 +	− 1″,336 +	− 1″,003 +	− 0″,670 +	− 0″,335 +
10	4,102	3,799	3,492	3,180	2,864	2,544	2,222	1,898	1,570
20	5,112	4,836	4,554	4,266	3,974	3,676	3,374	3,018	2,758
1^s 0° 7^s	5,967	5,726	5,428	5,206	4,962	4,695	4,423	4,144	3,861
10	6,641	6,443	6,236	6,022	5,801	5,572	5,333	5,095	4,848
20	7,113	6,963	6,805	6,638	6,462	6,280	6,090	5,892	5,686
2^s 0° 8^s	7,369	7,272	7,167	7,051	6,928	6,796	6,657	6,509	6,353
10	7,401	6,361	7,310	7,252	7,184	7,117	7,021	6,928	6,825
20	7,209	7,224	7,232	7,230	7,220	7,201	7,174	7,137	7,092
3^s 0° 9^s	6,796	6,870	6,934	6,990	7,038	7,077	7,107	7,129	7,142
10	6,178	6,306	6,425	6,537	6,641	6,737	6,825	6,904	6,978
20	5,372	5,550	5,722	5,889	6,043	6,193	6,336	6,470	6,596
4^s 0° 10^s	4,403	4,626	4,844	5,055	5,261	5,460	5,653	5,839	6,018
10	3,299	3,561	3,819	4,072	4,320	4,563	4,799	5,031	5,255
20	2,097	2,389	2,679	2,964	3,247	3,525	3,000	4,070	4,334
5^s 0° 11^s	− 0,829 +	− 1,144 +	1,456	1,766	2,075	2,382	2,685	2,985	3,281
10	+ 0,463 −	+ 0,137 −	− 0,189 +	− 0,513 +	− 0,541 +	− 1,165 +	1,488	1,809	2,127
20	1,741	1,413	+ 1,083 −	+ 0,752 −	+ 0,420 −	+ 0,087 −	0,246	0,573	0,908

NUTAZIONE IN DECLINAZIONE

0^s 0° 6^s	+ 9″,138 −	+ 9″,228 −	+ 9″,314 −	+ 9″,390 −	+ 9″,454 −	+ 9″,507 −	+ 9″,547 −	+ 9″,577 −	+ 9″,594 −
10	8,608	8,746	8,873	8,989	9,095	9,189	9,273	9,344	9,402
20	7,824	7,998	8,162	8,313	8,459	8,593	8,716	8,828	8,930
1^s 0° 7^s	6,803	7,006	7,202	7,389	7,567	7,736	7,895	8,045	8,184
10	5,575	5,803	6,025	6,238	6,444	6,643	6,833	7,015	7,189
20	4,177	4,423	4,663	4,898	5,127	5,349	5,564	5,774	5,976
2^s 0° 8^s	2,653	2,908	3,160	3,408	3,653	3,892	4,127	4,357	4,581
10	+ 1,047 −	+ 1,305 −	+ 1,561 −	1,813	2,067	2,317	2,564	2,807	3,047
20	− 0,589 +	− 0,337 +	− 0,085 +	+ 0,168 −	+ 0,420 −	+ 0,671 −	+ 0,922 −	+ 1,172 −	+ 1,418 −
3^s 0° 9^s	2,208	1,970	1,729	− 1,486 +	− 1,241 +	− 0,994 +	− 0,747 +	− 0,498 +	− 0,249
10	3,760	3,543	3,320	3,094	2,864	2,630	2,394	2,154	1,912
20	5,198	5,008	4,810	4,608	4,400	4,186	3,963	3,794	3,516
4^s 0° 10^s	6,477	6,320	6,204	6,000	5,802	5,615	5,421	5,220	5,013
10	7,561	7,022	7,312	7,174	7,027	6,872	6,709	6,537	6,358
20	8,413	8,335	8,247	8,148	8,040	7,922	7,375	7,656	7,510
5^s 0° 11^s	9,011	8,976	8,931	8,875	8,808	8,730	8,641	8,543	8,433
10	9,335	9,345	9,344	9,332	9,308	9,273	9,227	9,170	9,101
20	9,375	9,430	9,474	6,506	9,526	9,535	9,532	9,517	9,492

NUTAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☊	AR = 90° 270	92° 272	94° 274	96° 276	98° 278	100° 280	102° 282	104° 284	106° 286
0s 0° 6s	− 0,000 +	+ 0,335 −	+ 0,670 −	+ 1,003 −	+ 1,336	+ 1,667 −	+ 1,996 −	+ 2,323 −	+ 2,646 −
10	1,241	− 0,908 +	− 0,578 +	− 0,246 +	+ 0,087 −	+ 0,420 −	+ 0,752 −	+ 1,083 −	1,413
20	2,444	2,127	1,809	1,488	− 1,165	− 0,841 +	− 0,513 +	− 0,189 +	+ 0,137 −
1s 0° 7s	3,574	3,281	2,985	2,685	2,382	2,075	1,766	1,456	− 1,144 +
10	4,593	4,334	4,070	3,800	3,525	3,247	2,964	2,679	1,389
20	5,474	5,255	5,031	4,799	4,563	4,320	4,072	3,819	3,561
2s 0° 8s	6,189	6,018	5,839	5,653	5,460	5,261	5,055	4,844	4,626
10	6,715	6,596	6,470	6,336	6,193	6,043	5,889	5,722	5,550
20	7,038	6,978	6,904	6,825	6,737	6,641	6,537	6,425	6,306
3s 0° 9s	7,151	7,142	7,129	7,107	7,077	7,038	6,990	6,934	6,870
10	7,038	7,092	7,137	7,174	7,201	7,220	7,230	7,232	7,224
20	6,715	6,825	6,928	7,021	7,117	8,184	7,252	7,310	7,361
4s 0° 10s	6,189	6,353	6,509	6,657	6,796	6,928	7,051	7,167	7,272
10	5,474	5,686	5,892	6,090	6,280	6,462	6,638	6,805	6,963
20	4,593	4,843	5,095	5,333	5,572	5,801	6,022	6,236	6,443
5s 0° 11s	3,574	3,861	4,144	4,423	4,695	4,962	5,206	5,428	5,726
10	2,444	2,758	3,018	3,374	3,676	3,974	4,256	4,554	4,836
20	− 1,241 +	1,570	1,898	2,222	2,544	2,864	3,180	3,492	3,799

NUTAZIONE IN DECLINAZIONE

Long. del ☊	AR = 90° 270	92° 272	94° 274	96° 276	98° 278	100° 280	102° 282	104° 284	106° 286
0s 0° 6s	+ 9,600 −	+ 9,594 −	+ 9,577 −	+ 9,547 −	+ 9,507 −	+ 9,454 −	+ 9,390 −	+ 9,314 −	+ 9,228 −
10	9,454	9,492	9,517	9,532	9,535	9,526	9,506	9,474	9,430
20	0,021	9,101	9,170	9,227	9,273	9,308	9,332	9,344	9,345
1s 0° 7s	8,313	8,433	8,543	8,641	8,730	8,808	8,875	8,931	8,976
10	7,354	7,510	7,656	7,375	7,922	8,040	8,148	8,247	8,335
20	6,171	6,358	6,537	6,709	6,872	7,027	7,174	7,312	7,022
2s 0° 8s	4,800	5,013	5,220	5,421	5,615	5,802	6,000	6,204	6,320
10	3,284	3,516	3,794	3,968	4,136	4,400	4,608	4.810	5,008
20	1,167	1,912	2,154	2,394	2,630	2,864	3,094	3,320	3,543
3s 0° 9s	+ 0,000 −	+ 0,249 −	+ 0,498 −	+ 0,747 −	+ 0,994 −	+ 1,241 −	+ 1,486 −	1,729	1,970
10	− 1,167 +	− 1,418 +	− 1,172 +	− 0,922 +	− 0,671 +	− 0,420 +	− 0,168 +	+ 0,085 −	+ 0,337 −
20	3,284	3,047	2,807	2,564	2,317	2,067	1,813	− 2,561 +	− 1,305 +
4s 0° 10s	4,800	4,581	4,357	4,127	3,892	3,653	3,408	3,160	2,908
10	6,171	5,976	5,774	5,564	5,349	5,127	4,898	4,663	4,423
20	7,354	7,189	7,015	6,833	6,643	6,444	6,238	6,025	5,803
5s 0° 11s	8,413	8,184	8,045	7,895	7,736	7,567	7,389	7,202	7,006
10	9,021	8,930	8,828	8,716	8,593	8,459	8,313	8,161	7,998
20	9,454	9,402	9,344	9,273	9,189	9,095	8,989	8,873	8,746

NUTAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☊	AR = 108° 288	110° 290	112° 292	114° 294	116° 296	118° 298	120° 300	122° 302	124° 304
0s 0° 6s	+ 2″,966 −	+ 3″,284 −	+ 3″,597 −	+ 3″,905	+ 4″,209	+ 4″,507 −	+ 4″,800 −	− 5″,087 +	+ 5″,368 +
10	1,741	2,067	2,391	2,712	3,029	3,342	3,653	3,958	4,258
20	+ 0,463 −	+ 0,789 −	+ 1,113 −	1,436	1,757	2,077	2,394	2,708	3,018
1s 0° 7s	− 0,829 +	− 0,514 +	− 0,196 +	+ 0,117 +	+ 0,433 −	+ 0,748 −	+ 1,062 −	1,375	1,687
10	2,097	1,802	1,504	− 1,205 −	− 0,905 +	− 0,604 +	− 0,301 +	+ 0,004 −	+ 0,304 −
20	3,299	3,034	2,764	2,492	2,216	1,937	1,656	− 1,375 +	− 1,038 +
2s 0° 8s	4,403	4,174	3,943	3,702	3,458	3,211	2,960	2,705	2,447
10	5,372	5,187	4,996	4,799	4,596	4,368	4,174	3,955	3,732
20	6,178	6,043	5,901	5,752	5,595	5,431	5,261	5,084	4,902
3s 0 9s	6,796	6,715	6,625	6,528	6,423	6,305	6,189	6,061	5,925
10	7,209	7,184	7,150	7,107	7,057	6,996	6,913	6,351	6,767
20	7,401	7,433	7,456	7,471	7,475	7,471	7,457	7,435	7,403
4s 0 10s	7,369	7,457	7,537	7,606	7,667	7,719	7,760	7,792	7,815
10	7,113	7,255	7,387	7,511	7,625	7,730	7,826	7,913	7,989
20	6,641	6,831	7,014	7,133	7,352	7,503	7,655	7,791	7,921
5s 0° 11s	5,967	6,201	6,427	6,646	7,028	7,058	7,251	7,436	7,612
10	5,112	5,382	5,646	5,902	6,151	6,393	6,627	6,853	7,071
20	4,102	4,400	4,692	4,979	5,260	5,534	5,802	6,063	6,315

NUTAZIONE IN DECLINAZIONE

0s 0° 6s	+ 9″,130 −	+ 9″,021 −	+ 8″,901 −	+ 8″,770 −	+ 8″,629 −	+ 8′,476 −	+ 8,313 −	+ 8′,141 −	+ 7,959 −
10	9,375	9,308	9,230	9,141	9,041	8,930	8,808	3,675	8,531
20	9,335	9,313	9,280	9,235	9,179	9,113	9,035	8,945	8,845
1s 0° 7s	9,011	9,035	9,047	9,048	9,039	9,017	8,986	8,944	8,891
10	8,413	8,481	8,539	8,587	8,623	8,650	8,666	8,671	8,715
20	7,561	7,671	7,772	7,914	7,946	8,018	8,081	8,134	8,177
2s 0° 8s	6,477	6,627	6,769	6,902	6,609	7,144	7,251	7,350	7,440
10	5,198	5,382	5,560	5,730	5,895	6,051	6,201	6,343	6,477
20	3,760	3,974	4,182	4,385	4,584	4,776	4,908	5,143	5,317
3s 0° 9s	2,208	2,444	2,677	2,907	3,133	3,355	3,574	3,787	3,996
10	+ 0,589 −	+ 0,841 −	+ 1,091 −	+ 1,130 −	+ 1,587 −	1,832	2,075	2,316	2,554
20	− 1,047 +	− 0,789	− 0,529 +	− 0,268 +	− 0,007 +	+ 0,252 −	+ 0,514 −	+ 0,774 −	+ 1,034 −
4s 0° 10s	2,653	2,394	2,130	1,867	1,601	− 1,332	− 1,062 +	− 0,791 +	− 0,519 +
10	4,177	3,926	3,670	3,411	3,147	2,878	2,607	2,330	2,054
20	5,575	5,340	5,098	4,850	4,596	4,337	4,072	3,799	3,528
5s 0° 11s	6,803	6,590	6,367	6,142	5,906	5,663	5,414	5,157	4,895
10	7,824	7,641	7,448	7,247	7,036	6,818	6,590	6,355	6,112
20	8,608	8,459	8,301	8,132	7,953	7,765	7,567	7,360	7,144

NUTAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☊	AR = 126° 306	128° 308	130° 310	132° 312	134° 314	136° 316	138° 318	140° 320	142° 322
0^s 0° 6^s 10 20	+ 5",643 − 4,553 3,325	+ 5",910 − 4,843 3,627	+ 6",171 − 5,127 3,926	+ 6,424 5,414 4,220	+ 6",668 − 5,674 4,509	+ 6",905 − 5,939 4,792	+ 7",141 − 6,195 5,068	+ 7",354 − 6,444 5,340	+ 7",565 − 6,686 5,604
1^s 0° 7^s 10 20	1,996 + 0,606 − − 0,802 +	+ 2,303 − 0,908 − 0,515 +	2,607 + 1,208 − − 0,227 +	2,908 1,504 + 0,063 −	3,205 + 1,804 0,349 −	3,498 2,099 + 0,636 −	3,787 2,391 + 0,923 −	4,072 2,651 + 1,208 −	4,349 2,967 + 1,492 −
2^s 0° 8^s 10 20	2,186 3,503 4,713	1,922 3,270 4,520	1,656 3 034 4,320	− 1,387 + 2,793 4,115	− 1,118 + 2,550 3,905	− 0,847 + 2,303 3,690	− 0,574 + 2,054 3,470	− 0,301 + 1,802 3,247	− 0,025 + 1,547 3,019
3° 0 9^s 10 20	5,782 9,674 7,363	5,631 6,572 7,313	5,474 6,462 7,255	5,310 6,346 7,187	5,141 6,221 7,111	4,964 6,088 7,027	4,782 5,949 6,933	4,593 5,801 6,831	4,400 5,646 6,722
4^s 0° 10^s 10 20	7,828 8,056 8,038	7,832 8,113 8,147	7,826 8,160 8,246	7,811 8,197 8,335	7,756 8,226 8,413	7,752 8,241 8,471	7,708 8,249 8,539	7,655 8,246 8,586	7,592 8,233 8,623
5^s 0° 11^s 10 20	7,777 7,280 6,561	7,934 7,480 6,798	8,081 7,671 7,027	8,218 7,853 7,248	8,346 8,025 7,460	8,462 8,187 7,663	8,569 8,339 7,856	8,666 8,481 8,049	8,752 8,613 8,214

NUTAZIONE IN DECLINAZIONE

Long. del ☊	AR = 126° 306	128° 308	130° 310	132° 312	134° 314	136° 316	138° 318	140° 320	142° 322
0^s 0° 6^s 10 20	+ 7",766 − 8,378 8,735	+ 7",565 − 8,214 8,613	+ 7",354 − 8,040 8,481	+ 7",134 − 7,856 8,339	+ 6",905 − 7,663 8,187	+ 6",668 − 7,460 7,975	+ 6",424 − 7,247 7,853	+ 6",171 − 7,027 7,671	+ 5",910 − 6,798 7,480
1^s 0° 7^s 10 20	8,776 8,650 8,210	8,752 8,623 8,233	8,666 8,586 8,246	8,569 8,539 8,249	8,512 8,481 8,241	8,346 8,413 8,225	8,218 8,335 8,197	8,081 8,246 8,160	7,934 8,147 8,113
2^s 0° 8^s 10 20	7,521 6,185 5,485	7,592 6,722 5,646	7,655 6,831 5,801	7,708 6,933 5,948	7,752 7,027 6,088	7,786 7,111 5,802	7,811 7,187 6,346	7,826 7,255 6,462	7,832 7,313 6,572
3^s 0° 9^s 10 20	− 4,201 2,789 + 1,291 −	4,400 3,019 1,547	4,593 3,247 1,802	4,782 3,470 2,054	4,964 3,690 2,303	5,141 3,905 2,550	5,310 4,115 2,794	5,474 4,320 5,034	5,631 4,520 3,270
4^s 0° 10^s 10 20	− 0,246 + 1,774 3,250	+ 0,027 − − 1,492 + 2,967	+ 0,301 − − 1,208 + 2,681	+ 0,574 − − 0,920 + 2,389	+ 0,847 − − 0,636 + 2,099	+ 1,118 − − 0,349 + 1,804	+ 1,387 − − 0,061 + 1,507	1,656 + 0,227 − − 1,208 +	1,925 + 0,515 − − 0,908 +
5^s 0° 11^s 10 20	4,626 5,861 6,919	4,352 5,604 6,686	4,072 5,340 6,444	3,787 5,069 6,195	3,498 4,792 5,939	3,205 4,509 5,674	2,908 4,220 6,404	2,607 3,926 5,127	2,301 3,627 4,843

NUTAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☊	AR = 144° 324	146° 326	148° 328	150° 330	152° 332	154° 334	156° 336	158° 338	160° 340
0^s 0° 6^s	+ 7″,766 −	+ 7″,959 −	+ 8″,141 −	+ 8″,313 −	+ 8″,476 −	+ 8″,629 −	+ 8″,770 −	+ 8″,900 −	+ 9″,021 −
10	6,911	7,144	7,360	7,567	7,765	7,953	8,132	6,301	8,459
20	5,861	5,112	6,355	6,590	6,815	7,036	7,247	7,448	7,641
1^s 0° 7^s	4,626	4,895	5,157	5,414	5,663	5,906	6,142	6,370	6,590
10	3,250	3,528	3,802	4,072	4,337	4,596	4,850	5,098	5,340
20	1,774	2,054	2,332	2,607	2,879	3,147	3,411	3,670	3,926
2^s 0° 8^s	+ 0,246 −	+ 0,519 −	+ 0,791 −	+ 1,062 −	+ 1,332 −	+ 1,601	+ 1,867	+ 2,132	+ 2,394
10	− 1,291 +	− 1,034 +	− 0,774 +	− 0,514 +	− 0,251 +	0,007 −	0,268 −	0,529 −	0,789 −
20	2,789	2,554	2,316	2,075	1,832	− 1,587 +	− 1,340 +	− 1,092 +	− 0,841 +
3^s 0° 9^s	4,201	3,996	3,787	3,574	3,355	3,133	2,907	2,677	2,444
10	5,485	5,317	5,143	4,962	4,776	4,534	4,385	4,182	3,974
20	6,554	6,477	6,853	6,201	6,051	5,895	5,730	5,560	5,382
4^s 0° 10^s	7,521	7,440	7,436	7,251	7,144	7,028	6,902	6,769	6,627
10	8,210	8,177	8,134	8,081	8,018	7,946	7,864	7,772	7,671
20	8,650	8,665	8,671	8,666	8,650	8,623	8,587	8,539	8,481
5^s 0° 11^s	8,826	8,891	8,944	8,986	9,018	9,039	9,048	9,047	9,035
10	8,735	8,845	8,945	9,035	9,113	9,179	9,235	9,280	9,313
20	8,378	8,531	8,675	8,803	8,930	9,041	9,141	9,230	9,308

NUTAZIONE IN DECLINAZIONE

Long. del ☊	AR = 144° 324	146° 326	148° 328	150° 330	152° 332	154° 334	156° 336	158° 338	160° 340
0^s 0° 6^s	+ 5″,643 −	+ 5″,368 −	+ 5″,087 −	+ 4″,800 −	+ 4″,504 −	+ 4″,209 −	+ 3″,905 −	+ 3,597 −	+ 3′,284 −
10	6,561	6,265	6,063	5,802	5,534	5,310	4,979	4,692	4,400
20	7,330	7,071	6,853	6,627	6,393	6,151	5,902	5,646	5,382
1^s 0° 7^s	7,777	7,612	7,436	7,251	7,058	6,856	6,646	6,427	6,201
10	8,038	7,921	7,792	7,655	7,508	7,352	7,188	7,014	6,831
20	8,056	7,989	7,913	7,826	7,730	7,625	7,511	7,387	7,255
2^s 0° 8^s	7,878	7,815	7,792	7,760	7,718	7,667	7,606	7,537	7,457
10	7,363	7,403	7,435	7,457	7,471	7,475	7,471	7,456	7,433
20	6,674	6,767	6,851	7,923	6,996	7,057	7,107	7,150	7,184
3^s 0° 9^s	5,782	5,506	6,061	6,189	6,310	6,423	5,528	6,626	6,715
10	4,713	4,902	5,084	5,261	5,431	5,595	5,333	5,901	6,043
20	3,503	3,732	3,955	4,174	4,391	4,596	4,799	4,996	5,187
4^s 0° 10^s	2,186	2,447	2,705	3,960	3,211	3,458	3,702	3,940	4,174
10	+ 0,802 −	+ 1,088 −	+ 1,372 −	1,651	1,937	2,216	2,492	2,764	3,034
20	− 0,606 +	− 0,304 +	− 0,002 +	+ 0,301 −	+ 0,603 −	+ 0,905 −	+ 1,205 −	1,504	1,802
5^s 0° 11^s	1,996	1,687	1,375	− 1,062 −	− 0,748 +	− 0,433 +	− 0,127 +	+ 0,198 −	+ 0,514 −
10	3,325	3,018	2,708	2,394	2,075	1,757	3,436	− 1,113 +	− 0,789
20	4,553	4,258	3,958	3,653	3,342	3,029	2,717	2,390	2,067

NUTAZIONE IN ASCENSION RETTA

Long. del ☊	AR = 162° 342	164° 344	166° 346	168° 348	170° 350	172° 352	174° 354	176° 356	178° 358
0^s 0° 6^s	+ 9″,130 −	+ 9″,228 −	+ 9″,314 −	+ 9″,390 −	+ 9″,454 −	+ 9″,504 −	+ 9″,547 −	+ 9″,577 −	+ 9″,594 −
10	8,605	8,746	8,873	8,989	9,095	9,189	9,273	9,344	9,405
20	7,824	7,998	8,162	8,316	8,459	8,593	8,716	8,828	8,930
1^s 0° 7^s	6,803	7,006	7,202	7,389	7,567	7,736	7,895	8,045	8,184
10	5,575	5,803	6,025	6,238	6,444	6,643	6,833	7,015	7,189
20	4,177	4,423	4,663	4,898	5,127	5,349	5,564	5,774	5,976
2^s 0° 8^s	2,653	2,908	3,160	3,408	3,653	3,892	4,127	4,357	4,580
10	+ 1,047 −	+ 1,305 −	+ 1,561 −	1,815	2,067	2,317	2,564	2,807	3,047
20	− 0,587 +	− 0,337 +	− 0,085 +	+ 0,163 −	+ 0,420 −	+ 0,671 −	+ 0,972 −	+ 1,172 −	+ 1,420
3^s 0° 9^s	2,208	1,920	1,729	− 1,486 +	− 1,241 +	− 0,992 +	− 0,747 +	− 0,498 +	− 0,249 +
10	3,760	3,543	3,320	3,094	2,864	2,632	2,394	2,154	1,912
20	5,198	5,008	4,810	4,608	4,400	4,186	3,968	3,744	3,516
4^s 0° 10^s	6,477	6,320	6,154	5,982	5,802	5,615	5,421	5,220	5,013
10	7,561	7,441	7,312	7,174	7,027	6,872	6,709	6,537	6,358
20	8,413	8,335	8,247	8,148	8,040	7,922	7,794	7,662	7,510
5^s 0° 11^s	9,011	8,976	8,931	8,875	8,808	8,730	8,641	8,543	8,433
10	9,335	9,345	9,344	9,332	9,303	9,273	9,227	9,170	9,100
20	9,375	9,430	9,474	9,506	9,526	9,535	9,532	9,517	9,492

NUTAZIONE IN DECLINAZIONE

0^s 0° 6^s	+ 2″,966 −	+ 2″,696 −	+ 2″,323 −	+ 1″,996 −	+ 1″,667 −	+ 1″,334 −	+ 1″,003 −	+ 0″,670 −	+ 0′,336 −
0	4,102	3,799	3,492	3,094	2,864	2,544	2,222	1,898	1,570
20	5,112	4,836	4,554	4,266	3,974	3,676	3,374	3,068	2,758
1^s 0° 7^s	5,967	5,726	5,478	5,224	4,962	4,695	4,423	4,144	3,861
10	6,641	6,425	6,236	6,022	5,801	5,572	5,337	5,095	4,848
20	7,113	6,963	6,805	6,638	6,462	6,280	6,090	5,892	5,686
2^s 0° 8^s	7,369	7,272	7,167	7,051	6,928	6,796	6,657	6,509	6,353
10	7,401	7,361	7,310	7,252	7,184	7,107	7,021	6,928	6,826
20	7,209	7,224	7,232	7,230	7,220	7,201	7,174	7,137	7,092
3^s 0° 9^s	6,796	6,870	6,934	6,990	7,038	7,080	7,107	7,129	7,142
10	6,181	6,306	6,425	6,537	6,641	6,737	6,825	6,904	6,975
20	5,372	5,550	5,303	5,886	6,043	6,193	6,336	6,470	6,596
4^s 0° 10^s	4,403	4,626	4,844	5,055	5,261	5,460	5,653	5,420	6,018
10	3,299	3,561	3,819	4,072	4,320	4,563	4,799	5,031	5,255
20	2,097	2,389	2,679	2,964	3,247	3,525	3,800	4,070	4,334
5^s 0° 11^s	+ 0,829 −	+ 1,444 −	1,456	1,766	2,075	2,382	2,685	2,985	3,282
10	− 0,463 +	− 0,137 +	+ 0,189 −	+ 0,515 −	+ 0,841 −	+ 1,165 −	1,488	1,809	2,127
20	1,739	1,413	− 1,033 +	− 0,752 +	− 0,420 +	− 0,087 +	+ 0,196 −	0,578	0,910

In tutte le tavole antecedenti da gradi 180 sino a 360 si mutino i segni cioè + in —, e — in +.

Argomento Longitudine del ☊			Parte seconda della Nutazione in Asc. Retta
0^s	0^o	6^s	— 0,000 +
	10		2,859
	20		5,630
1^s	0^o	7^s	8,231
	10		10,582
	20		12,611
2^s	0^o	8^s	14,257
	10		15,469
	20		16,212
3^s	0^o	9^s	16,462
	10		16,212
	20		15,469
4^s	0^o	10^s	14,257
	10		12,611
	20		10,582
5^s	0^o	11^s	8,231
	10		5,630
	20		— 2,859 +

N. B. La prima parte della Nutazione in Ascension Retta deve moltiplicarsi per la tangente della Declinazione della Stella; avvertendo che le Declinazioni Australi si considerano come negative.

NUTAZIONE SOLARE IN ASCENSION RETTA E IN DECLINAZIONE

Nutazione in Ascension Retta — I. Parte Argomento 2 ☼		II. Parte Argomento 2 ☼ — AR *	Nutazione in Declinazione Argomento 2 ☼ — AR *	
0	— 0,00 +	— 0,47 —	— 0,00 +	360
10	0,18	0,46	0,08	350
20	0,35	0,44	0,16	340
30	0,51	0,41	0,24	330
40	0,66	0,36	0,30	320
50	0,79	0,30	0,36	310
60	0,89	0,24	0,41	300
70	0,96	0,16	0,44	290
80	1,01	— 0,08 —	0,46	280
90	1,03	0,00	0,47	270
100	1,01	+ 0,08 +	0,46	260
110	0,96	0,16	0,44	250
120	0,89	0,24	0,41	240
130	0,79	0,30	0,36	230
140	0,66	0,36	0,30	220
150	0,51	0,41	0,24	210
160	0,35	0,44	0,16	200
170	0,18	0,46	0,08	190
180	— 0,00 +	+ 0,47 +	— 0,00 +	180

N. B. ☼ è lo stesso che Longitudine di Sole

AR = Ascension Retta della Stella.

La seconda parte della Nutazione solare in AR, si moltiplicherà per la Tangente della Declinazione. S' è Australe la Declinazione, la Tangente si prenderà negativamente.

La Nutazione in Declinazione si applica secondo i segni alla Declinazione, la quale s' è Australe, si considererà come negativa.

DEI METODI ANALITICO E SINTETICO

MEMORIA

DEL CONTE ABATE

FRANCESCO MARIA FRANCESCHINIS

CAVALIERE DI TERZA CLASSE DELL' I. R. ORDINE DELLA CORONA DI FERRO

LETTA NELLA SEZIONE PUBBLICA DELL'ANNO MDCCCXV.

Fu già detto, che mentre il grande Bacone apriva luminoso sentiero alle scienze tutte, e posto quasi all'entrata di esso, chiamava a quella volta i traviati ingegni, l'immortale Galileo da interno impeto sospinto la strada medesima a passi di gigante divorava. Dal che molti trassero argomento di deridere, siccome inutili, i metodi e le maniere, che i grandi uomini propongono a ben condursi nella scientifica carriera: e quelli che tanto non ardivano, contendevano in vece, che, sendosi pur ora già eretto l'edifizio delle scienze e delle arti migliori, debbano quei metodi e que' precetti aversi in conto del palco, di cui è bensì mestieri valersi per costruire gran fabbrica, ma che via si toglie, non sì tosto siasi la fabbrica compiuta. Quindi è avvenuto che nelle moderne istituzioni si facciano animosi gli alunni, perchè s'introducano nel santuario delle scienze senza iniziazione veruna; e senza guida o filo di sorta s'inoltrino nei loro labirinti. Chè, per istringer tutto in breve, l'arte stessa così reputata ai coltivatori delle discipline tutte necessaria, che niuno arrischiava al limitare di qualsiasi facoltà avvicinarsi, che da quella non fosse come a mano condotto; quell'arte, in cui Tullio non credeva perduta opera esercitarsi ne' provetti suoi anni con celebre dialettico, che nella propria casa albergava, quella da illustre moderno autore vuolsi esser nulla, o null'altro essere che il naturale abito di ben costrutta mente. Quasi che niuna arte vi fosse di quelle cose, a cui siamo dalla natura predisposti, e a cui per la straordinaria forza dell' ingegno alcuni da Minerva prediletti, e da Apollo senza preparazione niuna pervengono. Che dir pur anche bisognerebbe, che niuna arte vi abbia di canto; perchè molti piacevolmente cantano, che musiche note mai non conobbero; o niuna scienza di mecanica, perchè molti giunsero a meravigliose invenzioni nelle arti, che mai le soglie della geometria, e della scienza del moto non salutarono. Senza di che troppo male avviseria, chi estimasse che nelle scienze nulla più rimanesse da farsi: costringendo con ciò tra molto angusti limiti, o l'ampiezza del loro regno, o il proceder continuo per esso dell'umano intelletto. E quando pur tutte da noi si fossero le verità conseguite, e le invenzioni, per coloro, che i primi passi alle scienze indirizzano sarebbono esse come nulle: giacchè non le enunciate, ma le dimostrate cose sono scienza. E quanto più le scienze amplificate trovi, e cresciute, tanto più ti è mestieri di metodo e di ordine per non ismarrirti nella confusa copia, e per sapere accortamente legare in un sol tutto le parti moltiplicate; nel che la virtù dei generali metodi in singolar modo risplende. Ma qual meraviglia che Bacone pure i suoi Zoili si avesse, o i suoi Mevii, o i suoi Empirici; se nulla esser può saldo sotto l' impero dell'umana inquietezza ed incostanza? e se il lungo uso e godimento del vero e del bello produce talvolta ne' più casti petti un bizzarro disprezzo per essi?

Ma il poco caso che si fa dei metodi e delle regole non è la sola cagione, per cui gli studiosi giovani inciampino spesso per via, o vengano impediti: che lo è pur anco il poco intenderne la natura, la forza e l'uso. Da tutti si parla dei due celebri metodi analitico e sintetico, con cui l' intelletto si conduce nell'acquisto del vero. Ma tanto è lungi che s'abbia sinora distinta idea dei medesimi, delle essenziali loro differenze, e della virtù ed estensione propria di ciascuno, non che della maniera conveniente di adoperarli, che forastiera accademia non dubitò non ha molto di metter premiò a chi chiaramente all'enunciate questioni satisfacesse. Nobile e degno soggetto di occupare singolarmente gl' ingegni di coloro che alla pubblica istruzione sono ordinati; a cui nulla caler più deve, che di appianare l' ingresso alle professate discipline, di additarne i varii sentieri, e di mettere a prova con gli esercitati talenti i metodi tutti di ritrovamento e di dimostrazione. L'esame pertanto dei metodi analitico e sintetico nelle indicate viste sarà l'argomento della presente memoria, di cui l'angustia del tempo non mi concede di sottoporne per ora al giudizio vostro che una parte; nella quale principalmente discuterò se vi abbiano differenze essenziali tra i metodi suddetti; e quali se ben vi abbiano, pur sieno; riserbando ad altro incontro il dirvi quello che avanza; e sopra tutto le cose che più dappresso le matematiche risguardano, alle quali per altro anche il presente discorso non lascia di rivolgersi particolarmente.

Metodo scientifico null'altro può significare che una via, o un mezzo per rettamente condursi nella ricerca del vero. Quindi è che se i metodi analitico e sintetico sono tra loro essenzialmente differenti, ciò avverrà, perchè sieno mezzi, o strade essenzialmente diverse d'investigazione del vero. E come in ogni scienza ed arte non è che il sano ragionamento che a conseguire ne porti le verità non conosciute; così, se i metodi analitico e sintetico hanno tra loro differenze essenziali, saranno essi mezzi, o maniere di ragionamento essenzialmente dissomiglianti, la prima delle quali dirassi di risoluzione, e la seconda di composizione, come l'etimologia di quelle greche voci ne indica.

Ma cercando nel modo del ragionamento la differenza dei due metodi parmi là si cerchi distinzione, ove non può esservi distinzione veruna; e quello avvenir debba, che ai filosofi accadde, che nel principio dell'amore trovar volevano la dissomiglianza dell'amor interessato dall'amor gratuito; il qual principio non sarà mai che uno; cioè il desiderio di felicità, che ne muove e ne lega sempre a ciò che piace. Così chi dirà mai che il principio, o il modo intrinseco del ragionamento sia di reale distinzione capace? e vi abbiano maniere di ragionare essenzialmente diverse; e non si ragioni sempre di un modo? Che altro al giusto ragionamento richiedesi, che non è che serie di ben connesse proposizioni; se non che sien queste primamente ben chiare? Al che domandasi che le idee sieno ben determinate e distinte; e i termini ben definiti: giacchè allora si vedrà chiaramente l'identità, o l'opposizione dei due soggetti, o dei due termini, che si paragonano. Dopo di che a stabilire la contemplata connessione vorrassi solo che uno dei due termini della proposizione che precede trovisi in quella che segue. Nè il cangiar l'ordine delle proposizioni, dove la connessione tra esse rimanga, muterà il ragionamento: così, per esempio, la forza del sillogismo non varia, se muti il sito delle due premesse, tal che la prima divenga seconda, e la seconda prima. E bello sarebbe in ragionamento di lunga serie di proposizioni composto, il determinare in quante maniere diverse si possano esse combinare, senza che la catena delle connessioni in alcun modo s' interrompa.

Dirassi forse che i ragionamenti, e quindi i metodi sono diversi, quando per diversa via ne conducono allo stesso termine, tutto che in ciascuna via procedano collo stesso modo? Ma ciò facendo non altro farebbesi che dare della stessa verità dimostrazioni diverse. Che se le dimostrazioni diverse costituissero diversi modi di ragionamento, o diversi metodi di condursi nella ricerca del vero, non due sarebbero i metodi, ma tanti, quante sono le dimostrazioni, che della stessa verità si possono intessere. Per quante vie diverse non si arriva, per esempio, a stabilire, che la superfizie della sfera eguaglia quella di quattro circoli massimi? Chè a quella verità ne conduce, e l'antica strada archimedea, e il teorema di Guldino del centro di gravità applicato alla Geometria, e il calcolo differenziale, o quello delle funzioni analitiche. E la convinzione della esistenza di un essere perfettissimo, infinito, in quanti modi non fu ella da diversi sommi uomini nell'animo insinuata? Platone quell'essere stabiliva, come intellettuale necessaria sede dell'idee archetipe sempiterne, e dell' immutabili ed eterne verità. Aristotile Dio riconosceva nella necessità di un primo movente; e quindi di virtù infinita, movente per intelligenza, uno, immobile, indivisibile, e non soggetto a reazione veruna. Cartesio il predicava, come unica cagione del movimento locale, che dalla materia affatto inerte sarebbesi in vano aspettato: o lui vedeva nella necessaria connessione che vi ha tra l' idea dell'essere perfettissimo, e l'attuale di lui esistenza. Newton l'acclamava come unico possibile dispositore dell'ordine dell'universo; ordine che ben possono le conosciute leggi conservare; ma che non potevano mai per se sole introdurre. Leibnizio finalmente omaggio alla divinità rendeva di consentimento intero, come primo ente solo determinato ad esistere pel principio di contraddizione, e come primo determinante di tutto ciò che per lo principio della ragion sufficiente ha da essere determinato. Ora chi queste prove diverse chiamerà diversi modi di ragionamento, o diversi metodi nel senso di cui si parla; e non dirà piuttosto altro non essere che differenti connessioni e legami, che hanno le verità capitali, come quella dell'esistenza di Dio con altre più diramate e particolari? a quel modo che molti rami in una loro estremità fra di essi disgiunti, con l'altra tutti si congiungono in un tronco comune; o come i raggi di un circolo che separati alla circonferenza tutti nel centro s'incontrano? Nè a stabilire essenziale differenza tra i due metodi gran fatto conduce la usata immagine della scala, o della catena che dall'analista, o dal sintetico in contrario senso si percorrano. Chi volesse di scala o di catena l'altezza aggiungere del primo gradino o del primo anello non dovrebbe superare la medesima distanza, riconoscere i medesimi nessi di quegli, che locato in cima si proponesse di toccarne l'ultima estremità? E in che altro sarebbon diversi se non nella prima posizione? per cui all'uno non può venir talento che di ascendere, siccome all'altro non può venir voglia che di discendere? Così chi da conosciuta cagione o principio voglia farsi strada a derivarne gli effetti, o le conseguenze, dovrà in certo qual modo in giù portarsi, come converrà che in su si volga, chi dagli effetti desidera alla conoscenza delle cagioni pervenire. L'oggetto sarà ben diverso; ma il metodo sarà lo stesso, i passi i medesimi, somiglianti i ragionamenti. Per simil guisa se la discendenza dell'immortale Maria Teresa da Rodolfo di Haupsbourg volesse uno dimostrare, non farebbe egli egual sentiero discendendo da Rodolfo sino a Maria Teresa per la serie non interrotta degli illustri suoi avi, che rimontando per la serie medesima da Maria Teresa sino a Ridolfo? Non altra per mia fede avrebbevi in ciò diversità se non che nell'un caso dovrebbesi, per esempio, mostrare che Carlo VI generò Maria Teresa, e nell'altro che Maria Teresa fu da Carlo VI generata; la qual cosa se reale differenza induca nel ragionamento altri sel vegga.

Ma se i filosofi, che mal ricercarono la distinzione dei due amori interessato e gratuito nel principio dell'amore, la ritrovarono poi nella diversità essenziale dei motivi, per cui le cose a noi piacciano, e ad esso in seguito ci attacchiamo; dei quali motivi quei tutti, che sono in noi, come la grata sensazione che un liquore ne risveglia, l'amore definiscono d'interesse; e tutti quelli che sono fuori di noi, come il candor dell'animo di una persona, o la bellezza di un quadro l'affetto distinguono, che gratuito si chiama; i filosofi stessi che distinzione verace dei due metodi non poterono riconoscere nel principio del ragionamento la vedranno eglino nella diversità de' mezzi, o delle operazioni; cioè nella risoluzione e composizione stessa, da cui i metodi medesimi si denominano, e di cui si giovano; che pur sono tra di loro diverse, anzi in certo modo contrarie? Ma la risoluzione e la composizione, che operazioni sono della intelligenza, o a più vero dire della immaginazione, che le idee compone e divide, sono assai volte l'oggetto immediato delle meditazioni del filosofo occupato della conoscenza delle cose, anzi che metodi di condursi nell'acquisto delle verità: e sì nelle risoluzioni, che nelle composizioni in relazione al conseguimento del vero non vi ha che un metodo o una regola di condotta, ch'è il giusto ragionamento. Se un voglia di una specie rintracciare il genere, che altro si propone, se non di togliere dall' idea della specie quello che vi ha di proprio per non lasciarvi che quello che vi ha di comune alle specie tutte, onde risulta il genere? E quando dall' idea del genere voglio le specie diverse determinare aggiungo all' idea medesima delle condizioni successive che sempre più la limitano e la compongono, e la riducono a minor numero sin che non sia presso a cadere negl'individui. Avendo sotto gli occhi un quadrato, il levarmi da esso all' idea universale del quadrilatero rettilineo non è lo stesso che il cercare le risoluzioni tutte, che possono aversi conservando l'idea a tutti i rettilinei quadrilateri comune, cioè di uno spazio chiuso da quattro rette linee? E quando dall' idea universale del quadrilatero voglio l'idea comporre del quadrato, che altro mi prefiggo, se non di restituire successivamente a quella idea tutte le determinazioni che aveva levate, e di comporre gradatamente il trapezio, il parallelogrammo, il rombo, il rettangolo e finalmente il quadrato? Così nelle fisiche disquisizioni, quando dei misti si cercano i componenti, la risoluzione è quella, che si ha in vista; e se dagli elementi si parta per averne il composto, la composizione è la cosa stessa, che si vuole. Facendo il chimico l'analisi dell'acqua che altro intende egli se non risolverla ne' suoi elementi? E bramandone la sintesi che altro da lui intendesi, se non di mescere insieme quegli elementi dei quali crede egli si componga, nelle note proporzioni? Che se la diversità dell'oggetto delle proprie indagini la diversità ponesse del metodo; e se cercando la composizione dovrà dirsi, che lo spirito con diverso metodo si conduce di allora che cerca la risoluzione; perchè non dirassi egualmente che altro metodo ei seguita, quando la dissomiglianza vuol conoscere delle cose simili, che quando la legge, o la ragion determinante indaga di una serie di effetti o di fenomeni, e quando qualsiasi altra relazione nelle cose considera delle tante e sì varie sotto cui possono raffrontarsi?

Che se ben addentro le cose riguardinsi, intenderassi, che come la natura non si sottopone mai nel di lei operare a lunga serie di maniere uniformi; così la mente nelle sue investigazioni non procede mai per molti successivi atti somiglianti. Qual contrasto diffatti continuo, e qual perenne vicenda nell'universo non vedi di aspetti, di forze e di azioni tra loro diverse e contrarie, per cui l'eterno armonioso rivolgimento delle cose tutte si produce e si mantiene? La luce e l'ombre; la vivacità e lo squallore; l'ordine e la confusione; l'orridezza e la giocondità; il caldo e il gelo; il torpore e la fermentazione; l'umidità e l'arsura; la tempesta e la calma; la corruzione e la vegetazione; la vita a dir breve e la morte come non si succedono a prova, non si mescono, e in certo modo non si toccano? Qua vicino alla rosa il cardo germoglia, là cresce tra il grano il loglio infelice. L'erbe medesime pasce l'agnello innocente e la serpe maligna; e suggono gli stessi fiori i nocenti insetti e le api industriose. E come l'infinito accorgimento della natura nella semplicità riluce delle cagioni verso la prodigiosa diversità degli effetti, così la splendida di lei ricchezza oltre modo risplende nella sorprendente varietà delle primigenie forme ben tra loro separate, e distinte: e ciò assai più che non farebbe nelle supposte insensibili gradazioni degli esseri, che spesso sotto lente ampliatrice dileguano, e che tanto toglierebbero di vigore all'aspetto dell'universo, e tanto scemerebbero ne' riguardanti l'ammirazione. Ora le forze cospiranti in una si compongono; ora negli urti diversi una forza in molte si risolve: vicino alle attrazioni si stanno le ripulsioni; dalle compressioni nascono le virtù espansive, dalle condensazioni le rarefazioni produconsi. Per siffatto alterno contrasto di azioni e reazioni, per simile non interrotta successione di congerie e secrezioni; di assorbimenti e di esalazioni; di dissoluzioni e di precipitazioni; di risoluzioni e di composizioni; di sfacimenti e di combinazioni l'economia della natura i sughi e gli alimenti prepara, e converte agli animali e alle piante nelle parti loro costituenti, onde si propagano, crescono, maturano, decadono, e si riproducono inviolate e intatte le specie loro infinite. E le risoluzioni particolarmente e le composizioni non iscorgi ne' più famigliari fenomeni continuamente avvicendarsi? Quell'acque marine, che in vapori si risolvono e si sollevano in alto, non tardano a condensarsi ed a comporsi in nuvole: poi di nuovo ricadono in pioggia disciolte; e là nel seno dei monti penetrate in ampie conserve si raccolgono, e alimentano le fonti; qua stillano e gemono per gli umidi dossi in piccole vene; onde i rivi minori si formano; che poi al rivo della fonte riuniti compongono il fiume, che tra via sempre di nuove acque si accresce. E i procedimenti delle arti tutte non sono lavoro di alternate operazioni contrarie? A che riduconsi, per esempio, i mezzi dell'arte e della scienza di governare le acque, se non a scavare ed a colmare, a dividerle ed a raccoglierle? Ora l'idraulico le acque raduna, perchè i fiumi i letti scavando nelle proprie rive s'infrenino, nè più minaccino le circostanti campagne: ora le torbide acque espande per paludi e per valli, onde rialzate ed asciutte sentano il grave aratro, e pascano le vicine città. Ora deriva i canali desiderati ad irrigare gli arsi terreni, o ad animare delle macchine, e degli ordigni cari all'industria operosa: ora le sparse acque unisce ai voti della navigazione e del commercio. Che se ai movimenti ed alle sensazioni dell'animo si riguardi, a qual vicenda continua non vedrassi egli soggetto di agitazioni e di quiete, di timori e di speranze, di languori e di attività, d'infermità e di salute, di piaceri e di dolori, di beni e di mali? Dalla cui mistura il bello morale risulta, come dagli urti e dai mutui insulti delle fisiche potenze contrarie la fisica bellezza dell'universo deriva e si ristora. Che l'alternare appunto continuo di beni e di mali, di prosperità e di sventure offre all'animo alla virtù educato occasioni frequenti di spiegarne tutta la vaghezza, e di sempre accrescerne il vigore, esercitandosi in successivi atti di magnanimità, di costanza, di moderazione, di liberalità e di pietà, i quali ben sono d'altro prezzo, che le delizie di vita voluttuosa ed inerte. Così nel mondo intellettuale lo spirito non avanza, che per atti ed isforzi diversi e contrarii all'acquisto di nuove idee e verità: e le risoluzioni e le composizioni singolarmente ad ogni passo in suo cammino s'incontrano, si cambiano, e il dominio alternano, e la servitù. Nè vi è forse verità che esclusivamente a un metodo solo si debba, e nella di cui ricerca la sintesi e l'analisi non siansi più volte avvicendate. E per trarre gli esempii dalla Geometria medesima, e dall'analisi propriamente detta non comincia egli il geometra dalla risoluzione, che gli prepara il soggetto delle di lui ricerche, separando da' corpi le proprietà tutte fuori della estensione? E poichè si accorse esser questa dalla triplice dimensione determinata, non gli offre la risoluzione queste dimensioni separatamente, lo che tanto agevola al limitato nostro intelletto la discussione? E le definizioni tutte sono esse altro che risoluzioni delle idee complesse nelle semplici? Se poi il geometra tu seguiti nelle sue dimostrazioni, quante volte non trovi, che di sottrazioni e di divisioni abbisogna che pure sono atti di risoluzione? E se la natura consideri de' suoi problemi, a canto di uno che la composizione domanda, ne vedi posto un altro che richiede la risoluzione. Il trovare, data l'altezza e la base, l'area del parallelogrammo corrispondente, non si fa componendo, come si trova, risolvendo, l'altezza, data l'area e la base? All' incontro se un problema venga all'analisi proposto, separate le cose note da quelle che nol sono, e conosciute le condizioni tutte del problema, non le lega essa insieme e non ne compone con ciò delle equazioni? Passando quindi alla risoluzione delle formate equazioni; e alternando in ciò le somme, e le sottrazioni, le moltipliche, e le divisioni, l'alzamento a potenza, e l'estrazione delle radici, le differenziazioni, e le integrazioni, non alterna le composizioni, e le decomposizioni? Che se ben di nuovo la natura si esplori, intenderassi, che tutto in essa è composto; e che la di lei semplicità non è che nella maniera di agire; operando con generali mezzi fecondissimi. Quindi è, che ogni soggetto d'indagine ne si fa più complicato, ed esteso, quanto più le cognizioni nostre si amplificano, e il nostro atto d'intendere si perfeziona: essendo di ciò cagione quell'ordine infinito, che rifulge per ogni dove nelle opere della natura; e di cui è proprio legare assieme ogni cosa, e infinita varietà di cose ridurre ad unità. Quell'atomo, che nuota nell'aria al capriccio delle aure, non segue meno esatte leggi di quelle, che conducono i movimenti degli astri. Quell'insetto che striscia su di una foglia è come inserita ruota nella macchina mondiale, che agisce con tutte e su tutte le altre: e quel fenomeno, che ti par figlio di sola cagione, è pur l'effetto di mille; anzi delle azioni perenni, e reciproche degli esseri tutti. E come per la virtù dell'ordine, che la congerie intera degli esseri in un sol tutto rannoda, qual più minuto atomo può aversi, qual Leibniziana monade, che sia cioè quasi specchio dell'universo intero; così ogni verità, che fosse in tutte le sue relazioni conosciuta tutte le altre in se medesima ne offrirebbe; e le scoperte delle varie scienze verrebbero per l'intelletto nostro a confondersi nel gran mare dell'essere, e del vero universale; e vedrebbe esso nel teatro della natura tutti i fenomeni ridotti a un fenomeno solo, e i fatti tutti ad un sol fatto. Ma se la fisica natura seguitando, che non è mai semplice ne' suoi effetti, nè geometricamente regolare nelle sue forme, della risoluzione, ed astrazione si gioviamo, come di mezzo alla debolezza del nostro intendimento necessario, convien ben guardarci di non attribuirle le astrazioni nostre, e di non considerare come esistenti cose, o sistemi, che non sono che nella nostra mente. Non v'è figura nell'universo, che sia di geometrica esattezza vestita; non orbita di pianeta, che a perfetta elissi rassomigli; non aspetto o rivoluzione di esso che all'istesso punto ritorni e nel medesimo istante; non azione di lui, che non sia dall'azione di tutti gli altri perturbata; non legge di movimento, che non sia da cause ritardatrici, o acceleratrici alterata; come forse non v'è sensazione che non sia composta; non affetto dell'animo che non sia misto. Che se risolvendo i soggetti ne' loro elementi per intendere quello, che di ciascuno di essi è proprio, non si ricompongan poi gli elementi stessi, e non si calcoli la vicendevole azione degli uni sopra degli altri, non si conoscerà mai la natura delle cose, nè si sapranno esse giustamente estimare. Così se è lecito per modo di esempio all'economista il risolvere la pubblica prosperità ne' suoi varii principii, popolazione, agricoltura, industria, commercio, sicurezza, ed altri; e il ricercare partitamente quello che a ognuno di essi, o nuoce, o giova, farebbe egli grande stoltezza, se proponesse poi i regolamenti per esempio che la popolazione al massimo grado favoriscono, senza raffrontarli, e comporli con gli altri oggetti, che deve egualmente rispettare, e promuovere; e cercasse così il *massimo* assoluto di ogni cosa; del che non vi è nulla di più facile; e non il *massimo* relativo, che nelle cose di molto composte diviene assai malagevole. Ma siffatta ricomposizione eccede il più delle volte le forze nostre, e pochi sono i casi, in cui la risoluzione, e la composizione possano servirsi a vicenda di prova, e di conferma: come accade nelle operazioni aritmetiche, e come adiviene per esempio nella chimica composizione e risoluzione dell'acqua, e in alcune altre fisiche e mediche ricerche: nei quali casi pure la risoluzione e la composizione non indurranno mai nel ragionare metodo diverso: il qual metodo, se io ben intendo, tanto più varrà nella ricerca del vero, quanto più da presso seguiterà la natural connessione delle cose, e introdurrà ne' suoi procedimenti più di ordine; di cui è proprio il trovare la posizione conveniente, e la ragion determinante della posizion di ogni cosa: dal che tutti i nessi risultano, onde le cose assieme si legano, e si sostengono; dei quali assai ne sfuggono, subito che al loro posto locate non sieno: come non bene intenderai l'azione, e l'uso di un elemento di ben costrutta macchina, che a suo luogo inserito non trovi; nè vedrai chiaramente, come con gli altri tutti si annetta, e si congegni. Questa ragion determinante seguitando delle cose, vide per esempio il filosofo nella torricelliana scoperta della gravità dell'aria infiniti fatti diversi in una sola serie legarsi; come nel principio frankliniano dell'elettricità la prodigiosa varietà de' fenomeni elettrici prender tutti fra loro come un'aria di famiglia. E sulle tracce camminando del naturale ordine altro nella carriera delle scienze non seguirà metodo, che quello di evitare i precipitati giudizii, e di rivolgere con tutto il vigore dell'attenzione in ogni maniera l'oggetto, che ha sotto gli occhi, onde tutti ne sortano gli aspetti che i vincoli ne appalesino con le verità vicine: a quella guisa che tutti si pingono i colori dell'Iride sovra collo di colomba che variamente si rivolga al sole. Nel qual, dirò così, movimento, e rivolgimento degli oggetti nella mente indagatrice gran parte della virtù d'invenzione è riposta.

Ma che dirassi del nuovo organo delle scienze, o del nuovo metodo di filosofare che Bacone disse d'introdurre? Sarà esso un metodo dall'analitico, e dal sintetico diverso? Che tal sembra lo annunzii il titolo di nuovo. E che vuol dire, che il sullodato ristoratore delle scienze il sillogismo proscrive, e vuole valersi della induzione, e d'induzione di nuova specie?

Primieramente conviene avvertire, che parla esso dello studio delle naturali cose, nel quale condanna l'uso dei sistemi, e il passare, che faccvasi dalle prime nozioni dei sensi ai principii generalissimi, per indi discendere alle proposizioni intermedie. Ma escludendo siffatta maniera di ragionare non esclude già egli per mia fè il sillogismo; ma solo del sillogismo i vizii; nè nuovo metodo di ragionamento propone, ma i traviati al sano filosofare richiama. Se passando dalle prime osservazioni per via del sillogismo alle proposizioni generali tu il faccia per proposizioni evidenti, e per chiara connessione, che tu scorga tra le proposizioni, o le premesse, e la conclusione, non vi sarà certo in ciò inganno; nè potrai condannare il sillogismo; che altronde è la forma più naturale per rappresentare la connessione delle cose, e per convincersene; consentendo lo stesso Bacone, esser geometricamente vero; che se due soggetti, o termini convengono con un termine medio debban tra loro convenire; lo che è la base di ogni sillogismo: ma condannare dovrai bensì, o il difetto di evidenza nelle premesse, o di connessione tra i termini estremi e il medio, che renda il sillogismo vizioso, e la conseguenza erronea, o inconcludente. Così se dalle proposizioni generali, a cui taluno temerariamente salì, vorrà discendere a trovare le proposizioni, onde riempiere il vuoto della scienza, e tutta conoscere la natura nella indagine intrapresa, sarà mero accidente, se incontrerà giusto: ma in questo ancora il sillogismo lo soccorrerà; perchè non affermerà mai, che quel particolare sia inchiuso nel generale, se veramente nol vegga, o che quel fatto o quel fenomeno dipenda da quella cagione, o da quel principio, se non s'accorga, mettendoli a fronte, esservi tra essi vera relazione di effetto e di causa, o di principio, e di conseguenza. Che se ciò vedesse dovrebbe saperne grado per l'un verso alla sua fortuna; e dall'altro aver per ferma la sua conclusione.

E coloro che a quelle generali proposizioni, o principii, o combinazioni di slancio si portarono, dovranno averle in conto d'ipotesi; che non potranno mai esser loro sotto altro aspetto indicate; sinchè nelle successive applicazioni ad ispiegare i fenomeni della natura non sentano venir questi a sottoporsi spontanei a quella legge, o a quella disposizione: lo che se accadesse, potrà quella legge, o quel sistema tenersi come legge, o sistema della natura. Cartesio dalla materia, e dal moto credè tutta poterne dedurre la costituzione dell'universo. Passò quindi ad immaginare una origine, ed una disposizione primitiva; la quale, se rimasta si fosse nella condizione di pura ipotesi, sarebbesi avuta come un volo ingegnoso di fantasia. Ma invaghitosene egli, e assumendola contro ogni precetto di logica come vera, fece violenza ai fatti, ed ai fenomeni, onde si piegassero a quell'immaginato ordine di cose. I quali rifuggendo in varie maniere di prestarvisi, doveano con la ritrosìa loro, che altro non vuol dire, che mancanza di connessione, dovean dissi farlo accorto, ch'egli non tesseva la storia, ma il romanzo della formazione e della conservazione del fisico mondo.

Newton, seguitando i Baconiani precetti, e fatto anche più cauto dall'icario volo del francese, conosciute le principali leggi del movimento degli astri, tentò di derivarle da un generale principio; e studiò, se da una forza primamente impressa, e da altra da lui detta attrazione, o gravità universale, che fosse proporzionale alla massa, e decrescesse di attività a misura che crescono i quadrati delle distanze, potessero tutti quei moti procrearsi: lo che avendo egli riconosciuto esattamente avverarsi, stabilì la fisica cagione dei movimenti degli astri medesimi. Che se Newton ignorando le Kepleriane leggi avesse subito immaginato il suo sistema, e l'avesse co' celesti moti confrontato, non ne avrebbe egli le leggi Kepleriane dedotte che poi l'osservazione gli avrebbe confermate? Tanto è ciò vero, che, a trionfo del di lui sistema, ed a conferma della gravità universale, il calcolo, con cui si applica il suddetto principio al movimento dei pianeti, prevenne spesso l'osservazione a riconoscere delle perturbazioni, e delle ineguaglianze già dal calcolo assegnate. Così oggi giorno puossi egualmente dai fenomeni risalire alla legge o principii che li producono, che dalle leggi discendere ai fenomeni. Ma qui pure l'oggetto immediato, non il metodo è diverso: mentre nel primo caso, dati i fenomeni sen cerca la cagione; nel secondo, data la cagione vuolsi la derivazione o la spiegazione dei fenomeni. Le quali due cose devono appunto provarsi a vicenda; con la sola differenza che la conclusione non può essere di necessità metafisica nel primo caso: giacchè quantunque il Newtoniano sistema spieghi a meraviglia tutti i movimenti de' pianeti, non è metafisicamente dimostrato, nè il potrà mai, ch'essi non potessero da altri principii dipendere, e da altre cagioni derivare: lo che per altro non toglie, che detto sistema non sia di tutta quella certezza vestito, che può nella fisiche cose desiderarsi: come lo è il moto annuo della terra, in quanto che per esso, combinato con la successiva propagazione della luce, ch'è verità da sicuri fatti dedotta, spiegasi a meraviglia l'osservato fenomeno dell'annua aberrazione delle fisse; tuttochè non aggiunga perciò esso moto la geometrica, o metafisica certezza: non essendo metafisicamente ripugnante, nè che quelle aberrazioni siano, anzi che apparenti, reali; nè che quella supposta illusione non possa aver altra origine. Laddove dalla teoria delle centrali forze geometricamente vera conseguono necessariamente le Kepleriane leggi: le quali per altro se astrattamente prese hanno necessaria connessione con le forze suddette, considerate come esistenti non l'hanno con la esistenza delle forze medesime; potendo quelle da altri principii essere state condotte.

E qui si parrà principalmente il valore, e la natura della Baconiana induzione, la quale non tanto conchiude dalla enumerazione dei particolari, che non può mai, o quasi mai essere compita, quanto dalla esclusione, o per dir meglio dall'una, e dall'altra assieme riunite. Che se osservando la enumerazione, e la classificazione delle cagioni, e dei modi con cui esse possono concorrere alla produzione di un effetto nella Baconiana induzione, non che i motivi delle esclusioni, si toglie per un verso ogni sospetto ed ogni dubio sulla verità della tesi, che si stabilisce; dall'altro sgomenta essa, ed allontana ogni meno appassionato indagatore della natura dal seguitar quella via, che pure in siffatti studii è la sola sicura.

Ma tanto è lungi, che la induzione, qual Bacone la usa sia al sillogismo contraria, che essa può sempre, come ogn'altra forma di dimostrazione al sillogismo ridursi. Che certo riducesi ella per esempio a dire: la tal cosa, il tal fenomeno non può, che in una delle tali maniere esser prodotto: ma niuna potè aver luogo fuori che una tale. Dunque accadde in questa.

Che se nelle fisiche cose l'enumerazione, e l'esclusione non ne conducono mai, che a fisica certezza, nelle metafisiche, e geometriche possono tale produrne, quale dal principio di contraddizione si ottiene. Quindi parmi non bene Locke la forza comprendesse di tal maniera di argomentare, quando rinfacciò a Malebranchio, che male argomentava dalla falsità delle altre opinioni sull'origine delle idee, che fosse vera la sua. Poichè l'induzione di Malebranchio sul principio appunto di contraddizione fondavasi. Mentre, come osserva il Cardinale Gerdil, da che le idee sono qualche cosa di reale, che tocca lo spirito, come ne conviene pur Locke, è forza che sieno, o una modificazione dell'anima, o qualche realità creata, o che siano in Dio; la qual divisione abbracciando le cinque maniere di vedere le cose esposte da Malebranchio, e non lasciando alcuna cosa di mezzo, conchiudeva egli giustamente, che non si possono vedere gli oggetti, che in una di quelle maniere; e che quando le altre fossero dimostrate false, la sua dovea pur esser vera.

Il merito pertanto di Bacone nello studio della natura non è di avere o proscritto il sillogismo, o introdotto una nuova spezie d'induzione; ma bensì di avere ridotta la filosofia naturale ad una interpretazione della natura, e ristretta la induzione ne' suoi giusti limiti, sicchè per essa non si conchiuda al di là di quello ch'essa può. Perciò rettamente affermava egli, che quanto noi sappiamo nelle naturali scienze riducesi a delle analogie, e a dei legami stabiliti dalla natura, e scoperti dall'osservazione, e dalla esperienza, di cui in seguito l'accorto filosofo si vale, come di fecondi principii per derivarne serie di ben dedotte conseguenze. Non male quindi pensò chi credette che alla troppo franca denominazione di *cause* naturali e di loro *effetti* convenisse sostituire la più modesta di naturali *segni*, e di cose *designate*. Giacchè propriamente parlando nulla v'ha, che provi esser dette *cause* in alcun modo cagioni efficienti: nè altro puossi sicuramente asserire, se non che, come dice Reid, la natura ha stabilito un legame costante tra di esse, ed i loro supposti effetti; e che a noi diede dei mezzi, e delle disposizioni convenienti per osservare questi vincoli, e l'uniformità loro costante; e per usarne ad aumento di nostre cognizioni, ed a perfezionamento di nostre facoltà.

Venendo poi più particolarmente alle discipline matematiche, premesso che la induzione si è di maggior uso nelle analitiche, che nelle geometriche cose, convien dire, che meno ad essa fidavansi gli antichi, che non i moderni; nel che crederei piuttosto di poter accusare i primi di troppa severità, che non di troppa facilità i secondi. Euclide a provare, che le aree dei cerchj sono fra loro, come i quadrati dei loro diametri, non credè bastargli l'avere provato, che i poligoni simili inscritti in due cerchj differenti seguivano appunto quel rapporto: dal che non avendo potuto non vedere, che detto rapporto era indipendente dal numero dei lati del poligono, e che questo tanto meno differiva dal cerchio, che aveva più lati, avrebbe dovuto senz'altro conchiudere per induzione, che la proprietà dei primi dovea pure essere dei secondi. Ma esso volle ciò pure dimostrare per riduzione all'assurdo; e provato, che poteasi sempre trovare un poligono inscritto che non differisse dal circoscritto, e a più forte ragione dal cerchio stesso, che di quantità minore di qualsivoglia data, dimostrò che quel rapporto non poteva esser mai nè più grande, nè più piccolo di quello dei quadrati dei loro diametri. Che se si consideri, che quella induzione non è solo a esperimentale osservazione appoggiata, ma altresì alla legge di continuità, e alla natura dei limiti, si vedrà, che possono i moderni senz'altro su di essa riposare.

E qui mi sia permesso di confessare di non bene intendere, come il sommo analista la Grange dopo aver detto nella *teoria delle funzioni analitiche*, che l'idea sotto cui Eulero e d'Alembert presentarono le quantità infinitesime era in se stessa giusta; ma non abbastanza chiara per istabilirvi sopra una scienza fondata sull'evidenza, aggravasse poi tale giudizio nelle sue *lezioni sul calcolo delle suddette funzioni,* dicendo, che l'idea di Eulero non presenta alcuna idea; lo che sarebbe ben altro, che non essere abbastanza chiara. Poichè nell'espressione *zero* diviso per *zero* Eulero prende lo *zero* come un segno per indicare quello, che diviene il rapporto dell'incremento di una funzione all'incremento della variabile, che si assunse finito, o indefinito, quando questo incremento svanisce. E come della funzione x^2 il rapporto dell'incremento che essa assume, quando x cresce di ω quantità finita, o indefinita, è $2x\omega+\omega\omega:\omega$, ossia $2x+\omega:1$ così $\frac{dy}{dx}$ significa $2x:1$ ossia $\frac{2x}{1}$, rapporto in cui il primo si cangia nel limite, ossia quando ω svanisce. E prendendo gl'incrementi delle variabili indefiniti, le equazioni differenziali non hanno luogo che di un modo di approssimazione: ma la loro esattezza, come secondo le idee di Carnot riflette la Croix è indefinita, quanto lo è la piccolezza degl'incrementi delle variabili; la quale non venendo in alcun modo limitata, per la legge di continuità ne condurrà sino al suo limite, nel quale solo diventerà l'equazione determinata ed esatta.

Ma l'induzione nelle matematiche discipline servì il più delle volte a riconoscere e stabilire i principii e i metodi generali; i quali nacquero comunemente dall'avere osservato, e separato ne' particolari metodi e principii, e ne' casi singolari quello che essi avevano di comune; come formaronsi le idee dei generi e delle specie con l'astrarre dalle specie, o dagl'individui quello che in tutti avea luogo. Così per esempio dal paragonare tra di loro le condizioni di equilibrio nelle macchine semplici, ed esaminando quello, che esse avevano di comune, scoprissi per induzione la legge generale che regola qualunque sistema di forze in equilibrio: nella qual legge è fondato il principio delle virtuali velocità.

L'induzione poi non trovasi mai aver avuta tanta parte, che nella teoria delle serie: giacchè le forme di esse generali da principio ordinariamente non nacquero, che dall'osservare l'andamento, che avevasi ne' casi particolari, o pure quello che con qualche lecita trasformazione potevasi ottenere. Tale sarà stata l'origine della serie del così detto binomio Newtotoniano; la quale di fatti apparisce essersi da Newton raccolta per induzione nel caso delle potenze intere; dal qual caso subito senz'altro la tradusse al caso dell'esponente rotto. Nè quella formola generò mai sospetto: tuttochè generalmente per tutt'i casi anche dell'esponente immaginario, non fosse che assai tardi dimostrata. E nelle serie l'induzione non tanto conchiude dall'osservazione su i casi, particolari, o su i termini successivi, quanto dall'intendere non esservi cosa che possa alterarne l'andamento: tutto che possa in molti casi essere interrotta, ossia terminata nel suo corso; come avviene tutte le volte, che i coefficienti dei termini, e i termini stessi divenissero o zero, o infiniti; lo che per certo è facile a conoscersi. Vi è nulladimeno qualche caso in cui la legge scoperta viene in qualche termine interrotta; ma di cui egualmente se ne intende il perchè. Lo sviluppo per esempio della frazione $\frac{1-2x-x^2}{1-x-x^2}$ nella serie $1+3x+4x^2+6z^3+{}_\omega x^4+16x^5+26x^6$ ec. che dar dovrebbe, se fosse una frazione propria, una serie ricorrente, offre una eccezione nel quarto termine alla legge, per cui ogni coefficiente è la somma di due precedenti. Ma si vede che ciò nasce perchè la parte intiera di quella frazione impropria entra nella serie, e interrompe, come dice Eulero, la legge della progressione nei termini ch'ella accresce, o diminuisce. Ma siffatte ricerche troppo mi allontanerebbero dal mio soggetto. Non posso per altro non fare qualche cenno della celebre serie che serve di base a tutta la bellissima teoria delle funzioni analitiche; la quale fu attaccata dall'ingegnosissimo Wronski. Veramente non so intendere, come non debba essere vero, quello che già per induzione si trovò esserlo, cioè che lo sviluppo di $\varphi(x)$ accresciuta dell'aumento indeterminato i cioè di $\varphi(x+i)$ non debba essere $\varphi(x)+pi+qi^2+ri^3$ ec. secondo le potenze ascendenti intere e positive di i, sino che x, ed i restino assolutamente indeterminate? e come ciò non si possa dimostrare? Che debbano aversi nello sviluppo tutte le potenze di i, è evidente dal potere esservi ad una ad una tutte, e dal non esservi ragione di escluderne una, piuttosto che qualunque altra, sino che stassi nella assoluta indeterminazione. Che poi non possan esser negative nasce dalla stessa indeterminazione; la quale sarebbe tolta rispetto alla x, nel caso di i eguale a zero, lo che darebbe a $\varphi(x)$ un valore infinito, e perciò ad x un valore determinato. Che se poi fossero le dette potenze di esponente rotto ne verrebbe che la funzione sviluppata avrebbe più valori che non avrebbe in se stessa, lo che non può essere.

I casi di eccezione da' Wronski prodotti furono già da la Grange indicati: ma come questi non portano, che sopra valori determinati della x, e della i, così nulla fanno contro la espressione generale: a quel modo che non dirassi difettoso il metodo generale di differenziazione, perchè talvolta ne mena a delle espressioni insignificanti, come $\frac{o}{o}$: le quali per altro ben lungi dell'essere un difetto sono una nuova forza dell'analisi, come il sono le quantità immaginarie; giovandosi meravigliosamente di siffatte espressioni per tutti conoscere gli accidenti della funzione, o i capricci della curva che può esser dalla medesima espressa. Ma di ciò v'intratterrò a lungo in altro tempo.

Nè già si avvisi ora taluno di avere riconosciuta la vera distinzione degl'indicati metodi, chiamando, come volgarmente si fa, il primo, ossia l'analitico, metodo di ritrovare, o inventare, e l'altro, cioè il sintetico, di dimostrare. Poichè è bensì vero, che altro è il cercare una cosa che non si sa, altro il dimostrare una cosa che si enuncia com'è. E la diversità consiste nel conoscere nel secondo caso il punto da cui si parte e quello a cui si deve giungere, lo che la natura stabilisce del teorema: laddove nel primo, che è proprio del problema, s'ignora il termine a cui si arriverà. Ma non farà ciò mai che nell'un caso lo spirito debba proceder d'un modo nel di lui ragionamento, e di un altro nel secondo: quasi che, come suol dirsi, gli analisti sapessero valersi delle quantità incognite, come delle note, e per esse arrivare a conoscere quelle che cercano, e che ignoravano. So bene che essi, come graziosamente disse l'Algarotti, sono come gli amanti, i quali per poco, che loro si conceda, là si conducono ove non sarebbesi mai creduto che arrivassero. Ma, se nulla agli analisti si accordi; se non partano da quantità, o da relazioni conosciute non faranno mai per mia fè passo veruno. Nè so, che l'analisi, nè scienza veruna dall'incognito mai strada si facesse all'incognito, nè all'incognito mai si pervenisse, che per via del conosciuto: ed è grossolano equivoco il dire, che gli analisti dell'ignoto si valgano, come di cosa nota. Poichè se mescono insieme le quantità cognite e le incognite, e le legano in una equazione, ciò fanno in virtù delle condizioni esposte nel problema, le quali esprimono delle relazioni tra le quantità che si cercano e quelle con cui si connettono; le quali relazioni divengono come termini conosciuti che poi con gli opportuni artifizii di trasformazioni, ed altri ne conducono a ritrovare il valore delle quantità cercate. Nè è nuovo agl'iniziati in questa scienza, che le quantità incognite possano avere con altre quantità delle conosciute relazioni. Così per esempio, tuttochè s'ignori la espressione generale delle radici di un'equazione di quinto grado, si sa per altro essere essa una funzione dei coefficienti dei termini dell'equazione medesima.

Non è per altro che il teorema sia tale che la dimostrazione di esso divenga quasi un circolo vizioso, in quanto che si supponga per vero quello che si vuol dimostrare: lo che parve credesse Beguelin dell'Accademia di Berlino, quando asserì che il principio della ragion sufficiente non si poteva dimostrare. Il circolo vizioso, come è noto, consiste nel supporre una cosa, e nel dare la supposizione per prova di ciò che si suppone. Ora egli è ben vero, che chi intraprende di dimostrare il principio della ragion sufficiente il suppone dimostrabile; ma il circolo vizioso avrebbe luogo allora solo, che io mi valessi della ragion sufficiente per provare il principio della ragion sufficiente. Ma se perciò io mi servo di una idea intermedia, cioè del principio di contraddizione, al quale le idee le più chiare possono essere ricondotte, non vi sarà in siffatta dimostrazione, come nota Gerdil, circolo vizioso di sorta.

Ma quando in analisi le dimostrazioni dei teoremi ne conducono ad equazioni identiche non le diremo noi essere petizion di principio? Nulla meno. Se nel dimostrare, che il quadrato della somma di due quantità eguagli i quadrati di ciascuna di esse, più due prodotti di una nell'altra, ossia che $(a+x)^2 = a^2 + 2ax + x^2$ arrivo al primo membro identico $a^2 + 2ax + x^2$, ciò non è, perchè supponga quello, che è in questione; ma perchè a ciò mi porta la moltiplica fra di loro dei due fattori $a+x$, $a+x$ secondo l'idea, e la definizione del quadrato, o della seconda potenza. E questo teorema, come tutti quelli, che menano adequazioni identiche può come problema proporsi; dicendo nel caso nostro: trovare il valore del quadrato di due quantità prese assieme? L'operazione condurrebbe al risultamento del teorema. Il qual teorema applicato alla Geometria non ha dimostrazione diversa; la quale è riposta nel combaciamento dei quadrati parziali delle due quantità, e dei due rettangoli delle medesime col quadrato della loro somma.

Intorno poi alle equazioni identiche fu già avvertito nascer esse particolarmente, quando nelle quantità, che si considerano, non vi si pone alcuna relazione, o dipendenza; ond'è, che l'equazione allora altro non indica, se non che una tal condizione è adempiuta, o che una tal verità ha luogo.

Ma quando tra le quantità, che l'equazione deve inchiudere, vi avrà un certo vincolo di dipendenza, questo ne porterà sempre ad espressioni diverse della stessa quantità; lo che escluderà l'identità dell'equazione.

E nei problemi stessi, nei quali si arriva ad equazione non identica, se si presenta in qualche modo la espressione della quantità incognita, e si sostituisca nell'equazione proposta, ella diverrebbe identica. Quindi, come si disse enunciando un teorema e provandolo col calcolo, si arriva ad un'equazione identica: ma si avverta, che in questo caso le combinazioni, ed il ragionamento sintetico non sono che le operazioni del calcolo.

Vedrassi in progresso che queste cose non sono oziosamente dette riguardo al soggetto di cui parlasi. E seguitando aggiungerò che l'analisi diviene un mezzo più efficace, ed esteso perchè versa sulle generali astratte proprietà delle quantità; lo che costituisce quasi una parte metafisica della medesima: ed è per questa maniera di considerare la quantità nell'ultimo grado di astrazione possibile, che l'analisi algebrica ampliò i suoi limiti, e divenne, singolarmente nelle mani di Eulero, un metodo luminoso universale, ed agevole. Del che il metodo dei coefficienti indeterminati, e il calcolo delle variazioni fondati l'uno sulla indeterminazione delle quantità, l'altra sulla indipendenza delle variabili, e dei loro incrementi ne fanno ampia fede. Ma quelli, od altri siffatti, non sono già metodi di ragionamento, ma principii su cui s'istituisce il ragionamento; ed appartengono in qualche modo egualmente all'analisi che alla geometria, o a più vero dire alla metafisica, che è la scienza delle generali relazioni delle cose. E di vero il ragionamento, che ne giustifica l'uso è, dirò così, metafisico, e scevro affatto di calcolo. Così per esempio nello sviluppo di una serie con i coefficienti indeterminati le equazioni, che nascono dal porre ogni termine eguale a zero, per le quali si giunge a determinare i coefficienti medesimi, si trovan legittimate dalla ragion metafisica, che dovendo quello sviluppo aver luogo indipendentemente da qualunque valore particolare delle quantità indeterminate, conviene, che tutt'i termini si distruggano tra di loro: senza di che verrebbesi a stabilire qualche relazione tra le quantità, che nella loro indeterminazione assoluta non ne hanno alcuna.

Male poi estimerebbe taluno, che appunto in questa generalità di principii, quand'anche essa non istabilisse diversità di metodo nel ragionare, possa essenziale differenza riconoscersi dei due metodi; singolarmente, se si restringa il significato di analitico e sintetico alla geometria, e all'algebra: poichè la geometria medesima procede assai volte per generali metodi, e principii. Il metodo delle tangenti da Barrovio col suo triangolo caratteristico stabilito, è sulla proprietà dei triangoli simili fondato, e si applica a tutte le curve espresse da equazioni di esponente intiero. L'espressione analitica del limite del rapporto degl' incrementi delle coordinate lo estese poi alle curve qualunque siansi.

Ma quanto spesso la geometria degl' infinitissimi a generali principii appoggiata non emula le forze del calcolo sublime? Non si deduce geometricamente la teoria degl' isoperimetri dal principio degl'antichi; che se qualsivoglia quantità variabili, moltiplicate comunque fra loro, e divise, crescendo, e decrescendo sino a un certo termine, stabiliscano un massimo, o un minimo, si determinerà il luogo del massimo, o del minimo valore trasferendo il complesso delle quantità tutte nel luogo prossimo, e facendo che quanto alcune crescono, l'altre diminuiscano; così che compensandosi le differenze tutte, la variazione di tutte assieme sia nulla? principio per se evidente, da cui nasce la regola di Fermat, la quale coi simboli del calcolo differenziale si esprime col dire, che nel caso del massimo e del minimo, i differenziali delle quantità devono essere eguali a zero.

Con il suddetto principio senza uso di calcolo sciolgonsi elegantissimamente le più belle questioni degl' isoperimetri. Che se le analitiche formole a maggiore generalità si estendono e comprendono assai spesso tutt' i casi possibili, sono alle volte incomodissime nella risoluzione di siffatti problemi geometrici conducendoci ad equazioni sommamente complesse, come succederebbe nel problema di tradurre in una curva qualunque riferita all'asse una retta, che tagli da una parte un'area massima, e dall'altra una minima; il quale geometricamente con l'esposto principio, come indica Frisio sciogliesi in pochi tratti. Ognuno poi sa, tacendo ogn'altra cosa, quanto i geometri si giovino de' generalissimi principii, e degli assiomi, nelle dimostrazioni indirette singolarmente, che bene spesso le sole sono, che usar possano; nelle quali dimostrasi l'enunciata verità per la connessione, che essa ha con qualche siffatto principio, od assioma, che verrebbe meno, dove quella non avesse luogo.

E da ciò può anche intendersi, quanto a torto il Coudillac con altri moderni filosofi i generali principii e gli assiomi e le idee universali tengano in niun conto, e vogliano, che inutili siano essi nelle scienze, e a nulla conducano. Certo che niuna scienza particolare non sono siffatte idee, e principii: ma non vi è altronde niuna verità di ragionamento, che da qualcuno di essi non dipenda; come non vi è ragionamento concludente, che di una idea universale almeno non abbisogni. Come ragionerebbesi, se in noi non fossero le astratte idee dell'unità, della distinzione o pluralità; dell'identità, e diversità; della somiglianza, e dissomiglianza; del più e del meno? le quali esprimono i sommi generi delle relazioni delle cose fra di loro. E nelle astratte nozioni si fondano le proposizioni universali, dalle quali le scienze e le arti tutte derivano col connettere ad esse molti particolari, con cui si forma come il corpo della scienza o dell'arte.

Così la sola legge della rifrazione della luce introdotta nelle universali proposizioni della geometria ti darà tutta la scienza della diottrica, ch'è tutta geometrica, posta quella legge: come dalla geometria applicata alla riflessione della luce secondo la legge conosciuta, avrai tutta la catadiottrica. I raggi ti si faranno linee, e un cieco nato, come Saunderson potrà dalla luce insegnare e scrivere cose dai veggenti ignorate. E le dimostrazioni di Locke dell'esistenza di Dio non sono sul principio di contraddizione, che vuolsi essere sterilissimo, fondate? Poichè parte egli dal principio che il nulla non può cosa alcuna produrre, il quale da quello di contraddizione immediatamente deriva. Se non che, troppo forse concedendo al sistema dell'origine di ogni nostra idea dai sensi, favellando dell'anima sparse dubitazioni, che tutte le sue prove annullano dell'esistenza di Dio. So bene che quel sistema dell'origine dell'idee cautamente adoperato può starsi lontano da qualunque pericolosa conseguenza: ma so altresì che assai facilmente di esso si abusa; e so che non a torto rispondeva Elvezio, quando fu condannato per aver voluto ridurre gl'intellettuali atti alla fisica sensibilità, di avere egli ragionato secondo i principii di Locke.

Ma la maniera più generale di considerar le quantità estende il poter dell'analisi altresì per le nuove operazioni che mercè di essa l'analisi introduce. Ogni nuova operazione fa nascere nuove relazioni, e queste producon nuove maniere di legare le quantità fra di loro. Così l'introduzione dei logaritmi, delle quantità esponenziali, delle funzioni circolari, dello sviluppo delle funzioni in serie, dalla reversione e interpolazione delle serie medesime; non che le operazioni del calcolo sublime, e le infinite quantità trascendenti che in esso s'incontrano, sono tanti mezzi di progredire innanzi, e di moltiplicare le combinazioni tra le quantità. Non è per altro che la geometria talvolta di siffatte cose non si giovi; come quando nel suo ragionamento introduce la considerazione dei limiti delle quantità, cioè dello zero o dell'infinito. Così per esempio molte proprietà della parabola deducono i geometri immediatamente da quelle dell'elissi supposta infinita la distanza del foco al centro.

Tutto questo poi deve l'analisi singolarmente al di lei compendioso modo di esprimere le relazioni tutte anche impossibili delle quantità col mezzo delle sue cifre, le quali soccorrono infinitamente lo spirito nelle di lui operazioni, offerendogli in brevissimi tratti raccolte moltissime cose, e dandogli occasione di versare e trasformare agevolmente in mille maniere le prime relazioni, e così più sempre accostarsi, ed arrivare a quelle che cerca. Quindi è che l'analista non si arresta mai nel suo corso, si familiarizza egualmente con le quantità immaginarie, che con le reali; nè tratta diversamente le trasceudenti, che le algebriche; e trova modo poi di eliminare l'espressioni incompatibili ed assurde; e inoltrandosi con le sue cifre quasi con magiche note per via cieca e sconosciuta, arriva a meravigliosi ritrovamenti: simile in ciò a quel fiume che per lungo tratto scorrendo sotterraneo, riesce d'improvviso di copiose acque arricchito, e grave di molto oro alle metalliche vene rapito sopra di cui corse. Su di che conviene più cose osservare. 1.º L'uso delle cifre e dei segni non è così dell'analista, che in parte non lo sia pure dei geometri, che esprimendo con lettere le dimensioni, e le relazioni loro, raccolgono di molto il loro ragionamento, e compendiano le loro dimostrazioni. 2.º Dicesi impropriamente che l'analisi sia una via cieca; giacchè ogni operazione, ogni passo del calcolo può in ragionamento tradursi, sostituendo ai segni le cose designate. Tanto è ciò vero che la Grange per esempio calcola molto col ragionamento, laddove Eulero ragiona col calcolo: e il messinese Maurolico ragionando dedusse, ed espresse con parole molte proprietà delle serie da Wallis col calcolo, e con le cifre derivate, e presentate. Se non che lo spirito procede tra le cifre e le formole senza far conto della loro significazione quasi materialmente, per il legame che tra esse formossi: a quel modo che il suonatore per l'abitudine contratta dirige con la vista delle note la mano alle posizioni corrispondenti sullo strumento, senza che ogni nota gli risvegli attualmente l'idea della voce indicata; e come le parole, secondo che avverte Burke, per delle associazioni introdotte possono assai volte commovere senza eccitare le immagini corrispondenti. 3.° La natura e l'uso delle algebriche formole presenta talvolta nelle espressioni contratte dei sensi violenti, che possono facilmente indurre in errore, come il fecero, quando non ben s'abbia presente il modo con cui nacquero, e quello che si ebbero in vista di rappresentare. E come la generalità stessa delle formole suddette non che delle operazioni, che sovra di esse si fanno ne conduce alle volte a dei risultamenti indeterminati, in quanto che le formole, miste ai valori che si dimandano, ne offrano degli altri che non si cercano, così allora gioverà sommamente ricorrere alla geometria, che col mezzo delle costruzioni le sforzerà a palesare tutto quello che in se stesse racchiudono. Nel che la geometria non assumerà già il carattere della così detta sintesi; ma diverrà solo una espressione sensibile, e dirò quasi una pittura dell'algebra: nel qual senso perciò emulerà la di lei generalità; in quanto che non v'è funzione che non possa costruirsi; nè relazione alcuna tra quantità, qualunque esse siansi, che non si possa rappresentare per la relazione delle coordinate di una curva. 4.° Non credo sia vero quello che molti dicono, cioè, che la sintesi conosca il punto, da cui parte, e quello, a cui deve arrivare; dove l'analisi non vede, che il punto della partenza; parendomi che ciò solo sia del teorema, e del problema; e sì l'uno che l'altro di essi appartengono egualmente alla sintesi, e all'analisi. Se non che il sintetico assai volte così propone e tratta i problemi, che ne suppone già nota la soluzione. Così, se gli si domandi di condurre una tangente alla parabola in un dato punto, egli vi dirà: prendete sulla linea dell'assisse alla sinistra dell'ordinata una linea doppia dell'assissa corrispondente, e unitene l'estremità con l'estremità dell'ordinata nella curva; e avrete la tangente. La qual risoluzione suppone noto il valore della sottotangente, che è quanto dire, la maniera di condurre la tangente. Ma quando primamente fu un geometrico o meccanico problema all'analista proposto, ed al sintetico, l'uno non avrà più dell'altro sentito il punto a cui sarebbe pervenuto, e non avranno proceduto per vie essenzialmente diverse: se non che potevano partire da principii diversi, lo che non forma diversità di metodo; e dove il geometra lentamente avanzava condotto come da un delicato filo di metafisica, l'analista costringendo, e conducendo il ragionamento con le sue formule progrediva più rapido, e più sicuro, e trovava tra via nuove forze per portarsi al termine cercato. Quindi è che nei problemi procedendo col semplice ragionamento non si fa in certo modo che travederne la soluzione e presentirne i ritrovamenti: a quel modo che avvien ne' rozzi inventori di meccaniche cose, che quasi per una specie d'istinto travegono, anzi che chiaramente intendano nelle macchine la connessione dei mezzi coi fini. Dopo di che riandando il corso sentiero si riempiono tutt'i vuoti lasciati, e così si dispongono le idee e si connettono che ne risulti una vera dimostrazione; ponendo in tal modo in teorema il risultamento del problema. E così fa pure l'analista dopo il ritrovamento della cercata cosa; che tesse dirò così la catena al rovescio, e traduce in certo modo i segni suoi geroglifici nelle cose designate, e veste di sintetica luce l'analitica strada percorsa; nella quale per altro vi erano le stesse connessioni tutto che nascoste, o compendiate: chè nulla avrebbe egli conchiuso, se non arrivava a connettere il punto della partenza con quello a cui giunse. Bello è il vedere nelle opere degl' inventori, com'essi procedessero nel loro cammino, quali difficoltà incontrassero, e come le superassero; lo che giova pur moltissimo a sviluppare e nutrire lo spirito d'invenzione. Ma convien confessare che non tutti, come faceva liberalmente Cartesio e Galileo, ci lasciarono nelle loro opere la storia dei loro pensieri. Newton fra gli altri ci nasconde il più delle volte il modo con cui si condusse alla soluzione dei problemi, e non ne presenta ordinariamente, che i risultamenti in teoremi di sintetica luce vestiti.

Dalle esposte cose spiegasi poi agevolmente una specie di opposizione che trovasi nella storia de' primi studii dei due sommi matematici Newton, ed Eulero; l'ultimo dei quali nella prefazione alla sua meccanica racconta essergli accaduto di trovarsi nella soluzione dei problemi imbarazzato per poco che un nuovo problema gli si presentasse in diversa forma di quelli già risolti; e che da tal imbarazzo si sciolse consacrandosi più profondamente allo studio dell'analisi, e maneggiandoli dirò così più analiticamente: dove Newton confessa in vece che sendosi già molto nell'analisi inoltrato si accorse che della sintesi degli antichi non era abbastanza provveduto, e a questa ritornò. Lo che mostra, che Eulero voleva nella massima generalità trattare i problemi, perlochè di tutte le industrie dell'algebra abbisognava; e che Newton all'incontro cervava di spargere la sintetica luce sui ritrovamenti della più sublime analisi; la quale in niuna parte risplendeva più evidente che nelle opere degli antichi.

Le quali cose così essendo, parmi di poter conchiudere, che veramente tra il metodo sintetico e analitico, considerati generalmente, e come maniere di ragionamento, o di conducimento al vero, non v'abbia niuna essenziale differenza; e al più si possa dire con l'ingegnoso Autore della *Geometria di posizione* che la sintesi non diversa in questo dalla dialettica si occupi del ritrovare la serie delle trasformazioni, che può subire la forma di un argomento rimanendosi esso intatto, o si espriman queste con segni, o col linguaggio ordinario: dove l'analisi presa generalmente non opera le trasformazioni suddette, che sopra parti del discorso troncate, e inintelligibili assai volte, prese isolate: ma che subordinate come le altre al meccanismo dell'argomentazione possono con una nuova serie di trasformazioni condurre a dei termini chiari, e precisi, non meno di quelli a cui la sintesi ne mena. Questo meccanismo analitico puossi poi non rare volte applicare a degli oggetti alle matematiche stranieri; e divenir potria quella lingua universale, di cui parla Leibnitz; per cui tutte le verità di ragione sarebbero ridotte ad una maniera di calcolo. Intanto i pochi cenni fattivi sui metodi analitico e sintetico applicati alle matematiche v'indicano abbastanza, che la seconda parte di questa memoria si occuperà del confronto della Geometria con l'Algebra, ossia delle funzioni con le curve: campo sì vasto, e sì spinoso, che per quanto siasi corso, e mietuto offre ancora molti luoghi da riconoscere e non poche spiche da cogliere.

OSSERVAZIONI

DI FLORIANO CALDANI

SOPRA ALCUNE ANNOTAZIONI

DEL CELEBRE

GIO. ANTONIO VOLPI

ALLE POESIE DI CATULLO

LETTE NELLA SESSIONE ACCADEMICA DEI XXV GIUGNO MDCCCXII.

Ciò che avviene talvolta a coloro che di qualche voce ricercano il significato, cioè che alcune notizie lor si presentino, che da essi meno attendevansi, accadde a me pure, allorchè divisai di aggiungere qualche breve annotazione alle mediche composizioni di Antonio Musa, celebre medico dell'Imperatore Augusto. Nella composizione, che io collocai sotto il numero VII (1), è prescritto il rimedio contro la trichiasi, formato dall'aconito e dalla bile di un uccello chiamato *cinaedus*. Io volli sapere se con altro nome si conoscesse quell'animale, nè credo di avere perciò dato nel segno. Svolgendo però a tale oggetto più libri, mi tornò alla memoria un passo di Catullo, che mi obbligò ad esaminare i commentatori di lui nella lusinga di approfittarne; e fu in quell'esame che alcune annotazioni mi caddero sott'occhio di Giannantonio Volpi, le quali non mi sembrarono dettate con quella saggia critica, che procurò d'altronde sì gran fama al commento di questo Scrittore. Che se in altri tempi il dottissimo nostro Accademico l'Ab. Sibiliato recitò a questo Consesso medesimo le sue riflessioni intorno alle annotazioni, che il Volpi aggiunse all'Epitalamio per le nozze di Peleo e di Tetide, non

(1) *Antonii Musae, qui Augusti Caesaris medicus fuit, fragmenta quae extant.* Bassani 1800.

v'incresca, o Signori, che abbandonata in quest'oggi l'austera logica de' Medici, e la curiosità sempre dubbiosa degli Anatomici, a tenzone io venga per poco sopra alcune frasi di Catullo con quell'uomo eruditissimo, e delle buone lettere zelantissimo sostenitore.

Il Componimento XXIX pieno di rimbrotti e di scherni fu scritto da Catullo contro un certo Mamurra, ch'era divenuto assai ricco per la liberalità che Cesare usata avea seco lui; e immaginando il Poeta che alla generosità istessa del padrone attribuir si potesse l'uso tristo che Mamurra facea di quelle ricchezze, soggiunge poco appresso: *Cinaede Romule, haec videbis et feres?* È parere de' Commentatori, dice il chiarissimo Volpi, che il Poeta si rivolga con tali voci a Giulio Cesare, che fama non godea d'uomo pudico, se pure non voglia credersi che Catullo addirizzi il motteggio allo stesso Romolo, o a qualunque altro cittadino di Roma (1). Di simile interpretazione non adduce il Volpi alcuna prova, o autorevole testimonianza, quantunque avesse lo Scaligero dimostrato che non potea Catullo avere parlato a' Romani. Ma nemmeno a Romolo attribuir poteasi il carattere d'uomo effeminato e molle, quale vuolsi inteso nella voce *cinaedus*, poichè, al dire di Macrobio, la vita del fondatore di Roma fu un esercizio non interrotto di specchiata virtù.

Rimane adunque a congetturarsi che Catullo parli a Cesare, perchè chiamavansi Romoli *viri fortes atque sapientes qui aliquam egregiam operam patriae navassent*, perchè Livio ci narra che Marco Furio Camillo fu detto Romolo e padre della Patria, e perchè Svetonio e Floro ci dicono essersi proposto nel Senato di Roma, che Ottaviano Augusto, fondatore dell' impero, Romolo dovesse per riconoscenza appellarsi. Ai Romani però, o a Romolo, o a Cesare è a credersi che Catullo volesse attribuire il titolo di *cinaedus* considerandoli *viri fortes atque sapientes?* E non troveremmo noi piuttosto nell'unione di quelle voci una piccante ironia? Il Mureto ci avvertì che col nome di Romolo coloro spesse volte si deridevano, che pe' vizj degeneravano da lui, come fece Persio, il quale riprende in simil modo i cavalieri di Roma (*an Romule ceves?* Sat. I, ver. 87). Ed avrebbe avuto il Mureto altre prove di ciò se avesse rammentato che l'Autore della declamazione contro Marco Tullio usò la frase di *Romule Arpinas*, e che Sallustio nell'orazione di Marco

(1) *Fortasse Catullus Romulum ipsum, primum Romanorum Regem, in Deorum numerum relatum, aut Romanum unumquemque alloquitur.*

Emilio Lepido contro il governo di Silla ha dato il nome di Romolo (1) a quel Dittatore, che da Cicerone era stato detto *trium pestiferorum vitiorum, luxuriae, avaritiae, crudelitatis magister* (2).

Tale è la significazione che dar si potrebbe al citato verso di Catullo; ma a me sembra che lo scherno acquisti ancora una forza maggiore, se ci piaccia di richiamare alla memoria che i Romani con adulazione stranissima collocarono nel Tempio di Romolo la statua di Cesare, coll'epigrafe *Deo invicto* (3), per lo che Cicerone in due luoghi lo chiamò *contubernalem Quirini* (4). Catullo adunque che di mal cuore vedea profusi simili onori a quell'uomo, che adorato come una divinità, fu chiamato il marito di tutte le donne, e la moglie universale degli uomini (5), poeticamente lo punse caratterizzandolo un novello Romolo effeminato e privo di verecondia, *cinaede Romule.*

Il celebre Doering, il più recente commentatore di Catullo si accorda benissimo all'opinione di quelli che riconoscono in quel verso un palese oltraggio diretto a Cesare o a qualunque Romano (su di che abbiamo poco innanzi parlato); ma egli ci fa osservare che Catullo lo distinse in que' versi medesimi col titolo d'*imperator unice*, e che quindi punto non minorò quella fama che acquistata avea col valor militare: *de virtute bellica nihil detrahit Caesari poeta, immo eum vocat imperatorem unicum* (6). Così parrebbe invero, se nella lode affettata il maggior biasimo non si nascondesse, e perciò a me sembra, che il motteggio prosegua in que' versi, e si aumenti co' nuovi titoli apparentemente onorifici. Consideriamo in fatti la serie di que' versi co' quali Catullo rimprovera a Cesare perchè a' ladronecci non si opponga del favorito Mamurra:

Cinaede Romule, haec videbis et feres?
Es impudicus, et vorax et aleo.
Eo ne nomine, imperator unice,
Fuisti in ultima occidentis insula,

(1) *Quae cuncta saevus iste Romulus quasi externis rapta tenet.* Sallust. Edit. Comin. 1722, pag. 136.

(2) *De finibus* Lib. III, § 22.

(3) Dion. Lib. XLIII.

(4) Epist. ad Attic. Lib. XII, Ep. 45. Lib. XII, Ep. 28.

(5) *Mémoires de littérature de l'Acad. d'inscript. et belles lettres.* Tom. V, in 12, pag. 318 ove sono citate le arringhe di Curione che caratterizzò il costume di Cesare nel modo sopracitato.

(6) *Catullus.* Lipsiae 1788. Tom. I, pag. 89.

Ut ista vestra diffututa mentula
Ducenties comesset aut trecenties?

Ora chi potrà immaginare che nelle parole *imperator unice* si racchiuda un elogio di Cesare, e che il nome di Romolo gli sia dato dal poeta, *quia virtute bellica aeque ac Romulus de patria meruerat?* Altri il creda, se così gli piace; ma io giudico che Catullo portò a Cesare con quella lode un altro insulto, non dettato già dalla immaginazione o dalla malivoglienza del poeta, ma da un fatto storico non avvertito dagli espositori delle opere sue. È noto in fatti, che a' tempi della Repubblica Romana quel Generale che riportata avea una qualche segnalata vittoria era salutato da' soldati col titolo d'*Imperator*, grado che egli riteneva fino al momento del suo trionfo. Giulio Cesare però con nuovo esempio volle conservare il titolo stesso anche dopo il trionfo, e non credo di andar lungi dal vero, se penso che Catullo sì nel luogo citato, come nel carme LIV, rinfacciò a Cesare un'ambizione così oltraggiosa a' Romani, deridendolo acerbamente col saluto d'*imperator unice*, quasi voglia dire: o tu, che solo tra' Romani vuoi contro le costumanze vantare il titolo d'imperatore.

Dalla storia dunque apprendiamo le ragioni per le quali Catullo nell'usare contro Cesare delle rampogne, quelle voci impiegò che più al vivo poteau ferirlo. E da ciò appunto deesi pensare, che sì celebri a que' tempi fossero i detti versi, poichè nelle lettere che Cicerone scrisse ad Attico, narra il Romano Oratore di essere stato visitato da Cesare, il quale uscito appena dal bagno *audivit de Mamurra, vultum non mutavit* (1). Lo stesso ci narra Svetonio, e dice che i versi recitati a Cesare erano di Catullo, e che in essi era egli stesso preso di mira. Tacito confermò la medesima cosa, ed aggiunge, che que' versi di comune consenso si riputavano pieni di contumeliose espressioni contro di Cesare (2).

Ma lasciamo di considerare più a lungo i commenti del Volpi su quell'epigramma, e passiamo al componimento XXII dello stesso Catullo. Scrive egli a Varo, e gli rammenta la vivacità d'ingegno che avea un certo Suffeno, le belle, giocose e facete cose che udivansi da lui, e poco appresso lo compiange e lo beffa quando pensa a' suoi versi:

qui modo scurra,
Aut si quid in hac re tritius videbatur,

(1) Lib. XIII, Ep. 52.

(2) *Annal.* Lib. IV, § 34.

Idem inficeto est inficetior rure
Simul poemata attigit.

Così grande è la difficoltà che il Volpi incontrò nell'indovinare il significato della voce *tritius*, che non ha potuto a meno di dire: *hic aqua haeret interpretibus*. Nulla valse a persuaderlo l'autorità del Mureto, il quale insegna che *tritius* sia lo stesso che un uomo avvezzo o esercitato *in omni genere rerum agendarum*, che nel caso nostro diremmo un uomo consumato nella buffoneria. Nulla valse quella dello Scaligero, il quale sospettò soltanto che legger debbasi *aut si quid hoc retritius*, quasi che la metafora sia presa dalle vesti logorate e consunte. Nulla finalmente si apprezzò dal Volpi l'uso che fecero i latini del verbo *tero*, per credere che Suffeno *scurra tritus* sia stato detto dal Poeta, qual uomo cioè che con i motti graziosi e con le burlette ha la destrezza più che ogni altro di trattenere la brigata lepidamente. Moltissimi sono i tratti degli Scrittori che potrei citare a questo proposito; ma siccome l'argomento stesso nol richiede, e siccome io parlo in una società di uomini, che ben conoscono la lingua del Lazio, così mi basterà di ricordarvi pochissimi esempj che dimostrano in qual senso fu dagli antichi adoperata quella voce. *Cum Brundusium*, scrive Cicerone (1), *iterque illud, quod tritum in Graeciam est* (cioè solito a tenersi da que' che vanno nella Grecia) *non sine causa vitavissem etc.* ed altrove leggiamo: *quid in graeco sermone tam tritum atque celebratum est* (2), ed inoltre *faciamus tractando usitatius hoc verbum ac tritius* (3), e più ancora fanno al proposito nostro quelle *aures tritae*, cioè avvezze con la lettura a distinguere il differente stile de' poeti (4).

La brama di ritrovare un non so che di nuovo e di sorprendente nelle voci, che il Volpi procurò d'illustrare, non gli permise di seguire quelle rancide opinioni, e gli presentò alla mente un nuovo significato della parola *tritus*, con la quale pensa che Suffeno *a Catullo in suspicionem impudicitiae vocari*.

O io m'inganno a partito, o con siffatta opinione parmi pretendersi dal Volpi, che se una voce venne usata talvolta dagli Scrittori metaforicamente, debba essa intendersi presso tutti nello stesso modo, e metaforizzino tutti egualmente. Perchè da Properzio e da Petronio *tritus*

(1) Philip. I, § 3.
(2) Pro Flacco § 27.
(3) Acad. II, § 7.
(4) Epist. ad famil. Lib. IX, ep. 16.

chiamasi l'uomo e la femmina disonesta, impudica giudicheremo la strada o le orecchie, o la favella cui Cicerone appose lo stesso aggiunto? No certamente, ed il medesimo Volpi non pensò in tal guisa là dove nel componimento LXVII Catullo disse *tritum* il limitare della casa, quantunque avesse molte buone ragioni d'interpretarne la significazione alla sua nuova maniera; perchè e quella soglia a disonesto uomo apparteneva, e perchè ricordando il poeta in que' versi l'amichevole dimestichezza di Manlio e la comunanza de' loro amori, delle visite fa motto, che dalla sua bella riceveva frequentemente. Nè ciò basta: se Suffeno che naturalmente è uno *scurra tritus* diviene un uomo *inficetior*, senza spirito, o dolce di sale quando verseggia, non sembra che sospettar si possa in lui veruna lascivia, senz'accusare il poeta di errore nell'aggiustatezza dell'antitesi che si propose. Ed in fatti il signor Doering, che ho lodato di sopra, osserva che *scurra honestiori illo sensu, quem primum habebat, interpretandus videtur,* come appunto abbiamo presso Cicerone che Socrate fu denominato da Zenone *scurra Atticus* (1), perchè di facezie dilettavasi, di motti arguti, e di pungenti ironie.

Se in queste poche osservazioni sui commenti del Volpi io abbia ragionato giustamente, e se principalmente col primo articolo di questa breve Memoria io abbia contribuito alla più facile intelligenza di que' versi che ho presi ad esaminare, siane vostro, o Signori, il giudizio. Io sarò ben contento, s'altri dell'errore m'avverta in cui fossi caduto, e così l'istruzione altrui ed il coltivamento degli ameni studj da noi tutti con unite forze si accrescerà maggiormente, ed avranno fine una volta le controversie degli eruditi.

(1) *De Nat. Deor.* Lib. I, 34.

INDICE

DELLE MATERIE CONTENUTE

IN QUESTO VOLUME

Dedica a S. M. I. R. Apostolica . . . . . pag. III
Catalogo dei Membri dell'Accademia . . . . . » VII
Cenni Biografici degli Accademici defonti . . . . » XVII

MEMORIE

Idrope-Ascite simulante la gravidanza ec., del Prof. Valeriano Luigi Brera . . . . » 1
Osservazione di un'Ulcera nell'Aorta, del Prof. Franc. Fanzago » 8
Considerazioni Medico-Pratiche sul Vajuolo Spurio, o Ravaglione, del Prof. Giuseppe Montesanto . . . . . . » 17
Sul Nichel, Memoria del Prof. Girolamo Melandri . . . » 37
Sopra una malattia di Seneca il filosofo, del Dott. Gio. Maria Zecchinello . . . . » 56
Degli accumulamenti aerei, o gasosi del corpo umano, del Prof. Conte Angelo della Decima . . . . , » 72
Osservazioni mineralogiche sulla miniera d'Agord, del Conte Nicolò da Rio . . . . » 92
Sull'appendice Verniforme dell' intestino Colon, del Prof. Floriano Caldani . . . . » 107
Riflessioni sull'operazione dell'Aneurisma, Memoria del Prof. Marc'Antonio dalle Ore . . . . » 116
Nuovo Oligo-cronometro, Memoria del Prof. Ab. Salvatore dal Negro . . . . » 127
Metafisica delle equazioni, Memoria del Conte Ab. Pietro Cossali. » 159

Osservazioni intorno alla Cometa del 1815, del Prof. Giovanni Santini . . . . pag. 197
Sopra la Latitudine Geografica dell'Osservatorio di Padova, del Prof. Giovanni Santini . . . . » 211
Sopra la pressione dell'acqua corrente per lunghi tubi, del Prof. Ab. Giuseppe Avanzini . . . . » 230
Sopra una nuova Macchina ec., Memoria del Prof. Giovanni Farini. » 249
Tavole generali d'aberrazione, e nutazione ec., Memoria dell'Ab. Dott. Francesco Bertirossi-Busatta . . . . . . » 289
Dei metodi analitico e sintetico, Memoria del Conte Ab. Prof. Franceschinis . . . . » 317
Sopra alcune annotazioni del Volpi alle poesie di Catullo, Osservazioni del Prof. Floriano Caldani . . . . . » 343

N—5