



LIBRARY OF THE NEW YORK BOTANICAL GARDEN

YA

N355

1844

18



ANALES

DE LA

**SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA**



# ANALES

DE LA

# SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA



## COMISION REDACTORA

*Presidente*..... Ingeniero LUIS A. VIGLIONE.

*Secretario*..... Ingeniero CÁRLOS BUNGE.

*Vocales*..... { D<sup>r</sup> EDUARDO L. HOLMBERG.  
D. ATANASIO QUIROGA.  
D. MAURICIO SCHWARZ.



## TOMO XXII

Segundo semestre de 1886



BUENOS AIRES

IMPRENTA DE PABLO E. CONI É HIJOS, ESPECIAL PARA OBRAS

60 — CALLE ALSINA — 60

1886



## CONTRIBUCIONES

AL

# CONOCIMIENTO HIGIÉNICO DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES

(TRABAJOS DE LA OFICINA QUIMICA MUNICIPAL)

---

## EL SUELO

### I

Para la resolucion de los problemas higiénicos que se presentan diariamente á las administraciones públicas y que deben servir de fundamento á disposiciones, ordenanzas y leyes que importan en muchos casos el bienestar futuro de las poblaciones, se necesita el conocimiento de una multitud de hechos averiguados y bien estudiados, un cúmulo de datos obtenidos por una experimentacion perfecta y con estudios llevados á cabo científicamente.

Si se carece de esto, nada de lógico ni de racional puede aconsejarse: el fundamento que se invoca á menudo basado en las analogías, solo importa establecer como norma de criterio el capricho ó la imaginacion del que cree entreverlas, en vez de una base de experiencias para cada region, para cada lugar, y que solo tienen de comun con los demás, lazos de union tan generales, tan vagos, que esa vaguedad misma les hace perder toda importancia.

Hasta ahora, entre nosotros, se ha procedido así, y se ha procedido mal.

Los individuos, las autoridades y las administraciones encargadas de resolver problemas higiénicos, han tomado como base casi siempre experiencias extrañas á las cosas y á los lugares nuestros.

Todo esto, debido á la falta de datos, que nadie se ha cuidado de recojer. Cuando se ha echado de menos su existencia, urgidos por la necesidad, se ha suplido ese defecto con el raciocinio y el criterio de aplicar lo ajeno á lo nuestro, suponiendo identidades de términos

que estaban muy léjos de ser reales y demostradas. Muchos de nuestros errores en materia de higiene no tienen otro origen, sinó este vicio de procedimiento.

Se me objetará que los datos necesarios no se recojen en un dia, que es obra del tiempo, que se necesitan personas que los acumulen, depuren, comparen y estudien metódicamente.

Esto es cierto, pero tambien lo es que si no se empieza, continuaremos en el mismo estado de indigencia, y podrán en adelante echarnos en cara nuestro abandono. El Dr. Gould, á su llegada entre nosotros, manifestó su extrañeza de que no se poseyeran datos meteorológicos sobre el clima del país, y suplió esta necesidad con una obra que hará recordar siempre con agradecimiento su nombre; felizmente halló las observaciones recogidas por el Sr. D. M. Eguia, y esto le facilitó extraordinariamente su tarea.

Nuestro suelo, nuestras aguas y nuestro aire son casi por completo desconocidos. Solo se tienen algunos análisis, pero imperfectos, pues no son comparables con los términos de convencion adoptados por los higienistas modernos. Ha llegado el momento de ponerse en obra y recuperar el tiempo perdido.

Hay material y tarea para muchos hombres de buena voluntad, que quieran dedicar su tiempo y su inteligencia en este trabajo, que será honroso para los que lo lleven á cabo, de ventajas generales y de utilidad real para toda la comunidad.

Ocupando una posicion oficial que nos obliga en muchos casos á deber informar acerca de cuestiones relativas á la salubridad de la ciudad, deplorando la falta de datos que en todo país bien organizado cualquiera encuentra á mano, hemos emprendido la tarea de recoger esos datos, de obtenerlos experimentalmente.

No nos asusta la magnitud del trabajo, pues tenemos la seguridad que muchos han de colaborar en esta obra.

No falta á nuestra juventud ni el entusiasmo, ni las dotes de observacion necesarias para llevarla á cabo con empeño y con la perfeccion necesaria.

Es menester abordar el estudio higiénico del suelo, del agua y del aire, con los métodos de experimentacion modernos: estudiándolos en sus accidentes y propiedades; recoger los datos necesarios para que mas tarde puedan deducirse las causas y las leyes de sus variaciones, y la influencia probable que ejercen sobre los moradores de este suelo. Mucho tenemos adelantado para el buen éxito de la obra, y son los métodos de trabajo bien escogidos por los higienistas

de la nueva escuela, y aun mas, tenemos los términos de comparación que nos dan los numerosos trabajos de este género hechos en Europa.

Presentar la obra esbozada será trabajo que tendrá su cumplimiento cuando los materiales recogidos permitan abarcarla en una forma definitiva y general.

Por ahora debemos limitarnos á hacer publicaciones parciales, en las que se dará cuenta de las observaciones recogidas, para que sean utilizadas provisoriamente en esa forma.

Esta primer publicacion tiene por objeto hacer conocer algunas propiedades del suelo sobre el que tiene su asiento la ciudad de Buenos Aires.

## II

La constitucion jeológica del suelo de Buenos Aires ha sido objeto de estudio por parte de muchos viajeros y naturalistas. D'Orbigny lo describió en sus caractéres fundamentales, Burmeister, Darwin completaron la obra y muchos otros jóvenes naturalistas de nuestra época han enriquecido la ciencia con observaciones preciosas.

Segun los datos geológicos expuestos por el Dr. Burmeister, la República Argentina, en su porcion principal, que la constituyen las llanuras inmensas de nuestra Pampa, presenta en su parte superior una capa arenosa muy superficial y de poco espesor, debajo de la cual se encuentra otra de una marna algo arenosa rojo-amarillenta perteneciente á la época cuaternaria ó diluvial, llamada tambien post-pliocena y á la que se le atribuye un espesor de 10 á 12 metros. Se extiende esta capa desde los bordes del rio ó del mar hasta las faldas de la Cordillera de los Andes por un lado, y de las montañas que le sirven de contrafuerte en la parte Norte de la inmensa llanura pampeana.

Este terreno ha sido denominado por D'Orbigny « formacion pampeana », y « Pampean mud » por Darwin.

Debajo de esta capa « uni generis », como la llama Burmeister, se estienden otras dos sedimentarias pertenecientes á la formacion terciaria y que D'Orbigny denomina « formacion patagónica » á la primera mas superficial y « formacion guaraníca » á la mas profunda.

La formacion patagónica que corresponde á las capas pliocénicas y á una parte de los miocenos europeos, es moderna, predomina en ella la arena, pero mezclada á arcilla y algunas capas calcáreas pro-

venientes de la trituracion de las conchillas y contiene tambien interpuestas capas de arcilla plástica.

La capa inferior á la precedente, llamada guaraníca, está constituida por capas arcillo-arenosas conteniendo en su interior esferosideritas.

Burmeister agrega que en las perforaciones hechas en Buenos Aires y que han llegado hasta 200 metros de profundidad, todas las capas mencionadas se hallan dispuestas de la manera indicada, teniendo su asiento sobre rocas metamórficas de formacion azóica.

Hace notar en esta porcion del suelo el predominio de la arcilla en toda la formacion.

En el terreno pampeano sobre que descansa nuestra ciudad, la marna amarillo-rojiza varía en su composicion química, por el predominio de la arcilla sobre la arena y tambien por la mezcla de estos elementos del suelo con el carbonato calcáreo, que en algunos puntos los empasta de tal manera que constituye masas considerables, verdaderos bancos, duros y resistentes, que llevan el nombre vulgar de « toscas ».

De la capa superficial tengo algunos análisis hechos con anterioridad, y trascibo á continuacion los resultados analíticos que representan la composicion centesimal de las tres muestras de tierra siguientes tomadas en la ciudad :

	Capa superior	2ª capa (1 metro)	3ª capa (2 metros)
Agua y materias volátiles.....	4.435	2.270	1.860
Arena y silice.....	82.925	78.935	82.325
Alúmina.....	5.895	9.450	9.975
Oxido de fierro.....	2.183	3.025	3.253
Carbonato cálcico.....	1.255	1.033	1.122
Oxido de magnesio.....	0.869	0.968	0.984
Acidos fosfórico, sulfúrico, cloro, potasa, sosa, etc..	2.438	3.319	0.481
	<hr/> 100.000	<hr/> 100.000	<hr/> 100.000

En el mes de Setiembre del año próximo pasado se construia una casa en la calle de Santa Fé y Cerrito, bajo la direccion de mi amigo el ingeniero y arquitecto D. Adolfo Büttner, á quien rogué me hiciera recoger muestras de tierra de las diferentes capas que debian abrirse al escabar un pozo de agua para el uso de ese edificio.

Accedió á mi pedido y obtuve catorce muestras de tierra, sobre ocho de las cuales he practicado los estudios que voy á exponer.

Debo advertir que el terreno de que provienen se halla situado á metros 20,279 sobre el nivel del rio.

## III

El aspecto exterior de las diferentes tierras es el siguiente:

La de un metro, masa compacta bastante resistente, de un color amarillento sucio.

La de dos metros, semejante á la anterior, pero algo mas clara y salpicada de puntos blanquecinos, tambien menos resistente.

La de cuatro metros es una masa amorfa de color amarillo naranjado, muy compacta y brillante cuando se corta con cuchillo; no se desmenuza sinó con dificultad.

La de siete metros, menos compacta que la anterior, mas friable y mas clara en su color. Presenta diseminados en su masa numerosos puntos negros de brillo metálico, que tienen aspecto lamelar y parecen formados por óxido de fierro.

La tierra de la capa correspondiente á los nueve metros es mucho mas compacta y dura que las anteriores y de un color blanco sucio.

La de once metros se parece á la de uno y dos metros en el color, pero es mucho mas friable y arenosa y se desmenuza con facilidad.

Igual facilidad de disgregacion tiene la capa de trece metros, que es aun mas arenosa que la precedente.

Por fin la de catorce metros difiere de las anteriores y se acerca al tipo de las primeras capas, aunque es mucho mas dura y compacta.

Su color es amarillo rojizo sucio.

## IV

La observacion microscópica de las tierras, que son objeto de este estudio, nos demuestra que la arena cuarzosa constituye su elemento mineralógico fundamental.

Sus granos redondeados y de una tenuidad extrema, nos representan aun en su aspecto microscópico los guijarros que forman los lechos de los rios.

Además una masa granular amorfa de arcilla se halla mezclada con algunas diatomáceas sumamente raras en las capas superficiales y cuyo número aumenta en las mas profundas.

Hemos podido observar cuatro formas distintas.

Una redonda y punteada en todo el disco que la forma; dos cuadrangulares alargadas y otra en agujas sumamente delgadas, que ha

sido ya señalada por el Dr. Burmeister en sus estudios geognósticos sobre nuestro suelo.

No nos atrevemos siquiera á clasificarlas por temor de cometer un error en asuntos que no son de nuestra competencia.

## V

## DENSIDAD

En vez de determinar el peso específico de las tierras, dato que no tiene, según algunos, utilidad práctica, he preferido determinar el peso llamado vulgarmente absoluto (aunque no lo es en realidad) de las mismas en estado suelto y comprimido.

Con este objeto tomé una vasija metálica resistente y de bordes perfectamente planos; determiné su volúmen y luego la llené con la tierra que podía contener, al estado pulverulento y de sequedad, tratando de suprimir los espacios vacíos golpeando suavemente la vasija sobre un plano.

El peso total era luego determinado con cuidado por medio de una balanza suficientemente sensible, y deducido del que posee la vasija me daba la cifra que se halla anotada en la primer columna, calculada para 1000 centímetros cúbicos de materia.

La misma tierra la comprimida luego fuertemente en la misma vasija se volvía á pesar, obteniendo la segunda cifra del cuadro, igualmente calculada para un volúmen de 1000 centímetros cúbicos.

Los datos de las muestras ensayadas son los siguientes:

			PESO DE 1000 CENTÍMETROS CÚBICOS DE TIERRA	
			Suelta	Comprimida
			gramos	gramos
Tierra de	1 metro de profundidad.....		1181.69	1306.10
» de	2 » » .....		1207.10	1461.03
» de	4 » » .....		1161.90	1415.54
» de	7 » » .....		1057.28	1288.26
» de	9 » » .....		1215.96	1306.50
» de	11 » » .....		1184.04	1312.20
» de	13 » » .....		1207.90	1313.25
» de	14 » » .....		1293.42	1422.60

## VI

## COMPOSICION QUÍMICA

Convencido de la poca importancia que tiene un análisis completo de tierras en exámen, me he limitado á las tres determinaciones siguientes, que bastan para dar una idea suficiente de los componentes químicos del terreno y para todas las deducciones que quieran sacarse de estos datos.

	Arena y sílice combinada %	Alumina y óxido férrico %	Carbonato calcáreo %
Tierra á 1 metro de profundidad.....	75.49	12.66	0.5
» á 2 » » .....	75.35	10.42	3.0
» á 4 » » .....	70.99	13.72	0.9
» á 7 » » .....	67.00	15.30	0.2
» á 9 » » .....	79.65	10.02	0.4
» á 11 » » .....	76.92	12.87	0.1
» á 13 » » .....	85.03	9.41	0.1
» á 14 » » .....	77.28	12.16	0.1

## VII

## AIRE CONTENIDO EN UN VOLÚMEN DADO DE TIERRA

Este dato, como se comprende, nos dá él de los espacios vacíos ó poros de la tierra que se examina. Su determinacion presenta muchas dificultades, sobre todo cuando se opera sobre tierra removida. El método usado por mí es el siguiente :

Tomé un tubo de 25 milímetros de diámetro y 40 centímetros de longitud soldado á un extremo con otro tubo de vidrio de menor diámetro y provisto de una llave de vidrio.

El volúmen del tubo fué determinado con exactitud y luego llenado de tierra comprimida y de la manera mas exacta posible.

En seguida el tubo se cerraba con un tapon atravesado por un tubo de vidrio de pequeño diámetro que se ponía en comunicacion con un aparato productor de anhídrido carbónico. La otra extremidad (la de la llave) se unía á una campana llena de una lejía de sosa cáustica. El ácido carbónico gaseoso al atravesar el tubo lleno de tierra, desalojaba completamente todo el aire contenido en la tierra, y este era recogido en la campana y cuyo volúmen podia ser medido con exactitud.

Los datos obtenidos son los siguientes :

	Aire contenido en 1000 cent. cúbicos
Tierra de 1 metro de profundidad.....	363.63
» 2 » » .....	354.54
» 4 » » .....	418.18
» 7 » » .....	360.00
» 9 » » .....	370.96
» 11 » » .....	419.35
» 13 » » .....	435.48
» 14 » » .....	338.70

## VIII

## PODER ABSORBENTE PARA EL AGUA

Ha sido determinado tomando una cantidad de tierra, mojándola sobre el filtro con agua destilada.

Una porcion dada de esta tierra húmeda fué luego secada en estufa hasta que cesara de perder peso.

La cantidad de agua absorbida era determinada por la diferencia de las pesadas.

Esta cantidad ha sido determinada para un peso y un volúmen dado de la tierra examinada.

Los datos obtenidos se hallan en el cuadro siguiente :

	PODER ABSORBENTE PARA EL AGUA	
	En peso %	En volúmen %
Tierra á 1 metro de profundidad.....	36.40	47.32
» á 2 » » .....	29.44	42.98
» á 4 » » .....	33.32	47.15
» á 7 » » .....	35.35	45.54
» á 9 » » .....	18.57	24.25
» á 11 » » .....	35.20	46.19
» á 13 » » .....	30.65	40.25
» á 14 » » .....	20.97	27.83

## IX

## ATRACCION CAPILAR PARA EL AGUA

El conocimiento de esta propiedad que tienen los terrenos de apoderarse del agua subterránea, es de la mayor importancia para juzgar de las condiciones higiénicas del suelo.

Ha sido determinada del modo siguiente :

Se tomaron tubos de vidrio de 50 centímetros de largo y 2 de ancho, abiertos por ambos extremos. Se llenaron con las diferentes tierras bien pulverizadas y secas, y se comprimieron convenientemente.

La serie de ocho tubos fué colocada en una vasija con agua y se midió la altura de la capa humedecida á diferentes intervalos de tiempo con un catetímetero pendular.

La observacion duró cuatro horas, y los datos anotados en el cuadro adjunto ponen de manifiesto las diferencias que se han observado en estas experiencias.

Sería tal vez útil hacer observaciones de mayor duracion y me propongo practicarlas con nuevas muestras de tierras.

	15 min.	30 min.	1 hora	2 horas	3 horas	4 horas
	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.
Tierra de 1 metro de profundidad.	30	40	55	80	102	116
» de 2 » »	20	30	40	55	73	83
» de 4 » »	5	8	10	12	16	19
» de 7 » »	10	15	17	23	30	32
» de 9 » »	20	29	38	55	70	77
» de 11 » »	38	45	60	80	100	114
» de 13 » »	60	80	115	150	190	215
» de 14 » »	30	40	55	76	96	108

## X

### PODER DE ABSORCION PARA LAS MATERIAS ORGÁNICAS Y MINERALES

Desde el principio de este siglo el químico italiano Gazzeri habia observado que el agua cargada de materia en putrefaccion, al atravezar una capa de tierra vegetal perdia su mal olor y filtraba completamente clara.

De esta experiencia se dedujo el poder enérgico del suelo para la absorcion de las sustancias orgánicas en descomposicion. Las experiencias modernas han explicado de una manera mas completa este fenómeno y han dado una demostracion científica de las causas de estas transformaciones.

Con las muestras de tierras que teníamos entre manos hemos hecho dos series de experiencias.

En la primera hemos tomado una solucion titulada de clorhidrato de amoníaco, cuyo contenido en ázoe conocíamos por el análisis, y que

luego, despues de la accion de la tierra, durante 48 horas y 6 dias, volviamos á determinar. Los datos analíticos calculados para el clorhidrato de amoníaco primitivo nos han dado los resultados del cuadro siguiente, computados para 1000 kilógramos y 1 metro cúbico de terreno :

	1000 KILÓGRAMOS DE TIERRA ABSORBEN CLORURO DE AMONIO		UN METRO CÚBICO DE TIERRA ABSORBE CLORURO DE AMONIO	
	En 48 horas	En 6 dias	En 48 horas	En 6 dias
	gramos	gramos	gramos	gramos
Tierra de 1 metro de profundidad..	1088 25	1529 50	1241 36	1586 67
» de 2 » »	1088 25	1529 50	1589 96	2634 64
» de 4 » »	1748 00	1980 00	2474 36	2802 76
» de 7 » »	1980 00	2403 50	2550 75	2696 13
» de 9 » »	1092 50	1529 50	1423 35	1998 29
» de 11 » »	1529 50	1748 00	2007 00	2293 72
» de 13 » »	874 00	1092 50	1147 78	1434 72
» de 14 » »	1529 50	1748 00	2175 86	2496 70

En la segunda serie hemos tomado una solucion de urea igualmente titulada, obteniendo los resultados que expresa el siguiente cuadro :

	1000 KILÓGRAMOS DE TIERRA ABSORBEN DE UREA		UN METRO CÚBICO DE TIERRA ABSORBE DE UREA	
	En 48 horas	En 40 dias	En 48 horas	En 40 dias
	gramos	gramos	gramos	gramos
Tierra de 1 metro de profundidad..	3941 2	5930 0	5047 6	7655 1
» de 2 » »	3102 5	4948 7	4532 8	7230 1
» de 4 » »	5855 0	8343 7	8287 9	11810 8
» de 7 » »	7448 7	7536 2	9595 8	9708 5
» de 9 » »	4736 2	5673 7	6187 8	7412 6
» de 11 » »	3941 2	5930 0	5171 6	7781 3
» de 13 » »	3152 5	4328 6	4140 0	5684 5
» de 14 » »	4738 7	5948 5	6741 4	8162 3

## XI

Quedan consignados, en la forma que le hemos dado en este escrito, los datos obtenidos en esta serie de experiencias sobre diferentes muestras de tierra provenientes del subsuelo de la ciudad.

Consecuentes con nuestro programa de reunir datos experimen-

tales, que nos sirvan de base para deducciones prácticas, y considerando que estas deducciones podrian llevarnos á dar una extension considerable á este artículo, nos eximimos de exponer las ideas que nos sugieren la comparacion de estas cifras entre sí y con otras publicadas en Europa sobre este tema.

Nuestro propósito se halla llenado con la publicacion de los datos mismos, y tenemos la esperanza de que serán de alguna utilidad y que podrán ser aprovechados por los que se ocupan de estas cuestiones.

En adelante, cuando tengamos otros materiales de estudio, hemos de repetir estas experiencias y extenderlas aun mas para complementarlas con otras que les darán mayor importancia y las harán mas provechosas en sus aplicaciones á la higiene de nuestra ciudad.

Laboratorio Químico Municipal, Julio de 1886.

P. N. ARATA.

# XIV ANIVERSARIO DE LA SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

28 DE JULIO DE 1886

---

DISCURSO DEL SEÑOR PRESIDENTE, INGENIERO D. LUIS A. VIGLIONE

Señoras:

Señores:

Nos encontramos aquí reunidos con el agradable objeto de festejar el XIV aniversario de la instalacion de la *Sociedad Científica Argentina*.

Si bien la forma adoptada es modesta, no deja de revestir su novedad; pisamos tierra de la Sociedad, colocaremos la piedra fundamental de su edificio, y distribuiremos premios á amigos de la ciencia y del arte que han sabido conquistarlos por la fuerza de su talento y su amor á la Sociedad.

Hay, en verdad, en este triple acto motivos suficientes para producir contentamiento y alegría en los asociados: en el iniciador y fundadores de la Sociedad, principalmente, porque advierten realizado en base su bello y benéfico pensamiento de erijirla un local propio, suceso alcanzado por el solo concurso de sus miembros, siempre anhelosos de admirarla grande y considerada, y en nuestra juventud, porque á la par que notan la existencia de verdadero interés por su progreso de parte de la Sociedad Científica, encuentran la compensacion debida á sus árduas tareas, bajo forma de modestos premios y sinceros elogios á la cultura intelectual de que dan acabada muestra.

Mas, en este dia de verdadera fiesta y en medio de tanto regocijo, al advertir que la Sociedad, año tras año, va cumpliendo sus elevados propósitos debemos hacer sonar una nota triste recordando la pérdida de uno de sus miembros mas progresistas y queridos, el ex-presidente Sr. D. Pedro Pico.

La pérdida de los hombres de la talla de Pico que viven alejados de

las dulces atracciones y penosidades del mundo exterior y cuya vida es un cuadro de afán constante por el progreso científico y social de su patria deben ser siempre recordados.

¡Cuán escasos son estos ejemplos que como Pedro Pico, Juan Cárlos Gomez, Mariano Billinghamurst llegan á la edad helada conservando una firme asiduidad en el trabajo honrado, sea intelectual ó material, una decidida persistencia en sus opiniones y su credo social ó político, y la firmeza de carácter que sabe resistir á los halagos y seducciones del oro y del poder!

Imitémoslos y recordémoslos como fructuosos ejemplos de alta virtud, los que estamos en los umbrales del atrayente escenario de la vida práctica para que en la consecucion de nuestro fin podamos desviarnos de toda mala senda y recibamos la necesaria fortaleza moral para soportar las mas injustas caídas!

Fué Pedro Pico lo que propiamente se llama un *hombre de sentido*, pues á sus conocimientos reconocidamente profundos, añadía un juicio bien cortado.

Con este capital inteligente, con una larga práctica en su profesion de ingeniero geógrafo y con sus bellas prendas morales, pudo, sin esfuerzo, ayudar á estimular la afición al estudio de las matemáticas en cátedra y en privado.

Nuestra Sociedad ha conservado grato é inolvidable recuerdo de su doble accion como Presidente y como *socio activo*, pues supo guiarla en el práctico cumplimiento de sus bases *haciéndola reflejar honor sobre la República*, y contribuyó con trabajos originales leídos en su seno, entre los que se cuenta su estudio sobre la polaridad magnética, á difundir luz sobre cuestiones de interés científico-práctico.

Pueden marcarse los dos años de nuestra edad bajo la administracion Pico como de los mas progresistas, sin duda porque en la composicion de aquellos no dominó el espíritu conservador que en estas sociedades estacionan si no retrogradan la marcha hácia sus altos fines.

Es durante su presidencia que la Sociedad comenzó á organizarse administrativamente, ordenándose la Secretaría y la contabilidad y reglamentando la Biblioteca, se promueven y realizan concursos sobre interesantes problemas de viabilidad terrestre y fluvial, agricultura, construcciones é higiene, se inician para la Provincia los trabajos de perforacion en el lecho del Plata, en Martín Garcia y otros puntos y los que tienen por objeto buscar un punto fijo al que deban relacionarse las nivelaciones practicadas en aquella, se celebra una exposicion científico-industrial, se promueve y ayuda á costear el impor-

tante viage de Moreno á la Patagonia Setentrional, y las escursiones geológicas á las cercanías del Lujan, se forma el Museo que se cierra mas tarde, y aparecen los *Anales* saludados cariñosa y entusiastamente por la prensa de Buenos Aires y Salta y por todos los empeñosos en el adelanto del espíritu científico argentino.

Esta exhibicion de ciertos rasgos de la labor de las administraciones á cuyo frente estuvo, enseña lo bien que comprendió el alcance de las bases que fundan la Sociedad. La alejó de la inercia, es decir del oscurantismo, y del fantaseo científico, que es la remora de las inteligencias; conduciéndola con mano segura y experta y ánimo selecto hácia el estudio y análisis de tantas cuestiones en que se encontrara vitalmente interesado el progreso industrial y científico de la República.

Así notamos igualmente, y por via de incorporacion á los trabajos mencionados, que la Sociedad es dirigida con preferencia á las visitas de establecimientos en que se confecciona la materia prima, es consultada por los Gobiernos sobre plateacion de fábricas, sobre mensuras, exencion de privilegios, toma conocimiento de memorias analíticas de estas riquezas minerales, llamando la atención oficial sobre su provechosa aplicacion, y se espone y discute en su seno el proyecto de mejoras en la navegacion del Riachuelo que mas tarde realizára su autor y convirtiera despues ampliándolo en cómodo puerto, para beneficio del comercio bonaerense.

La Sociedad, reconocedora de los méritos del Sr. D. Pedro Pico, de sus esfuerzos y de la rara dedicacion, mejor dicho culto, que supo prestar á su engrandecimiento, resolvió al tener noticia de su fallecimiento y en homenaje á su memoria colocar su retrato en el salon de sesiones, dar el debido pésame á su señora viuda y costear una placa de metal, que conducida en corporacion por los asociados deberá ser colocada en su sepulcro.

El Sr. Dr. D. Estanislao S. Zeballos que fué su activo é inteligente Secretario nos ha recordado en su artículo biográfico sus meritorios trabajos profesionales y dado á conocer una série de obras inéditas de que fué autor.

Debe la *Sociedad Científica Argentina* realizar la indicacion formulada por el Sr. Dr. Zeballos de darlas á la publicidad en union con el Instituto Geográfico no solo en interés del enriquecimiento de nuestro ya valioso archivo sinó tambien como honor hácia aquel sabio y virtuoso ciudadano.

¡Que viva en ultra-tumba la vejez honrada, laboriosa y patriota!

El conocimiento de las obras de Pico, algunas didácticas, completaría los valiosos datos contenidos en los « Anales de la Universidad de Buenos Aires » sobre el cultivo de las ciencias físico-matemáticas desde que comenzó en estos países en el seno de la Compañía de Jesús hasta la erección de aquella en 12 de Agosto de 1821 y despues, hasta el año 1874 en que recibió nueva organizacion

Son estos *Anales*, formados por el Sr. Dr. D. Juan M. Gutierrez quien al ocupar su puesto de rector de aquel establecimiento de educacion recordó y tuvo presentes las palabras de Saint-Beuve pronunciadas en idéntico caso: *En entrant dans un lieu célèbre, j'aime á me demander avant tout quelle en est l'histoire.*

Y formó esta historia persiguiendo con labor, constancia y suerte; en los archivos, en la historia de Belgrano, en impresos sueltos, en auto-biografías inéditas y en apuntes, gran cantidad de elementos preciosos y desconocidos, quizá hoy mismo para muchos, sobre el *origen y desarrollo de la enseñanza pública superior en Buenos Aires.*

No podemos resistir la tentacion de leerlos unos párrafos de las brillantes páginas que sirven de introduccion á los *Anales* para que se descubra el patriótico empeño de Gutierrez, cual era contribuir á ilustrar el criterio de sus compatriotas sobre los pasados esfuerzos de la aplicacion argentina desarrollados á través de los crudos afanes por preparar, cimentar y organizar la independencia.

« Muchas personas se imaginan que no habiendo existido en Buenos Aires, como en Charcas y en Córdoba, un establecimiento antiguo con título de Universidad, debieron carecer nuestros padres de maestros á la mano para alcanzar aquellos conocimientos que servian de base á las carreras literarias. Nosotros mismos no hemos sabido, hasta ahora pocos años, á qué fuentes recurrir para conocer los primeros pasos escolares de aquellos de nuestros compatriotas que se hicieron notables en el foro y en la política, en el primer período de la revolucion.

« Solo rebuscando con constancia, y merced á esos hallazgos felices que son la única recompensa de los perseguidores de antiguallas, hemos podido absolver aquellas dudas é ilustrar la biografía pátria con hechos enteramente ignorados y sumamente curiosos. Bajo este respecto merece tambien algunas atencion el presente trabajo, cuyos vastos materiales se han reunido con muchos años de constancia, y sistemado en pocos meses.

. . . . .

« En ninguna época faltaron entre nosotros, formados por sus propios esfuerzos, oradores sagrados, eruditos elocuentes y hasta de buena literatura; juriconsultos sábios é integros; teólogos y causistas de ingenio agudo y versados en la escolástica; aficionados á las letras y poetas empapados en las bellezas clásicas de los maestros de la antigüedad. Si fueron estos pocos, en número, porque tampoco el país rebosaba en poblacion y porque los talentos carecian de estímulo para esforzarse por levantarse del nivel comun, no por eso debe desdeñarse á esos pocos de ánimo selecto, ni echar sobre sus nombres la tierra de un olvido eterno. El brillo de sus nombres se refleja sobre sus compatriotas de hoy y de siempre, y trae consigo un nuevo testimonio para probar que la raza europea, léjos de bastardear en América, adquiere bajo el Sol de nuestras latitudes, mayor vigor intelectual y mayor desembarazo de espíritu y de concepcion. Las pruebas de este aserto se encuentran diseminadas en el presente libro. En él se verá, entre otros muchos ejemplos, que cuando Cárlos III, ó mas bien sus ilustrados ministros, intentaron la reforma de las Universidades de España, los miembros de la afamadísima de Salamanca se hallaban mas atrasados en el conocimiento de las ideas de su siglo, que los canónigos del Cabildo Eclesiástico de la Catedral de Buenos Aires; que cuando las ciencias matemáticas eran allí tenidas por cosa de hechicería y muy mal vistas por los teólogos y los filósofos, eran consideradas aqui como indispensables para fomentar las industrias y hasta para dar al hombre medios de acierto en la conducta de la vida práctica; que la geometría y el cálculo aplicados á la navegacion y al diseño, se saludaron en Buenos Aires con entusiasmo desde antes de la revolucion, *como la mejor dádiva que podría hacer á la patria el celo de uno de sus mejores hijos*; que la medicina apenas comenzó á ser enseñada en los primeros dias del presente siglo, derramó sus árduos principios sobre terreno generoso y perfectamente preparado para recibir y fecundar la semilla de esta ciencia, esencialmente de observacion. »

Y aquí, Señores, en este final, habeis oido recordado al Secretario del Consulado, al vencedor de Salta y Tucuman, *como al verdadero y anheloso impulsor del estudio de las matemáticas en cátedra*.

En efecto, y siguiendo estos *Anales* y la historia de aquella brillante figura escrita por Bartolomé Mitre, en lo referente á sus esfuerzos por el adelanto de aquella ciencia, se le vé proponer la « Escuela de Comercio », promover la creacion de una escuela de geometría, arquitectura, perspectiva y dibujo, y la « Escuela Náutica »

abierta en 26 de Noviembre de 1779 y en la que se enseñaba la Aritmética, Geometría Elemental, Trigonometría Rectilínea, Trigonometría Esférica, Cosmografía, Geografía con el uso de los globos, Hidrografía, Algebra, Geometría Analítica, incluidas las secciones cónicas, y asuntos de Geodesia.

Con motivo de la distribución de recompensas á los estudiantes meritorios de esta academia de Náutica, Belgrano, que siempre dió mucho valor á los premios como medios de estímulo, señaló su grado de adelantos y por ende de la enseñanza, con estas palabras despues de elogiar al *desinteresado, sábio y aplicado* Director de aquella:

« Sí, Señores, su dedicacion al estudio ha sido constante é infatigable, y muchos de ellos por la teoría pueden competir y sin duda exceder á infinito número de pilotos.»

Belgrano mismo en la primera parte de sus memorias (1) nos hace conocer las razones que lo impulsaron á trabajar por el establecimiento de las escuelas citadas, y la mala suerte que tuvieron pocos años mas tardé, sus generosos esfuerzos.

« Escribí varias memorias sobre plantificacion de escuelas: la escasez de pilotos y el interés que tocaba tan de cerca á los comerciantes, me presentó circunstancias favorables para el establecimiento de una Escuela de Matemáticas, que conseguí á condicion de exigir la aprobacion de la Corte que nunca se obtuvo, y que no paró hasta destruirla; porque aun los españoles, sin embargo de que conociesen la justicia y utilidad de estos establecimientos en América, francamente se oponian á ellos, errados, á mi entender, en los medios de conservar las colonias.

« No menos me sucedió con otra de diseño que tambien logré establecer, sin que costase medio real el maestro: ello es, que ni estas, ni otras, propuestas á la Corte, con el objeto de fomentar los tres importantes ramos de agricultura, industria y comercio de que estaba encargada la corporacion consular, merecieran la aprobacion; no se quería más que el dinero que produjese el ramo destinado á ella; se decia que todos estos establecimientos eran de lujo, y que Buenos Aires todavía no se hallaba en estado de sostenerlos.»

Suprimida por real órden las escuelas de Náutica y de Dibujo, reaparece la Escuela de Matemáticas despues de la revolucion, siempre recibiendo el influjo benéfico de Belgrano quien en la solemne inauguracion de aquella pronunció estas significativas palabras que, á la

(1) *Historia de Belgrano*, T. III, pág. 334.

par que recomiendan el estudio de las ciencias exactas, mantienen alerta el espíritu guerrero: «En este establecimiento hallará el jóven que se dedica á la hermosa carrera de las armas, por sentir en su corazon aquellos afectos varoniles que son los introductores al camino del heroismo, todos los auxilios que puede suministrar la ciencia matemática aplicada *al arte mortífero*, bien que necesario, de la guerra».

En esta escuela ya se dá mayor estension á los estudios, consultando principalmente los adelantos bien entendidos de la milicia. Se enseñan bajo la direcciu del Teniente Coronel D. Felipe Santenach los siguientes ramos: Aritmética, Geometría plana y Trigonometría Rectilínea, Geometría práctica con el uso de instrumentos, fortificación de campaña, principios de álgebra inferior y superior con sus aplicaciones á la Aritmética y Geometría, Secciones Cónicas, principios de Mecánica y Estática, nociones generales de Geografía.

El estudio de la Geometría, considerado obligado preliminar de la filosofía, era tan empeñosamente recomendado por el Director que puede inferirse guardaba marcado respeto á los palabras que Platon escribió en el umbral de su escuela *que nul n'entre ici s'il n'est géomètre*.

Despues, siempre bajo la mirada y proteccion del Consulado, y hasta la organizacion de la Universidad, se siguen cultivando empeñosamente las ciencias exactas bajo la direccion de aventajados profesores entre los cuales figura D. Pedro Cerviño, D. José Lanz, el año 1816 y D. Felipe Senillosa, que incorporó el estudio de la Geometría Descriptiva, y tuvo por discípulos á Avelino Diaz, Francisco Balbin, Arenales y otros.

El valor de la enseñanza por aquel entonces, aparte de la competencia de los profesores que se revela en biografías insertas en los *Anales*, puede medirse así mismo conociendo los textos que se seguian, muchos de los cuales todavía hoy se encuentran en uso. Para el estudio de la Aritmética, toda la Geometría, el Algebra hasta las ecuaciones del segundo grado con una ó mas incógnitas, y el Algebra aplicada á la Aritmética se seguia á Lacroix, en el de la Geometría, Descriptiva á Monge, en el de la Trigonometría plana y esférica á Legendre, á Bezout en la aplicacion del Algebra á la Geometría, á Poisson en Mecánica y á Ciscar en su Cosmografía ó elementos de Astronomía. Señálase que la enseñanza se acompañaba con ejercicios, sin los cuales no es fructífera; y que era obligatorio el estudio y manejo práctico de los instrumentos que todavía usamos, el teodolito, el cuarto de círculo, el grafómetro, el sextante de reflexion y el nivel.

Mas tarde, ya se prosigue en la Universidad el movimiento en la enseñanza de las ciencias fisico-matemáticas con Avelino Diaz y Roman Chauvet, catedrático de Algebra Superior, Cálculo Infinitesimal, Cálculo de las Variaciones y Mecánica. Aparece de su notable discurso inaugural de la cátedra de Matemáticas en 1822 que la Mecánica á su cargo fué la Racional, de acuerdo con un vasto programa.

Léase ese discurso y búsquense sus lecciones.

Figuran igualmente con honor el sábio italiano D. Corti olina, mandado de Inglaterra por Rivadavia como profesor de física experimental, precedido en la enseñanza de los principios de esta ciencia por Avelino Diaz, cuyas lecciones manuscritas están actualmente en la Facultad de Matemáticas, y reemplazado por Octavio Fabricio Mossotti, que fué además fundador del Observatorio Astronómico en esta ciudad y miembro del Departamento Topográfico.

Pertenecieron tambien al cuerpo docente de la Universidad D. Manuel Moréno como Catedrático de Química, y tanto su brillante discurso inaugural del curso como las introducciones á los dictados por Diaz y Mossotti se encuentran en los mencionados Anales.

Se conocerá por ellos el completo de la lista de ilustrados profesores y el estenso « catálogo de los libros didácticos que se han publicado ó escrito en Buenos Aires desde el año 1790 hasta el año 1867 inclusive, con esclusion de los elementales destinados á las escuelas de primeras letras ».

Y aquí es el caso de decir que entre ellas no se encuentran las del ex-profesor de matemáticas Sr. D. Pedro Pico, que publicadas, proyectarán mas luz sobre los conocimientos pasados.

Durante el rectorado del Sr. Dr. D. Juan María Gutierrez se estableció por el Gobierno, en Junio 16 de 1865, el departamento de Ciencias Exactas con el objeto de formar Ingenieros é Ingenieros Profesores, estando la enseñanza de las diversas materias á cargo de Speluzzi, Rosetti y Ströbel.

Desde aquella fecha ha pasado la enseñanza de las ciencias fisico-matemáticas por variadas trasformaciones én el sentido de mejorar el adelanto de los que á ellas se dedican, siendo de todos conocido que los esfuerzos realizados por sus directores merecen aplausos. Hoy, particularmente, se concluye de establecer la correlacion de los programas de estudio, se les simplifica y adapta á los adelantos modernos.

Señores :

Someter al recuerdo de tan distinguidos oyentes á uno de los abnegados y entusiastas servidores de la *Sociedad Científica Argentina*,

silenciosa trabajadora que persigue y persigue la aspiracion de ser elevada potencia del progreso de la República; señalar á los amantes del estudio la importancia de los Anales de esta Universidad, publicacion escondida en las bibliotecas oficiales; distinguir, con el fruto de los desvelos de Mitre y Gutierrez, la inmortal figura del que fué olvidado, más *verdadero fundador* de las Ciencias-Exactas, de las Bellas Artes, y de la educacion comun en Buenos Aires; tal ha sido el sentido de las incoloras y destonadas frases con que he abusado de vuestra atencion.

Señores:

En los salones de honor de la *Sociedad Científica Argentina* y de la Facultad de Matemáticas, del *Instituto Geográfico* y del *Centro Naval*, falta la efigie del ilustre General Belgrano!

Hé dicho.

---

DISCURSO DEL D<sup>F</sup> D. ESTANISLAO S. ZEBALLOS.

Señoras:

Señores:

El cuadro literario de los adelantos maravillosos que alcanza la ciencia contemporánea, es sin duda interesante, y no seria inoportuno en la solemnidad que conmemora la *Sociedad Científica Argentina*.

No le trazaré, sin embargo. Pienso que conviene mejor al designio que nos congrega, descubrir el significado trascendental de esta ceremonia en la accion creadora y propulsora ejercida por nuestra institucion en la sociabilidad argentina durante catorce años de iniciativa y de labor.

Apenas aclarados los horizontes de la República Argentina, despues de la época prolongada y pavorosa de la tiranía, la juventud distinguida del Rio de la Plata acaudillada entre otros por Mitre, Lamas, Sarmiento, Gutierrez, Lopez, Trelles y Muñiz, se agrupaba en Buenos Aires para constituir una asociacion científico-literaria.

Realizado en 1854 el pensamiento, tomó cuerpo y el « Instituto Histórico Geográfico del Rio de la Plata » asociaba las fuerzas fecundas y gloriosas de todos los que fueron muy pronto notabilidades políticas y literarias en ésta region de América.

Brilló la constelacion intelectual por breve tiempo y desapareció dejando en pos de sí el recuerdo simpático de su primera labor. Ni el prestigio, ni el talento, ni la voluntad de sus iniciadores la salvaron de la indolencia y de la indisciplina que ahogaban los gérmenes fecundos, porque faltaba en la masa de asociados la cohesion, el entusiasmo, y la disciplina del espíritu de asociacion, que no se improvisa.

La dispersion, el aislamiento, la lucha personal en la jornada de la vida, eran los antecedentes de la juventud argentina desde 1830 hasta la caida de Rosas, y ellos fueron tambien los gérmenes de disolucion del « Instituto » que había reunido por un momento á los proscriptos llegados al suelo libre de la Paria desde Chile, Bolivia, el Brasil, Estado Oriental y Europa, para abrazarse en nombre de la Libertad, y dispersarse arrastrados por las aspiraciones nacieses.

Desde entónces flotaba en nuestra atmósfera intelectual el problema de la asociacion desinteresada de fuerzas para la propagacion científica y literaria; y otra generacion se ensayó sin mas fortuna con el *Liceo* de 1858 que nos deja un solo recuerdo, glorioso por cierto, en el canto á *Colon* del llorado poeta y matemático Encina.

Diez años mas tarde, una tercera generacion universitaria, á la cual tenia el honor de pertenecer, se congregaba en el « Estímulo y el Porvenir Literario » y despues de breves y vacilantes ensayos desaparecieron estos nuevos núcleos, dejando como señales de su vida las pájinas efímeras y breves de una Revista y las tradiciones de una labor escolar, que balbuceaba las primeras palpitations literarias de Enrique Quintana, Rafael Obligado, Jorge Mitre, Escalada, Carbalido, Basavilbaso, Lamarque, Molina Arrotea, Lilledal, Argerich, del Marmol, Ojeda, Beron, Diana, Cuñado, Serú, Laurencena, Puebla, Anjel Rojas, Zapata, Maglione y muchos otros elementos de la juventud universitaria de esa época, dispersa ya en la República, pero sosteniendo siempre dignamente su tradicion intelectual.

Tres generaciones habian fracasado en el levantado empeño de congregar las fuerzas morales para aplicarlas al culto patriótico y transformador de los altos estudios, cuando se abrieron para el país nuevos rumbos en las regiones superiores de la Instruccion Pública.

La Administracion del general Mitre, bajo el Ministerio del Dr. Eduardo Costa, habia organizado el Colegio Nacional de esta ciudad, á cuyas luminosas cátedras concurrían los elejidos de todas las Provincias; y el Gobierno de Buenos Aires, movido por la iniciativa venerable del Dr. Gutierrez, vigorizaba la Universidad con la creacion de las aulas de ciencias experimentales y de ingeniería civil.

El alto cuerpo docente de la Universidad y del Colegio Nacional sufrió notables transformaciones, y las nuevas y difíciles cátedras fueron entregadas á profesores europeos, especialmente solidos.

Vinieron en consecuencia á la República, Speluzzi, Puiggari, Rossetti, Monetta, Ramorino, Mauguin, Larguier, Torres, Jacques, Cossou, Weiss, Kyle, Berg y otros especialistas, nuestros bienhechores, cuyas lecciones recordamos con gratitud y con cariño. Son ellos, bajo la iniciativa y con el concurso de algunos argentinos ilustres, los fundadores definitivos, coronados por el éxito, de los estudios universitarios superiores y han tenido la fortuna de verse reemplazados gradualmente por sus discípulos. Huergo, White, Lavalle, Arata, Viglione, Holmberg y otros, los primeros compatriotas ascendidos del pupitre de los alumnos á la gravedad académica de las cátedras científicas.

Aunque á la sazón fracasaba el « Instituto Bonaerense de Numismática y Antigüedades » que habia reunido á Lamas, Prado, Rojas, Trelles, Carranza, Marcó del Pont, Larsen, Villegas, Cajaravilla y otros, se sentía, sin embargo ya en nuestra atmósfera intelectual gérmenes antes desconocidos. Los estudios trascendentales se imponían por su propia virtud y no por el rigor de la autoridad; y lo que antes fuera una tarea ingrata y odiada para el espíritu travieso de una juventud aturdida, lograba apasionarla insensible y gradualmente.

El maestro, el tirano de los viejos sistemas, de presencia penosa era el amigo deseado, cuyas lecciones descorrían el velo del Universo. Las clases á las cuales los viejos sistemas nos llevaban como van los presos á su cuadra abrumadora, fueron, bajo los nuevos auspicios, salas queridas, donde los fenómenos experimentales, unas veces, las fórmulas matemáticas, otras, y á menudo la filosofía revelaban las palpitaciones maravillosas de la fuerza eterna que gobierna lo creado.

Evidentemente asomada el albor de una nueva época para la inteligencia argentina y aquel su vigor asombroso esterilizado en la rutina y el olvido de las profesiones forzosas — el Foro y el Hospital — ó en las disipaciones fosforescentes y superficiales de la contienda política, se encontraba con método y con brillo en el campo inagotable de las investigaciones científicas.

La disciplina del trabajo era la ley de todos, amada en las aulas superiores, y á ella debemos los educados en los tiempos de la reforma el espíritu persistente de investigación que nos domina apremiándonos con su advertencia fatídica de que el tiempo vuela y un minuto perdido en la labor creadora, será mas tarde un remordimiento incurable.

Esta profunda trasformacion operada en la inclinacion intelectual de la juventud argentina, es la obra de los sistemas experimentales en lo físico y analítico, en lo moral que constituyen la base de la nueva enseñanza; y de ellos discurre la disciplina de los espíritus que nos permitió en 1872 resolver definitivamente el problema de 1854, de 1857 y de 1868, asociando las fuerzas morales en el culto de las especulaciones desinteresadas bajo la bandera tutelar de la *Sociedad Científica Argentina*.

No se sospechaba sin duda que este núcleo modesto en su origen, era una potencia eficaz aplicada al organismo social de la República, y que su influencia sería pronto sorprendente para todos.

Los mas serios intereses nacionales en el orden de los progresos económicos, los ferro-carriles y el puerto de Buenos Aires fueron debatidos en su seno y apuntadas las soluciones racionales, condenado el error de la trocha angosta en los primeros y señalado el Riachuelo como teatro del segundo. Las exploraciones de nuestros lejanos ó ignorados territorios, apenas iniciadas á la sazón, recibieron un impulso vigoroso, y el éxito afortunado de esos primeros esfuerzos despertó el entusiasmo de un núcleo de hombres de ciencia y de buena voluntad que han revelado durante diez años de labor y de fatigas, los misterios de inmensas regiones y los recursos gigantescos que yacen en el seno de la tierra argentina, esperando el sople trasformador de la vida, que ha de incorporarlos á los valores circulantes.

Era de tal modo vigoroso el impulso dado á los estudios geográficos desde 1874, que se sintió la necesidad de cultivar con preferencia una especialidad de la ciencia á la cual se ligaban estrechamente los progresos materiales de la civilizacion nacional y de ahí surgió el Instituto Geográfico, fruto espontáneo, gajo robusto de la semilla depositada en 1872 con timidez y desconfianza por la *Sociedad Científica Argentina*.

La aplicacion de los descubrimientos científicos al progreso humano, la industria, fué tambien una de nuestras primeras preocupaciones. Ella necesitaba propaganda, capitales, amparo moral y defensa contra las preocupaciones coloniales que le cerraban obstinadamente la vía.

La Sociedad Científica Argentina abrazó esta mision protectora, y en 1875 comenzó á visitar las fábricas de Buenos Aires. Los talleres que elaboraban artículos de vidrio, tejidos de lana, tipos de imprenta y cales hidráulicas recibieron las primeras palabras de aliento.

Era necesario además hacer la propaganda de estos grandes intereses materiales de la Civilizacion Argentina y se fundó una prédica ra-

zonada, que tuve el honor de iniciar, con la « Descripción de la Fundación Nacional de tipos de Imprenta ».

Fuimos aun mas adelante todavía. Acordamos realizar una *Exposition Científica é Industrial*, y sin recursos, sin cooperacion, en medio de la indiferencia de los Poderes Públicos, y desdeñados por la opinion comun, la abrimos en 1875, con las formas reducidas de un museo ó de un bazar en el ámplio local que hoy ocupa el Consejo Deliberante.

No olvidaremos jamás los que entonces formábanos la Comision Directiva, las contrariedades, las zozobras, la pobreza del tesoro y la timidez misma con que hacian su aparicion pública los industriales invitados, muy pocos acaso, uno que otro, de los cuales como « Bagley » era ya una reputacion.

Allí, sobre mesas tapizadas del coco punzó de las fiestas pobres, se mezclaban los cigarros de Daumas con los herrages de Marty, las campanillas eléctricas de Cayol con las cales de Reyd, los caños de plomo de Maveroff con los sombreros de Carneiro, los torniquetes de Zamboni con los mosaicos de Serna y Sandrot, los muebles de Storm con el chocolate de Seminario, los espejos de Galli con los arneses de Mattaldi, las máquinas de Schwarz con los tipos de Estrada.

Y ellos son hoy grandes industriales !

Aquel torneo casi privado, fué en efecto una revelacion y los primeros premios ganados en Buenos Aires por la industria naciente, en favor del crédito y de la paz, tuvieron una repercusion inesperada por nosotros mismos.

Habíamos revelado á los industriales su propia fuerza y la nocion racional de sus intereses. Una iniciativa antes desconocida hervía en el seno de este gremio poderoso y el sendero trazado en la marcha de la Industria Nacional por la *Sociedad Científica Argentina* con sus humildes recursos, se trasformaba en el ancho y productivo camino que hasta hoy ha recorrido, porque nuestra iniciativa de 1875 inspiró á los industriales el ensayo vigoroso de sus fuerzas propias y que fué coronado por la fundacion de el « Club Industrial » y las grandes exhibiciones comenzadas en el edificio del Colegio Nacional y desarrolladas hasta las proporciones de la *Exposicion Continental de 1882*.

Otro grupo de estudiantes, movidos sin duda por el ejemplo edificante de esta sociedad, fundaba el « *Círculo Médico Argentino* » que realiza brillantemente las aspiraciones fracasadas en el seno de la profesion con la extinguida « *Sociedad Médica Bonaerense* » y con la « *Sociedad de Farmacia* », de labor menos efímera, y palpita todavía

en su Revista, cuya série de treinta volúmenes, es una obra honrosa para la Literatura Nacional.

Al « Club Industrial » siguió el « Centro Industrial Argentino » y al « Instituto Geográfico » el « Centro Naval, » derivaciones lógicas exigidas por el desenvolvimiento incesante de las necesidades morales del país y algunas otras asociaciones artísticas y literarias de menor vitalidad, que complementan la germinacion frondosa y fecunda de la semilla confiada en 1872 al calor vivificante de la inteligencia argentina.

A parte de la Sociedad Rural, en efecto, y de las agrupaciones que como ella y las de Socorros Mútuos, traen aparejado al servicio público, un interés material para el individuo, para el gremio, en 1872 la asociacion desinteresada, de propaganda y apostolado con fines puramente intelectuales, no habia sido aclimatada y si hoy mismo se recorre la nómina de socios de las nuevas instituciones surgidas sobre el rumbo trazado por nuestro ensayo feliz, encontrareis en todas agrupados descollantemente los mismos elementos de la *Sociedad Científica Argentina*, bien así como la sávia del tronco secular se derrama en los gajos robustos.

Señoras, Señores: he aquí bosquejada la obra de la Sociedad que se incorpora hoy á la tierra de la Patria por el vínculo sagrado de la propiedad.

Nuestra primera jornada ha terminado: hemos creado en Buenos Aires el apostolado de la propaganda científica con la disciplina del espíritu de asociacion.

Emprendemos hoy una segunda campaña mas rica en promesas todavia. Vamos á levantar el templo para instalar definitivamente el culto abstracto de la ciencia.

No os disimularé las dificultades que preveo, en un país nuevo, en gestacion, cuyas grandes ciudades sienten el bullicio que aturde en los talleres y en las Bolsas de Comercio, porque viven en el torbellino efímero del sensualismo y del negocio que lo sustenta.

Debemos crear ahora en este medio poco favorable la atmósfera serena, diáfana y solemne del laboratorio, propicia á las meditaciones é incubadora de los grandes adelantos de la Humanidad en la lucha misteriosa del Genio y la Naturaleza.

La juventud argentina se dirige preferentemente á las profesiones científicas de lucrativa aplicacion: el foro, la medicina, la náutica, la ingeniería; pero son tan raros, como los ejemplares de especies nuevas en ciertos órdenes de seres, los que abrazan el culto, oscuro todavia entre nosotros, de la ciencia abstracta.

Esta tendencia de los espíritus al provecho inmediato, es una exigencia orgánica de nuestra misma sociabilidad naciente, donde la acumulacion de la fortuna se inicia y obliga á todos á la labor reproductiva.

Las grandes fortunas del país pueden, sin embargo, darnos ya algunos especialistas, y vuestra propaganda debe conquistarlos, alejando una parte de nuestra juventud de esa vida monótona, cuyo tédio profundo confiesa desencantada ella misma y que no tienen mas horizontes que al teatro, Palermo, la calle Florida y á veces un viaje sensualista y estéril al otro lado de los mares.

Convoquemos vigorosamente á abrazar los altos estudios á los que tienen la renta que asegura el dominio pleno de la voluntad y del tiempo y asociándolos al esfuerzo generoso y abnegado de los que luchais con las exigencias de la labor y de la fatiga diaria, para conservar el culto de esta institucion, preparémosnos á organizar en nuestro país como premio á nuevos y largos empeños la esencia misma de las aspiraciones científicas — la Academia — mas alta que los colegios y que las Universidades, porque ella será la coronacion de todas las iniciativas distinguidas.

Señores :

Al tomar posesion de nuestro dominio en la tierra argentina, confiando á su seno protector esta lápida que es el símbolo de un derecho y la base de un progreso, la *Sociedad Científica Argentina*, toma tambien posesion definitiva y perpétua de un teatro inmenso de investigacion, desde las capas geológicas del planeta hasta la atmósfera que nos envuelve y hasta los cielos que nos encantan con el esplendor maravilloso de las constelaciones Australes.

He dicho.

---

ACTA DE LA COLOCACION DE LA PIEDRA FUNDAMENTAL DEL EDIFICIO  
DE LA « SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA »

En la ciudad de Buenos Aires á los veinte y ocho dias del mes de Julio del año de mil ochocientos ochenta y seis en celebracion del XIV° Aniversario de la fundacion de la *Sociedad Científica Argentina*, el Sr. Presidente D. Luis A. Viglione abrió el acto público espresando que el objeto de la reunion era proceder á colo-

car la piedra fundamental del edificio que la Sociedad ha resuelto construir, cuya piedra contiene la siguiente inscripción: *Sociedad Científica Argentina* fundada el 28 de Febrero de 1872, instalada el 28 de Julio de 1872. XIV° período administrativo, 28 de Julio de 1886.» En seguida el Dr. D. Estanislao S. Zeballos, iniciador y fundador de la Sociedad, pronunció el discurso alusivo al acto declarando inaugurada la construcción del local propio; y se procedió á colocar la piedra en una urna que contiene los diarios de la fecha, el acto de la Asamblea en que se resolvió construir el edificio, dos ejemplares de los anales de 1° de Enero de 1876 y 1° de Mayo de 1886. La primera acción emitida para la reunión de los fondos, una medalla conmemorativa del acto y algunas monedas de cuño nacional de última fecha.

Leida esta acta fué firmada por los señores miembros de la Comisión Directiva. presentes, los representantes de las sociedades invitadas y demás personas que desearon hacerlo, siendo las tres p. m. y actuando como secretario accidental el Sr. Ingeniero Carlos María Bunge.

Buenos Aires, Capital de la República Argentina, 28 de Julio de 1886.

*Luis A. Viglione*, Presidente. — *Carlos María Morales*, Secretario interino. — *Juan J. J. Kyle*, Vice-Presidente 1°. — *Ponciano Lopez Saubidet*. — *N. Jacques*, Tesorero. — *Ildefonso P. Ramos Mejia*, Vocal de la J. D. — *Luis Saralegui*. — *José A. Fressens*. — *Fernando S. Ramirez*. — *Mariano Orzábal*. — *Rufino Echevarria*. — *Arturo Orzábal*. — *Leonidas S. Alegre*. — *A. Marini*. — *Juan A. Mendoza*. — *Francisco Medina*. — *Petit de Murat*. — *Julian Viola*. — *Arturo M. Lugone*. — *Juan V. Botto*. — *M. R. Candiotti*. — *Groux de Patty*. — *Juan José Herrera Vegas*. — *Estanislao Salas*. — *Tomás A. Chueca*. — *J. Tabanera*. — *Victor J. Jaeschke*. — *Olivio Sandes*. — *B. Videla*. — *Alejandro Molino Torres*. — *Estanislao S. Zeballos*. — *Atanasio Quiroga*. — *Enrique Romero*. — *Eugenio Segoni*. — *Juan D. Ferrari*. — *J. L. Bustamante*. — *Eduardo Castex*. — *Ramon Guevara*. — *Primitivo G. Matta*. — *Suarez Orosca*. — *Jorge F. Ferrer*. — *J. M. Salvá*. — *Pascual Echa-*

*güe.* — *Rafael Videz.* — *Justiniano Ledesma,* Vice-Presidente del Círculo Médico Argentino. — *Francisco S. Rivera,* Presidente del Centro Naval. — *E. R. Etchart.* — *Orfilio Casariego.* — *Ignacio Unánue,* hijo. — *Rufino S. Luro.* — *Cayetano Guglielmi.* — *E. Romano Vera.* — *Miguel Sal.* — *José A. Maciel.* — *Federico Crovetto.* — *A. Del Castillo.* — *J. M. Soto.* — *Gregorio V. Figueroa.* — *Luis Mazoni.*

**BASES PARA LA CONFECCION DE PLANOS Y PRESUPUESTOS  
DEL EDIFICIO DE LA SOCIEDAD**

La *Sociedad Científica Argentina*, llama á concurso á sus miembros para la confeccion de los planos y presupuestos del edificio destinado á la misma, bajo las bases siguientes:

1ª El edificio será levantado en un terreno de quinientos cincuenta y cuatro metros cuadrados con cuarenta y nueve centésimos (554 m. 49 c.) y cuyo plano pueden consultar los interesados en la Gerencia de la Sociedad de 12 m. á 4 p. m. todos los días hábiles. Dará frente á una calle de diez y seis varas igual á trece metros ochocientos cincuenta y seis milímetros de ancho.

2ª *Distribucion.* — El edificio constará de dos pisos, destinándose el alto á la instalacion de la Sociedad, y el bajo á dos casas para familias.

El piso alto se compondrá de:

	Metros cuadrados
1 Salon de sesiones.....	120
1 » para biblioteca.....	80
1 » para reunion de la Junta Directiva.....	22
1 pieza para el gerente.....	18
1 » para el archivo.....	30
1 » para el guardian.....	15
1 » para el servicio.....	15
2 letrinas.....	3

El piso bajo se compondrá de dos casas para familias.

3ª La entrada para el piso alto será independiente, debiendo serlo tambien la de las casas bajas.

4ª Cada proyecto constará de:

- 1 plano de la planta baja (2 casas)
- 1 » de la planta alta
- 1 » de la elevacion de la fachada
- 1 » de una seccion longitudinal
- 1 » de una seccion transversal

5ª Estos planos serán arreglados á la escala de 0<sup>m</sup>02 por metro. Podrán agregarse todos los detalles que se estimen necesarios para la mayor claridad del proyecto.

6ª En los planos de la plantas se escribirá el destino de cada una de sus reparticiones, indicándose en medidas métricas las dimensiones de longitud y ancho, espesores de los muros y demás medidas necesarias para su fácil comprension.

7ª El proyecto irá acompañado del respectivo presupuesto, detallando en medidas métricas la cubicacion de las escavaciones, los muros de elevacion y fundacion, etc.

8ª Deberá acompañarse igualmente una memoria descriptiva.

9ª El presupuesto de estas obras deberá estar comprendido entre veinte y cinco mil y treinta mil pesos moneda nacional.

10ª Todos los proyectos serán señalados únicamente con un pseudónimo. Sus autores adjuntarán un pliego cerrado en cuyo sobre pondrán el mismo lema indicado en el plano, y este sobre será abierto por el jurado solamente en el caso que el proyecto de su referencia fuera premiado. En caso contrario se volverá cerrado juntamente con el proyecto.

11ª Los proyectos que no consten del número de planos indicado, ó que no llenen las prescripciones del presente Reglamento, no serán tomados en consideracion.

12ª El plazo fijado para presentar los proyectos al jurado, termina el dia 1º de Octubre del corriente año.

13ª Los proyectos premiados quedarán de propiedad exclusiva de la *Sociedad Científica Argentina*.

14ª Se crean dos premios consistentes en una medalla de oro y otra de plata que se discernirán á los dos mejores trabajos presentados en orden de mérito.

15ª El jurado se reserva el derecho de rechazar todos los proyectos, si á su juicio ninguno de ellos fuera acreedor al premio.

### *Composicion del Jurado*

El jurado llamado á entender en el concurso, lo forman los señores:

Arquitecto, *Otto Arnim*. — Arquitecto, *Fernando Moog*. — Profesor, *Juan J. J. Kyle*. — Ingeniero, *Luis A. Huergo*. — Ingeniero, *Guillermo White*. — Ingeniero, *Cárlos Bunge*. — Arquitecto, *Enrique Aberg*.

Buenos Aires, Julio 13 de 1886.

LUIS A. VIGLIONE,  
 Presidente.  
*Cárlos Bunge*,  
 Secretario.

---

DISCURSO DEL SEÑOR PRESIDENTE AL HACER ENTREGA DEL PREMIO,  
 AL SEÑOR DON ARTURO ORZABAL

Señoras, Señores,

Señor Capitan D. Arturo Orzabal:

Hubo una Sociedad compuesta de estudiantes de Ingeniería, y tuvo un Directorio que, penetrado de la importancia de los nobles esfuerzos de la nuestra, ya de edad, y advirtiendo que guardaban afinidad de propósitos, resolvieron incorporarse haciendo á un lado vanas preocupaciones.

¡Ojalá desapareciera el semillero de sociedades de cultores de los mismos ramos del saber humano que trata la nuestra y siguieran el ejemplo de los generosos jóvenes de la que fué «Sociedad Estudiantes de Ingeniería»!

«¿A qué más centros científicos y artísticos cuando contamos con la *Sociedad Científica Argentina*, poseedora de casi todo nuestro capital en materia de conocimientos superiores? Debemos recojer las fuerzas dispersas, aunarlas y formar una sola sociedad. *Yo renuncio porque soy miembro de la Sociedad Científica Argentina y se quiere formar otro centro con idénticos propósitos*». Así respondió, salvo forma, nuestro Vice-Presidente el Sr. Dr. Kyle, por otra parte, poco amigo de figurar en Juntas Directivas, á una invitacion que se le hizo; y así debian proceder todos los que se interesen en nuestro bien entendido adelanto y poder.

Por el hecho de asociarse los estudiantes al movimiento de la Sociedad, contrajo ésta la obligacion moral de velar por su adelanto,

y lo ha cumplido; primero proporcionándoles continuados motivos para completar sus estudios teóricos de matemáticas aplicadas bajo forma de visitas á establecimientos industriales y obras públicas en construccion, ó promoviendo concursos sobre asuntos de matemáticas puras, entre las que se cuenta el que motiva el premio acordado á este valiente capitán.

Valiente dije, queriéndooos significar que si lo poneis frente á la ecuacion mas difícil sabrá aprisionar las incógnitas.

No es el caso mover la atencion de los estudiantes hácia un tema cualquiera para darse el lujo de hacer ruido. Nó, la *Sociedad Científica Argentina*, tanto en los temas fijados el año pasado como en el actual ha tenido muy presente la importancia de las cuestiones elegidas.

El teorema de Sturm vino á enriquecer con elementos nuevos los recursos del álgebra superior debido á las numerosas y variadas aplicaciones que presenta en la resolucion de las ecuaciones numéricas, y la Sociedad se penetró de ese mérito, puesto por otra parte de manifiesto en las palabras de Liouville ante la tumba del sabio autor. « Tomad al azar uno de los candidatos á la Escuela Politécnica, y preguntadle lo que significa el teorema de Sturm; ya vereis si os responderá! La cuestion sin embargo no ha sido nunca exigida por ningun programa; ella se ha introducido por sí misma en la enseñanza, se ha impuesto, como otra vez la teoría de los cuplas. »

Es tal el valor de este teorema, tales sus servicios en el álgebra superior, que no conocerlo, su falta en el programa, pondrian á los que cursan la materia en el mismo caso de los que pretenden estudiar y dibujar sombras sin conocer la teoría de los planos tangentes.

El resultado del concurso celebrado dió un solo trabajo, mas de mérito, y su autor Marcial C. Candiotti recibió el debido premio á su contraccion.

En vista de esta única concurrencia, el jurado que entendió en el trabajo creyó oportuno picar el amor propio de los ausentes, manifestando que, « conociendo el capital inteligente de muchos, sentía hubieran dejado pasar esa ocasion de lucirlo ».

Fruetuesa fué la intencion de estas palabras, pues en el segundo concurso, el actual, á que fueron invitados los estudiantes de la Facultad de Matemáticas, miembros de la Sociedad, se presentaron tres trabajos.

Son sus lemas : *Cuatro de Octubre*, alguna fecha de recuerdo grato, *Labor dignificat ad hominem*, leído segun está escrito, y *Estudio*;

todos ellos aplaudidos por el Jurado, que presentó como digno del premio á la que lleva por lema *Cuatro de Octubre*.

Su autor es el Sr. D. Arturo Orzabal, Capitan del Ejército Argentino, miembro de la *Sociedad Científica Argentina* y ornato de la Facultad de Matemáticas, como alumno.

Deseo haceros comprender en primer lugar cual es el asunto, motivo del concurso, no solo con el fin de exhibiros su importancia en el álgebra superior sinó tambien para que reconozcais su novedad.

El «Thodhunter» autor de los complementos de Algebra era el texto adoptado para la enseñanza de la materia, y es de los pocos tratadistas que se acordaron de incluir la dicha Regla de Newton sobre el número de las raices de las ecuaciones numéricas.

Se consideraba solo la de Descartes, que á veces falla, adoptando uno de sus enunciados, y que dá mayor límite y por ende mas trabajo de sustitucion de números, cuando se entra en la investigacion de los que son ó no raices.

Comenzó á incluirse la dicha regla de Newton en el curso de álgebra superior para los alumnos, hoy de quinto año, habiéndose tenido ocasion de remarcar su preferencia sobre la Cartesiana.

Más, por un lado el deseo de aficionarlos á la Newtoniana, por otro el de que produjesen reflexiones propias presentándoles oportunidad de hacer un estudio detenido, y tambien el de que se proyectara luz sobre este párrafo del texto: «Se debe notar que los escritores que han citado la regla de Newton, parece que se han limitado á aquella parte que se refiere al número de las raices imaginarias» dicho esto despues de haber sido considerada por el autor como relativa á las raices tanto imaginarias como reales; han sido los motivos por los que propuse el tema «*Estudio comparativo y crítico de las Reglas de Descartes y Newton sobre el número de las raices de las ecuaciones numéricas*», que la Sociedad Científica se dignó aceptar.

Orzabal ha demostrado con su brillante trabajo, un libro, que ha sabido comprender el espíritu del tema propuesto.

Fuera tarea demasiado laboriosa en estos momentos, exhibiros toda la rara dedicacion del laureado revelada en sus estudios históricos sobre las reglas, persiguiendo obras viejas en la Biblioteca Pública, en la de la Facultad de Matemáticas, su talento exhibido en apreciaciones propias, á falta de libros para disipar dudas, y en el estudio comparativo producto de una disquisicion de las mencionadas reglas.

Orzabal, señores, ha prestado con su trabajo un verdadero servicio á

la enseñanza del Álgebra y deben consultarlo los que se dedican á tan provechoso estudio.

Yo estoy, señores, con respecto á este distinguido jóven en una situacion tan especial, que al declarar, como declaro, haber sentido regocijo sin igual por su legítimo triunfo, y haber tenido ocasion de *aprender* en su libro detalles preciosos; no puedo eximirme de exelamar *Honni soit qui mal y pense*.

Señor Capitan Orzabal:

En nombre de la *Sociedad Científica Argentina* os entrego el premio que habeis sabido conquistar despues de haber sostenido valientemente vuestra produccion, anuncio que ella será publicada en sus *Anales* por resolueion tomada en Asamblea, y si de algo os vale una palabra de aliento del que tuvo el honor de ser vuestro maestro, hela aquí: estudiad con perseverancia como hasta ahora, sufrid resignado y fuerte los mas duros contratiempos que os sobrevengan, que despues, más tarde, os será permitido exelamar como á Juan Cárlos Gomez :

Y he de llégar al puerto, he de pisar la orilla,  
Al templo de la pátria, he de llevar honor.

. . . . .

He dicho.

En seguida el Señor Presidente hizo entrega del 2º premio, obtenido en concurso, por el Sr. Angelo Marini, con lo cual terminó el acto.

---

#### VEREDICTO DEL JURADO

Buenos Aires, Julio 19 de 1886.

*Al Señor Presidente de la Sociedad Científica Argentina.*

La Comision que suscribe, ha hecho un estudio prolijo y detenido de las Memorias presentadas al Concurso, cuyos lemas son: « Cuatro de Octubre », « Estímulo al estudio », y « *Labor dignificat hominem* ».

En ninguna de las tres memorias citadas, la Comision ha encontrado novedad científica, pero sí bastante erudicion y apreciaciones

tan exactas y justas en la primera, que abonan mucho en favor del señor estudiante que la ha presentado.

Por este motivo, en vista de las atribuciones que las bases del concurso confieren á esta Comision, se procedió á abrir el pliego cerrado que contenia el nombre del autor de la memoria «Cuatro de Octubre», y resultando ser el señor Arturo Orzabal, se sometió al exámen que prescriben las mencionadas bases.

El señor Orzabal se expidió correctamente sobre todos los puntos que le fueron preguntados, mostrando buenos conocimientos en la materia que trataba y ser el autor de la mencionada memoria.

La Comision aconseja, pues, por unanimidad se le acuerde la placa de oro que constituye el premio instituido por la Sociedad.

Antes de terminar, la Comision que suscribe se hace un deber en manifestar la gran satisfaccion que ha tenido al examinar memorias como las presentadas, que hablan tanto en favor del adelantamiento, contraccion é inteligencia de los señores estudiantes, y se felicitaria si en los años venideros fuese mayor el número de los concurrentes al certámen, porque considera honroso para los alumnos, no solo el obtener un premio al principio de su carrera, sin que tambien el trabajar por obtenerle.

Nos es grato saludar al señor Presidente con nuestra mayor consideracion y aprecio.

*Valentin Balbin. — Ildefonso P. Ramos  
Mejía. — Félix Amoretti.*

# ESTUDIO CRÍTICO Y COMPARATIVO

DE

## LAS REGLAS DE NEWTON Y DESCARTES

RESPECTO AL NÚMERO DE RAICES DE LAS ECUACIONES NUMÉRICAS

---

### ADVERTENCIA

Perteneciendo las reglas cuyo estudio es objeto de este trabajo, á *Descartes* y á *Newton*, matemáticos de los siglos xvii y xviii, hemos creído que debíamos tratar de conocerlas tales como fueron dadas por sus autores, para poder seguir los adelantos que los investigadores ulteriores han hecho en ellos. Por esta razón, nuestro estudio se ha dividido en dos partes: 1<sup>a</sup>, *de investigación histórica*; 2<sup>a</sup>, *de crítica y comparación*.

Como consecuencia de la primera, hemos juzgado oportuno hacer una ligera reseña del desenvolvimiento del Algebra hasta la época de *Newton*; y como medio de conocer á los autores de las reglas, dar algunos brevísimos datos biográficos de los mismos.

Esperamos que los señores del Jurado nos permitirán esta licencia.

### BOSQUEJO HISTÓRICO DEL DESARROLLO DEL ÁLGEBRA

Segun hemos dicho en la *Advertencia*, nos ha parecido oportuno, antes de entrar de lleno al objeto de la cuestion, decir algo respecto al origen y desenvolvimiento del Algebra, por ser éste el camino que hemos seguido antes de estudiar las reglas de *Descartes* y *Newton*; pero hemos sacrificado en parte nuestro deseo, en atención á que semejante proceder podria mirarse como fuera de tema, no obstante ser, mas ó menos, el seguido por algunos autores que han tratado asuntos de este género, como puede verse en las dos

memorias presentadas á la Academia de Ciencias de Paris, en el año 1741, por el Abate Juan Pablo de Gua.

Empezaremos, pues, por investigar ligeramente ese origen que, como el de todas las ciencias y artes, se pierde en la oscuridad de los tiempos, debido especialmente á la falta de caracteres que sirvieran para perpetuar las producciones del ingenio humano en sus albores.

No es estraño que así sea, y las generaciones pasadas y presentes lo han lamentado, y lo lamentarán las venideras, que la inteligencia del hombre, tan rica en medio de su primitiva rudeza, no haya ideado antes *ese algo* que hoy arroja á los vientos y eterniza los pensamientos mas triviales, para que hubieran llegado á nosotros aquellas emanaciones puras de los cerebros vírgenes de la antigüedad; y para que así tambien el mundo no hubiera perdido el trabajo acumulado en tantos siglos de perseverancia y sacrificios, el dia tristemente memorable en que un fanático destruia el depósito precioso de Alejandría.

Felizmente, aunque tarde, Wurtemberg ha destruido la raza de Omar, segun la espresion de un distinguido escritor contemporáneo.

Bien, pues, rasgando esa nebulosa del pasado con la antorcha de la induccion en la mano, y penetrando en ese laberinto de los tiempos, llena la mente de dudas é incertidumbres, llegamos á presumir que por la misma razon de su antigüedad, ha de haber seguido el Algebra la corriente paulatina de la civilizacion antigua, y que en tal virtud haya tomado nacimiento en los paises del Oriente, cuna de las primeras manifestaciones del ingenio humano.

Y, en efecto, los autores que se han ocupado de este punto, están contestes en atribuirle origen oriental, siendo pocos los eruditos que opinan que esta rama de las Ciencias Matemáticas, haya sido conocida por vez primera en Grecia, de donde pasára á la Arabia; y se fundan para ello en que los Arabes hacian uso de caracteres griegos.

Recien cuando la Europa vá á romper con su pasado, cuando nuevos horizontes se abren ante los pueblos ávidos de empresas y de estender el límite relativamente reducido de sus dominios, cuando los escondidos secretos de un mundo nuevo se revelaban al hombre por un génio inmortal, es decir, á fines del siglo xv, es que empieza el Algebra á divulgarse en Italia, y es á Lúcas Pacciolo á quien cupo el honor de haber dado á conocer sus reglas en un

libro intitulado *Summa Arithmeticae et Geometriae*, publicado en el año 1494.

¡Rara, pero grandiosa coincidencia!

Vinieron despues Scipion Ferreo, Tartalea, Cardano y algunos otros, que llegaron hasta la resolucìon de algunas ecuaciones cúbicas.

Siguió á estos matemáticos, Bombelli, que se ocupó tambien de las ecuaciones de tercer grado, perfeccionando su resolucìon con construcciones geométricas; dando, ademas, la resolucìon de las ecuaciones bicuadradas.

Tal era el estado del Algebra, como dice de Gua, cuando la Francia vió nacer en su seno á Francisco Viete, gran géometra que solo le hace tanto honor como todos los que acabamos de citar se lo habian hecho en conjunto á la Italia.

Con este célebre matemático empieza una nueva éra para el Algebra, y la teoría de las ecuaciones toma verdadera forma, debido á sus incesantes y prolijos trabajos, que le dieron por resultado notables adelantos. Esta éra de progreso es continuada con toda felicidad por Descartes y Newton, esos dos colosos de la ciencia universal; y por Harriot que contribuyó, aunque no tanto como Wallis le atribuye, dándole la paternidad de los descubrimientos de Viete y de Descartes.

Siendo las reglas de que nos ocuparemos, debidas á dos de estos autores, nos concretaremos á estudiar, aunque ligeramente, los diferentes adelantos hechos en el Algebra por los matemáticos que caracterizan este período de su desarrollo.

Acabamos de ver, por los descubrimientos de los matemáticos italianos, cuáles eran los conocimientos que podría haber tenido Viete al emprender la série no interrumpida de los suyos.

Indicaremos aquí algunos de los mas importantes, que son los que menciona de Gua en la página 449 del tomo de las Memorias de la Academia de Ciencias de París del año 1741.

Dice de Gua: « Se puede, entre otras, contar siete de este género :

« La primera, es haber introducido en los cálculos las letras del alfabeto, para designar aún las cantidades conocidas.

« La segunda, es haber imaginado casi todas las transformaciones de las ecuaciones, asi como los diferentes usos que de ellas se puede hacer para volver mas simples las ecuaciones propuestas.

« La tercera, es el método que ha dado para reconocer por

comparacion de dos ecuaciones que no difieren mas que por los signos, qué relacion hay entre los coeficientes que les son comunes, y las raices de la una y de la otra.

« La cuarta, es el uso que hace de los descubrimientos precedentes para resolver generalmente las ecuaciones del cuarto y aún del tercer grado.

« La quinta, es la formacion de las ecuaciones compuestas, por sus raices simples, cuando son todas positivas.

« La sexta y la mas considerable, es la resolucion numérica de las ecuaciones, imitando las extracciones de raices numéricas, materia que hace sofa el objeto de un libro entero.

« En fin, se puede tomar por un sétimo descubrimiento, el método que ha enseñado para construir geoméricamente las ecuaciones. »

Todas estas invenciones han hecho considerar á Viète, y con razon, como el padre de esta ciencia.

Es de observar, no obstante, que Viète no habia hecho nada que tuviese relacion con el objeto de este trabajo; pero, es fácil explicar la razon de esto. En todas sus operaciones de resolucion, el objeto que le guiaba era determinar exacta ó aproximadamente, los valores de las raices; razon por la cual nunca se preocupó de descubrir reglas que le permitiesen determinar su número, pues cuando tenia necesidad de ello, llegaba á su conocimiento por vía indirecta.

Harriot, que vino despues de él, hizo muy poco en pró del adelanto del análisis; y no es aventurado decir que si ha dejado recuerdo en la memoria de los sábios, á este respecto, es mas bien debido á los trabajos de Wallis, por atribuirle invenciones, que por sus propios descubrimientos, y por el libro titulado: *Artis analyticae Praxis*, que publicó en el año 1631, conteniendo los conocimientos que hasta entonces se tenian del Algebra.

Pero Harriot, menos harriotista que Wallis, dá á Viète el mérito que le corresponde en el elogio que de él hace en el prefacio de su libro.

Los únicos adelantos de que el Algebra es deudora á este autor, son:

1º La simplificacion en la manera de escribir los productos de las diferentes letras, colocando las unas á continuacion de las otras, sin ningun signo interpuesto. Es solo una abreviacion;

2º El empleo, en la formacion de las ecuaciones de tercero y

cuarto grado, de las raíces negativas, y los productos de dos raíces imposibles, que no habia hecho Viète. Pero, en esto mismo comete una falta; supone para la formación de las ecuaciones de cuarto grado, que todas sus raíces imaginarias sean puras.

No mencionamos como descubrimiento de Harriot, la regla de los signos para determinar un límite del número de raíces reales positivas y reales negativas, que algunos le han atribuido, pues nos reservamos para mas tarde la prueba histórica de que es á Descartes á quien pertenece.

Nos limitaremos únicamente á trascribir aquí las palabras de de Gua á este respecto (*Memoria de la Academia Real de Ciencias de París*, año 1741, pág. 451):

« Lo que Viète habia omitido hacer respecto del número de las raíces, Harriot que vino despues de él, lo tentó inútilmente en su *Artis analyticæ Praxis* ».

Continúa el Sr. de Gua con el exámen de lo que habia hecho Harriot para creerse en estado de poder determinar el número y la especie de las raíces de una ecuacion, y concluye diciendo que aún con los comentarios que Wallis le agregó, las pretendidas reglas son absolutamente insuficientes.

Tales fueron los principales trabajos de Harriot, y es á Descartes á quien corresponde el honor, despues de Viète, de haber llevado el Algebra hasta la altura en que la encontró Newton.

La teoría de las ecuaciones es enriquecida con la série de sus descubrimientos y observaciones, de las cuales citaré los principales: simplificacion de la expresion del producto de dos polinomios, sirviéndose del signo de multiplicacion y tirando una línea sobre cada uno de estos polinomios en particular; es el primero en introducir los esponentes en el cálculo; hace ver que toda ecuacion debe tener tantas raíces como unidades su grado, para lo cual, cuando las raíces reales no alcanzan á ser iguales á este grado, las completa con las imaginarias, cuyo rol no estaba aún bien comprendido; dá los medios de encontrar los límites de las raíces de las ecuaciones cuando no se puede resolver exactamente; perfecciona las aplicaciones algebraicas de la Geometría, de Viète, estendiéndolas al caso de las raíces negativas, etc, etc... Pero, sus mas grandes descubrimientos en el análisis puro son dos:

1º El teorema conocido con el nombre de *regla de los signos*, para determinar un límite del número de raíces reales positivas y reales negativas que tenga una ecuacion.

2º El uso de las indeterminadas para la resolución de las ecuaciones de cuarto grado.

Tal era, en resúmen, el estado del Algebra, cuando apareció *Newton*, á cuya inteligencia superior se deben notables adelantos en el análisis de las ecuaciones. Dá una regla para reconocer, en muchas ocasiones, el número de sus raíces imaginarias; introduce los esponentes fraccionarios y literales; desarrolla en série las potencias enteras ó fraccionarias, positivas ó negativas de un binomio cualquiera; dá una regla para determinar un límite de las raíces de las ecuaciones, y otra para determinar con la aproximación que se quiera, el valor de las raíces incommensurables; dá á conocer un método para interpolar las raíces, etc, etc.

Hemos terminado con esto nuestra brevísimá reseña de los principales descubrimientos hechos en el Algebra pura, durante el trascurso de un siglo próximamente.

No continuamos con el mismo tema por las razones ya espuestas, y además, porque nuestro objeto primordial está llenado: conocer el estado de la ciencia en la época de la invención de las reglas de que trataremos.

## RASGOS BIOGRÁFICOS

### DESCARTES

*René Descartes* nació en La Haya (Turena), el 31 de Marzo de 1596. Si recorremos las biografías de este gran geómetra, hechas por diversos autores, notaremos desde su infancia en este hombre singular, manifestaciones] de verdadero génio; título con que lo ha proclamado la posteridad.

He aquí una de ellas: en el primer Colegio en que estuvo y cuando no tenía aún diez y seis años, no solamente se daba cuenta de la materialidad y aplicaciones inmediatas de la enseñanza de los cursos superiores, sinó que sus rápidas y atrevidas concepciones filosóficas lo llevaron aún mas lejos, hasta hacerle comprender lo vano y absurdo de dichos cursos; cosa que en tan temprana edad, solo es dado á séres escepcionales, á espíritus selectos, á aquellos en quienes la sutilidad y firmeza de las ideas se desenvuelve, se desarrolla y se ordena de tal manera que, formando una sábia filosofía natural, su autor la utiliza á su

antojo, sin darse cuenta quizá, y obedeciendo sin duda á las leyes misteriosas de ese admirable desórden dominante en las producciones de ciertas mentes privilegiadas que llevan un sello particular: el sello del génio.

Pero, siguiendo el órden progresivo de las cosas, es necesario para alcanzar un fin elevado, disponer de una base espaciosa y segura, que es lo que buscaba Descartes, siguiendo los dictados de su propia filosofía.

Con este objeto y ávido de instruccion, acudió á los libros, siendo los de su predileccion los de ciencias en general, pues creía que la lectura de los buenos libros es semejante á una conversacion con los hombres ilustrados, pero una conversacion estudiada en que sus autores solo muestran aquellas de sus mejores ideas.

Lanzado en esta corriente, recorrió vertiginosamente y con espíritu concienzudo, las obras que pudo adquirir, tratando siempre de fijarse en lo que tenian de verdaderamente científico; pero su imaginacion ardiente y veleidosa necesitaba al mismo tiempo que un estenso campo en que poderse desarrollar, algo más que llamase preferentemente su atencion; lo que no se hizo esperar, presentándosele bajo la forma seductora y magestuosa de ciencias exactas, á cuyo estudio se entregó con indescible entusiasmo.

Las matemáticas consiguieron, pues, detener y fijar el vuelo errante de su cerebro inquieto y casi fantástico. El mismo se encarga de explicar la causa de semejante efecto en su obra *Discurso del método*, pues al hablar respecto á estas ciencias, dice: que lo que mas le encanta en el estudio de las matemáticas, y sobre todo en la Aritmética y la Geometría, es la certeza y evidencia de sus razones.

Como consecuencia de su carácter particular, le fastidiaba la estadia por corta que fuese, en cualquier parte donde creia no encontrar los medios para la prosecucion de su ideal; y así le vemos abandonar el Colegio en 1612, para volver al lado de sus padres, de los que se separó poco tiempo despues para regresar á Paris, donde se consagró al estudio de la Geometría y del Análisis de los antiguos. Pero, no satisfecho aun, y ansioso de ponerse en contacto con los hombres de ciencia, se decide á abrazar la carrera de las armas como medio de llenar sus deseos y satisfacer las exigencias de su familia que le pedia emprendiese una carrera. Optó,

como se vé, por la militar, en razon de que esta le colocaba en las mejores condiciones para viajar, cosa que convenia á sus designios. Es así como se le vé vistiendo el honroso uniforme en 1617, es decir, á los veinte y un años de edad. Veamos la esplicacion que él mismo dá de esta etapa de su vida. Dice: « Bien que la costumbre y el ejemplo hagan estimar el oficio de la guerra como el mas noble de todos, para mí, como lo considero en filosofía, no lo estimo tanto como vale y aun me cuesta colocarlo entre las profesiones honorables, viendo que la ociosidad y el libertinaje son los dos principales motivos que congregan en él á a mayor parte de los hombres ».

Como seria largo seguirle en sus viajes y en sus peripecias importantes, lo que nos conduciría á hacer una biografía completa que no entra en nuestros propósitos, nos limitaremos á dar un simple itinerario de ellos.

Descartes sirvió primero bajo las órdenes del Príncipe Maurice de Nassau, siéndole sumamente provechosos los dos años de paz que pasó en Holanda. Fué en seguida á servir en las tropas del duque de Baviera (1619), donde permaneció con una intermitencia, hasta el año 1621, para continuar en Hungría á las órdenes del Conde de Bucquoy, despues de cuya muerte, que aconteció al poco tiempo, abandonó por completo el servicio militar, pero no su insaciable deseo de viajar.

En efecto, desde esta época empieza una nueva faz en sus viajes. Recorre de curioso una gran parte de la Europa, visitando la Alemania del Norte, la Holanda, la Francia, la Suiza, el Tirol, la Italia, y detiene por fin su precipitada carrera en Stockolmo (Suecia), donde rindió su tributo á la madre comun el 11 de Febrero de 1630.

Siguiendo este muy breve itinerario de su vida, se observa que en los últimos veintinueve años, es decir, desde que abandonó el servicio militar hasta su muerte, es cuando se manifiestan las producciones que han inmortalizado su nombre. Tenemos así perfectamente delimitadas las dos grandes divisiones de su vida: en la primera se encuentra al jóven de imaginacion fogosa; y en la segunda se descubre la transformacion psicológica que le convierte en el hombre de maduro juicio, en el matemático innovador y progresista.

Debiamos ahora descorrer el velo que oculta ese astro refulgente de la ciencia, en el momento mas esplendoroso de su gloria; pero, desgraciadamente, en este instante preciso, la historia guarda el

mas completo silencio, viéndonos así privados de conocer con fijeza el momento en que, presentándose en un mismo campo y unidas, la necesidad con aquella inteligencia superior, operan de comun acuerdo y levantan los cimientos del magno edificio que conocemos hoy con el nombre de *Geometría Analítica*.

Recien en el año 1637, aparecen sus cuatro primeras obras: *Discurso del método*, *Dioptrica*, *Los Meteoros* y *La Geometría*, que se encargan de dar á conocer al mundo científico, las nuevas ideas de su autor, y sirven de base para ulteriores y felices investigaciones.

La aparicion de estas obras ocasiona grandes revoluciones en el método, y junto con las demas de Descartes imprimen un carácter particular y una violenta conmocion á la ciencia, que es lo que constituye el octavo período del desarrollo de las Matemáticas.

En efecto, Descartes es el primero en establecer la union entre lo abstracto y lo concreto, entre el Algebra y la Geometría; interpreta las soluciones negativas de los problemas; reforma la Geometría haciéndola descansar sobre nuevas bases, y dá un fuerte impulso á la teoría de las ecuaciones. ¡Qué inmenso servicio presta á la ciencia descubriendo esta nueva de sus ramas! Y á la verdad que se necesitaba de la potencia de su génio para plantear tan resueltamente un monumento tan sólido y grandioso.

Es efectivamente, la Geometría Analítica, entre todas sus obras, la corona imperecedera de su inmarcesible gloria.

De todas estas obras, el *Discurso del Método* que apareció en el mes de Junio, ha sido considerado como la lógica del sistema del ilustre filósofo, quien aplicó su método de razonar á tres objetos que constituyen el tema de las otras tres obras citadas.

De estas la que mas conviene examinar es la *Geometría*, pero no nos detendremos en ello porque nos llevaria demasiado lejos.

La Geometría de Descartes no es, como se comprenderá fácilmente, un tratado de Geometría Analítica, es simplemente una introduccion á un tratado que deja á sus sucesores y del cual se limita á indicar sus fundamentos. Esta obra se halla dividida en tres libros, tratando los dos primeros solo de Geometría, y el tercero es dedicado á hacer un exámen sustancial de los conocimientos adquiridos en el Algebra, antes de él.

El aplica, como decia Viete, la teoría de las ecuaciones á la esplicacion é investigacion de las propiedades del espacio, marcha que ha sido seguida y adoptada por Newton y Euler.

En el tercer libro reproduce, segun Viete, pero mas simple-

mente la teoría de la transformación de las ecuaciones y sus usos. Trata primeramente de la investigación de las raíces comensurables y de la simplificación de una ecuación para la cual las ha encontrado. Pasa en seguida á la resolución de las ecuaciones de tercero y cuarto grado, y á la construcción de sus raíces por medio de intersección de cónicas. Demuestra después, que sus raíces no podrían ser construidas por medio de la regla y del compás solamente.

Es en la página cinco de este libro que se encuentra lo que se ha convenido en llamar *la regla de los signos*, de la cual nos ocuparemos oportunamente.

#### NEWTON.

*Isaac Newton* nació el 25 de Diciembre de 1642, en el Condado de Lincoln, en Woolsthorpe. Este año era ya memorable también, por un infausto acontecimiento: un gran maestro de la ciencia, *Galileo*, había desaparecido del escenario del mundo.

Cuando nos encontramos con un genio de la magnitud del de Newton, parece que todos los esfuerzos fuesen inútiles para seguirlo en su elevación magestuosa por sobre todos los que le rodean. Lo confesamos, nuestro espíritu se apoca á la sola enunciación de su nombre y de sus obras; pero veámos si reuniendo nuestras limitadas fuerzas, podemos dar siquiera un bosquejo de sus rasgos más prominentes.

Con este objeto y con el de facilitar el estudio de sus progresos sucesivos, dividiremos el trascurso de su vida en cuatro períodos caracterizados así:

1° El de su infancia, que comprende desde su nacimiento hasta su ingreso en el Colegio de la Trinidad, en Cambridge (1660);

2° Desde 1660 hasta su admisión en la Sociedad Real de Londres (14 de Enero de 1672);

3° Desde 1672 hasta 1695, que marca su salida de la Cátedra y del Parlamento; y

4° Desde 1695 hasta su muerte (20 de Marzo de 1727).

Cada uno de estos períodos abraza en sí una etapa gloriosa de la vida de este notable filósofo; y si se atiende á los biógrafos ingleses y á los hechos de distinta naturaleza que se relacionan íntimamente con su vida, habría material suficiente para llenar

sendas é interesantes páginas; por cuya causa nos limitaremos, muy á pesar nuestro, á la simple enunciaci3n de los hechos puramente científicos; es decir, á aquellos que hayan contribuido á darle la justa fama que ha atravezado y atravezar4 los siglos, ejerciendo algun progreso de innegable influencia en las Ciencias Matemáticas.

*1<sup>er</sup> período.* Como hemos visto, Newton vino al mundo al espirar el año 1642, y estudiando los movimientos de toda especie que preocupaban y envolvian á gran parte de la Europa en aquel entonces, puede decirse perfectamente con un historiador, Landa, que su cuna fué mecida por la cuádruple accion y reaccion: la política, la religion, la filosofía y las ciencias exactas, físicas y naturales.

Un hecho curioso es el de haber nacido antes de tiempo, como Kepler; razon por la cual fué débil, casi como Descartes; y, ¡cosa estraña! (ó natural si se atiende á la ley de las compensaciones) parece que la naturaleza retirase sus fuerzas de una de las partes de su obra, para concentrarlas con todo vigor en otra de ellas, en los cérebros de estos séres privilegiados que son como sus hijos predilectos.

En este período casi nada de interesante para la ciencia hizo Newton; pero es quizá el mas importante, puesto que en él se opera el desarrollo de sus facultades intelectuales y adquiere una sólida base para sus investigaciones posteriores.

Empezó por adquirir los primeros rudimentos en la escuela de la aldea, siendo enviado á la edad de 12 años á Grantham, con el objeto de que cursara latin.

Nadie habr4a sospechado, siguiendo de cerca sus estudios, que su imaginacion tan pesada, se incorporase repentinamente ofreciendo signos manifiestos de una reaccion favorable que presagiaba grandes cosas. Habia permanecido dormida, sin embargo, durante los trece primeros años próximamente de su existencia. Tampoco nada inducia á creer que su estudio predilecto, y en el que tanto brilló despues, habia de ser el de las matemáticas, probablemente á causa de que carecia de los medios que le iniciaran en esta ciencia. Así, pues, dejándose llevar naturalmente por sus inclinaciones y conforme al medio en que actuaba, tomó aficion á las artes mecánicas; y puede decirse, como consecuencia, á la pintura y á la poesía.

Pero cuando se opera su verdadera transformacion psicológica,

es durante el año 1658. La astrología judiciaria con el embolismo de su lenguaje matemático, inicia en el joven pensador el deseo de penetrar en los misterios del Universo, que en vano trata de sondear; y esta es precisamente la causa que le hace conocer su vocación. Desde entonces el estudio de las matemáticas, en sus aplicaciones mas vastas, forma la preocupacion de toda su vida.

2° periodo. Se inaugura este con la entrada de Newton al *Colegio de la Trinidad de Cambridge*.

Predisuesto ya al estudio, teniendo las mayores facilidades para el mismo, poco le costó conocer y dominar todos los progresos que los matemáticos habian hecho hasta entonces. Así es que la Aritmética de los infinitos de Wallis, la Geometría de Descartes, la Óptica de Kepler, etc., etc., le fueron pronto un útil muy manuable del que se valió poderosamente este hábil artista.

No fué sin embargo, muy feliz en la primera exhibicion pública de sus conocimientos, pues fué derrotado en el concurso en que tomó parte el año 1665, para optar á la Cátedra de agregado en la *Universidad de Cambridge*. A pesar de esto, nadie podrá suponer que este fracaso fuera debido á falta de competencia. ¿Cómo pensar así, cuando ya antes del concurso, sus descubrimientos en la ciencia bastaban para colocarlo en el número de los sábios, y sábios inventores; calidades que estaban muy lejos de adornar la persona de su competidor! En efecto, aparte de otros adelantos y experiencias, muchos de ellos en la Física, parece que su universalmente conocida fórmula del binomio, habia brotado ya de su cerebro. Lo que hubo es que su carácter excesivamente tímido, le impidió en aquella ocasion, mostrarse en todo el esplendor de su mérito.

Este golpe no desalentó su espíritu; al contrario, parece que le infundió valor. Es así que poco tiempo despues, vuelve con nuevos bríos á la lucha, obteniendo en 1667 y 1668 varios grados universitarios, y en 1669 el nombramiento para reemplazar á Barrow en su cátedra de matemáticas.

Es durante el año 1666 que se cree descubrió la famosa ley de la gravitacion universal. Coincide esta fecha, en que todos los discípulos de Cambridge fueron dispersados por una epidemia, con aquella á que se refiere la anécdota tan conocida de la caída de la manzana.

Méritos adquiridos por Newton ante la Sociedad Real de Lon-

dres, por trabajos de distinta naturaleza que presentó, le valieron ser nombrado miembro de ella el 11 de Enero de 1672.

3<sup>er</sup> período. Este período señala la época en que Newton llega al apogeo de su gloria. Sus comunicaciones á la Sociedad Real sobre diversos descubrimientos en la Física, y la aparicion de su *Tratado de Óptica*, son los iniciadores de su fama. Es en esta obra (que apareció por primera vez en inglés en 1704), que se encuentra la teoría de la emision de la luz, que como se sabe perfectamente, ha sido sustituida con ventaja, por la de las ondulaciones de Huyghens, y que solo fué conservada en perjuicio de la ciencia, durante mas de cien años, merced á la autoridad del nombre de su autor. Y á este respecto, se nos ha de permitir considerar como una lijereza por parte de Newton, aquella diatriba justa, pero inútil, que hace en su grande obra de *Los Principios*, de los *Torbellinos* de Descartes, porque, á mas de que con su teoría pudo haberse hecho otro tanto, no es inverosímil suponer que la de Descartes, excitando el génio de Huyghens, sirviera de fundamento á su teoría de las ondulaciones.

La obra que constituye el principal título de gloria de Newton, segun espresion de Marie (*Histoire des Mathématiques*), es la que acabamos de mencionar y que apareció con el nombre de *Philosophiæ naturalis principia mathematica*. Esta obra fué presentada á la Sociedad Real el año 1686, y es debido al entusiasmo de Halley por ella, que vió la luz pública al año siguiente.

Y tenia razon Halley; es en *Los Principios* donde encuentran su colocacion las grandes leyes que rigen el Universo, que es la mas notable y vasta generalizacion á que la ciencia haya podido llegar.

Este libro fué probablemente escrito el año 1683, despues de las mediciones de Picard para la determinacion del rádio terrestre, que se anunciaron en el año 1682, permitiéndole á Newton verificar los cálculos que por falta de datos precisos habia abandonado hacia ya unos diez y seis años, á cuya época remonta, segun hemos dicho, el descubrimiento de sus admirables leyes.

Es tambien en este libro donde se dá á conocer, pero no de una manera franca y decidida, el *Cálculo infinitesimal*. Los autores que se han ocupado de estudiar esta obra, están contestes en creer que para que Newton llegara á la solucion de muchas de sus proposiciones, necesitaba haber poseido el *método de las fluxiones*, no obstante que en algunos pasajes parece que quiere hacer creer lo contrario, pues sustituye, segun Marie, á cálculos estremada-

mente simples, operaciones geométricas complicadas, pero capaces de exitar en el mas alto grado, una admiracion apasionada por sus combinaciones estraordinariamente ingeniosas, si ellas en verdad hubieran constituido el método de la invencion.

Es recién despues de la aparicion del libro de *Los Principios* que empieza para Newton la etapa de su vida en que los honores y riquezas le sonrien.

En 1688 es nombrado representante de la Universidad de Cambridge en el Parlamento, valiéndole tan alto puesto la defensa que hizo ante el Supremo Tribunal, de los derechos universitarios que el rey José II pretendia hollar, confiriendo al padre Francisco el grado de Maestro en artes, y dispensándole del juramento de pleito-homenaje á las instituciones religiosas reformadas.

Pero, como Newton no habia nacido para la política, su permanencia en el Parlamento fué completamente desprovista de brillo.

Conservó este puesto y la cátedra de Cambridge, hasta el año 1693, en que fué nombrado Tesorero de la Casa de Moneda, con el sueldo anual de 600 libras esterlinas.

4° periodo. En esta época se encuentra gozando de algunas comodidades, que desde mucho tiempo antes debian habersele ofrecido á este ilustre pensador.

En 1699 es nombrado Director de la misma casa, con el sueldo anual de 1200 libras; siendo poco tiempo despues nombrado caballero de la *Espuela Dorada*, y en 1703 Presidente de la Sociedad Real; puesto que conservó por reeleccion, hasta su muerte, acaecida en 20 de Marzo de 1727.

Es mientras se hallaba al frente de la Sociedad (1708) que tuvo lugar ante ella la acusacion que Leibnitz hizo á M. Keil, uno de los mas entusiastas admiradores de Newton, á causa de que en escritos sucesivos le habia lanzado conceptos injuriosos y llegado hasta tratarlo de plagiarario, refiriéndose á la invencion del Cálculo Infinitesimal. Y es nuevamente lamentable que Newton dejándose llevar de una mal entendida vanidad, aprobase, como Presidente, el calificativo que tan injustamente le daba Keil, pues se decia en el juicio de la Comision nombrada por Newton para entender en el asunto, publicado en 1712 bajo el título *Commercium epistolicum de analysi promota*, que Keil no habia calumniado á Leibnitz.

En este período es cuando Newton empieza á dar á luz sus obras, siendo publicadas durante él las mas importantes fuera de *Los Principios* que como se sabe, es su principal título de gloria.

Entre todas ellas se encuentra una que, á pesar de haber sido escrita mucho antes (al poco tiempo de haber sido nombrado profesor de la Universidad de Cambridge) fué recién publicada el año 1707, editada por Whiston, reemplazante de Newton en la cátedra en 1695, contra la voluntad de su autor, y que lleva por título: *Arithmetica universalis, sive de compositione et resolutione arithmetica liber*. Fué sin embargo conocido antes de publicarse. Varias ediciones aparecieron despues, siendo la última la del año 1769. Se encuentra en ella el cálculo de las fracciones decimales, el de las raíces, el cálculo algebraico de las radicales, la resolución de las ecuaciones de los primeros grados, la composición de los coeficientes de las ecuaciones de grados cualesquiera, la transformación de las ecuaciones y su resolución para los cuatro primeros grados con la construcción de las raíces, la teoría de la eliminación y un gran número de problemas de geometría resueltos por Algebra. Es allí también donde debemos buscar y encontraremos una regla relativa al número de las raíces imaginarias, de la cual nos ocuparemos á su tiempo.

#### REGLA DE LOS SIGNOS DE DESCARTES

Segun hemos visto anteriormente, se encuentra en el tercer libro de la *Geometría* de Descartes lo que mas tarde se ha convenido en llamar *regla de los signos*.

Habiendo formado Descartes la ecuación

$$x^4 - 4x^3 - 19x^2 + 106x - 120 = 0$$

por medio de la multiplicación de los factores  $(x - 2)$ ,  $(x - 3)$ ,  $(x - 4)$  y  $(x + 6)$ , con el objeto de demostrar, por una parte, que una ecuación tiene tantas raíces como unidades tiene su grado, y por otra, que estas raíces pueden ser tanto positivas como negativas, *vrais que fausses*, como decía Descartes, y agrega inmediatamente (misma pág. 390 del tomo V de sus obras, ó pág. 5 del tercer libro de su *Geometría*): « *on connoist aussi de cecy combien il peut y avoir de vrayes racines, et combien de fausses en chaque équation. A sçavoir, il y en peut avoir autant de vrayes que les signes + et - s'y trouvent de fois estre changez, et autant de fausses*

*qu'il s'y trouve de fois deux signes + ou deux signes — qui s'entresuivent. Comme en la dernière, à cause qu'après +  $x^4$  il y a —  $4x^3$ , qui est un changement du signe + en —, et après —  $19xx$  il y a +  $106x$ , et après +  $106x$  il y a —  $120$ , qui sont encore deux autres changemens, on connoist qu'il y a trois vrayes racines et une fausse, à cause que les deux signes — de  $4x^3$  et  $19xx$  s'entresuivent ».*

Como se vé, no es una demostracion lo que ha dado Descartes, sinó simplemente el enunciado de la regla misma.

Examinando lo que dice y la ecuacion que hemos citado, parece que esta regla ha surjido como consecuencia inmediata de la consideracion de dicha ecuacion. Seria entonces una regla de cuya generalidad habria que dudar y tendria por lo tanto que llevarse al terreno de la práctica, tratando de comprobar si subsiste en todos los casos, en todas las ecuaciones á las cuales se la aplicase.

Hay, sin embargo, algo que dá motivo para sérias reflexiones: ¿cómo, si esta regla es la deduccion de un caso particular, ha podido su autor poner en ella *y en peut avoir*, cuando el exámen de dicha ecuacion muestra que hay tantas raices positivas como variaciones de signo se encuentra y tantas raices negativas como permanencias? Dos respuestas se nos ocurren:

1<sup>a</sup> Ó Descartes habiendo observado tal coincidencia entre el número de raices positivas y el de variaciones de signos y el número de raices negativas y el de permanencias, creyó que esta era una regla, y habiéndola sometido despues á nuevas pruebas; es decir, tratando de ver si efectivamente se mantenía incólume en los demas casos de la práctica; vió que se presentaban algunas ecuaciones en que la totalidad de las raices reales era menor que el número de variaciones y permanencias reunidas, y entonces agregó á su primera observacion las palabras *peut avoir autant*; y

2<sup>a</sup> Ó llegó por una demostracion verdaderamente matemática, general, á la enunciacion de la misma, y no hizo mas que aplicarla al caso que se presentaba.

La primera respuesta reconoce por fundamento que la regla de los signos haya sido deducida, por Descartes, por la simple observacion.

Esta idea no es sin embargo, nueva, pues algunos autores son del mismo modo de pensar, entre ellos Saunderson, cuya opinion podria no considerarse como muy autorizada, por creérsela falta de sinceridad á causa de ser inglés su autor. Dice Saunderson, al ocuparse del asunto, en sus elementos de Algebra, *que la regla ha*

*sido encontrada mejor por experiencia ú observacion, que por investigaciones metódicas.*

El Señor de Gua, que nos hace la transcripcion anterior, agrega en apoyo de la misma respuesta, en la páj. 78 de las *Memorias de la Academia de Ciencias de Paris*, año 1741: *que debe suponerse que Descartes habia deducido su regla por induccion, ó de la inspeccion sola de las ecuaciones numéricas, ó de la formacion de las ecuaciones algebráicas por la multiplicacion de sus raices supuestas conocidas.*

En cuanto á la segunda respuesta, citaremos las opiniones de los siguientes autores: M. Marie en su obra *Histoire des Sciences mathématiques* (tomo IV, pág. 38), se espresa así:

« Si mal no recuerdo, he leído otra vez en las obras de Descartes, una verdadera demostracion de su bello teorema; pero no la encuentro mas. Sin embargo, la edicion que tengo á la vista, que es de 1664, debe estar conforme á la primera, habiendo muerto Descartes en 1650. La demostracion que he leído en mi juventud y que era completa aunque no contenía mas que cinco ó seis líneas, habia sido agregada sin duda con el consentimiento de Descartes por uno de sus comentadores y amigos. »

« Como quiera que sea, el laconismo de Descartes en el pasaje que acabo de citar, esplica y justifica las críticas de Wallis, la denegacion de Rolle y la útil intervencion de de Gua. »

Es muy probable que el Sr. Marie esté trascordado, pues todos los autores que conocemos que se han ocupado del teorema de Descartes, están contestes en manifestar que el autor no demostró la regla; ademas de que por poco que hubiera hablado Descartes ó su amigo, creemos evidente, dadas las demostraciones que se conocen hoy, que habria empleado mas de cinco ó seis líneas.

Pensamos tambien que yerra el Sr. Marie al decir que *el laconismo de Descartes esplica y justifica las críticas de Wallis*; porque, como tendremos oportunidad de ver por los escritos de de Gua, estas críticas son desatinadas y marcadamente injustas y equivocadas, y por consiguiente jamas pueden ser justificadas.

Tampoco puede ser justificada *la denegacion de Rolle*, pues por el hecho de no haber dado Descartes una demostracion, no podia rechazarse la regla por haber parecido falsa; y si tal cosa sucedió fué porque no se comprendió ó no se quiso comprender el clarísimo alcance de ella, que es lo que efectivamente le sucedió á Rolle, segun veremos despues; y por consiguiente, admitir la

denegacion de Rolle, seria admitir la falsedad de la regla, lo que evidentemente es un absurdo.

Razon tiene, si, el Sr. Marie, cuando declara útil la intervencion de de Gua, pues este es el primer autor que, despues de un siglo, próximamente, se ocupa de recoger las ideas equivocadas que se habian formado en Inglaterra, y lo que es mas, en Francia misma, de la famosa regla de los signos; pesarlas en la balanza de una severa y completa imparcialidad; desvanecer la mala atmósfera que se habia formado al rededor de un notable y útil descubrimiento de álgebra; y por fin, dar por primera vez una demostracion metódica de dicha regla.

Pero, volviendo al tema de la segunda respuesta, decimos que es imposible probar concluyentemente que Descartes llegó á la enunciacion de su regla por un procedimiento perfectamente metódico, matemático. Todo lo que se diga en contra de lo que afirmamos, no pasará de meras conjeturas, pues á mas del argumento principal que nos dá el desconocimiento de la demostracion de Descartes, si la hizo, se opone tambien á tal prueba la consideracion de que para que una demostracion sea general es necesario proceder generalizando, lo que creemos le habria sido algo difícil sinó imposible á Descartes. En efecto, asi como el Algebra, segun Newton, es una *Aritmética Universal*, que se vale para poder establecer su universalidad, de valores indeterminados, es decir, de las letras, á diferencia de la Aritmética que emplea cantidades determinadas, números; asi tambien para poder establecer la generalidad de la regla, tendria Descartes que haberla demostrado no solamente para ecuaciones de grados determinados sinó para otras, cualquiera que fuese su grado; lo que no podía hacer entonces á causa de que el uso de los esponentes literales data recien desde la época de Newton que fué el primero en emplearlos, segun Saverien, y como se desprende de la inspeccion de las obras de Descartes, donde en ninguna parte figuran tales esponentes.

No obstante esto, Fourier, en una memoria intitulada *Recherches sur l'algèbre*, que no fué publicada, sinó manuscrita; de la cual se sacaron varias copias, siendo una enviada á Paris el año 1787, demuestra, segun Navier, en el artículo xvii, que no se debe suponer, como lo insinúa de Gua, que Descartes no haya encontrado su teorema mas que por induccion. En efecto, dice Navier (editor de la obra *Analyse des équations* por Fourier) en la página v de la advertencia del editor de dicha obra, que *es posible deducir de la*

*composicion de las ecuaciones una demostracion puramente algebraica de este teorema, y el artículo citado es el que se ocupa de desarrollar esta demostracion.*

Viene en apoyo de esto la opinion del Sr. Bourgoín, quien siguiendo un camino puramente metafísico hace ver por incidencia, que Descartes debe haber llegado á la enunciaci3n de su regla como resultado de una demostracion rigurosa.

Del trabajo de este autor, que lleva por título *Paradoja histórica respecto del binomio de Newton*, que se encuentra en la *Revue Scientifique* (tomo II, año 1874, página 453), transcribimos á continuacion la traduccion de la parte que tiene relacion con nuestro asunto :

« . . . Se objetará tal vez que no se trata solamente del enunciado ó fórmula del teorema; que es necesario tener en cuenta la manera como se le ha encontrado, justificado y demostrado.

« Los espíritus elevados no harán esta objecion. El génio, ya se llame Newton, Pascal, Leibnitz ó Descartes, no llega á una verdad superior sin haber recorrido la via racional que lo conduzca á aquel término. Esta vía le es familiar, sobre todo porque se ha introducido en ella espontánea, naturalmente, merced á sus únicas y libres fuerzas, sin sufrir los auxilios de otra estraña. Esta via es suya, la utiliza; se encuentra con él mismo, y marcha en ella sin contar sus pasos. Y como conoce bien que este sistema es el mejor, experimenta á menudo repugnancia en volver sobre el camino recorrido, en operar un minucioso reconocimiento, de donde saldría un itinerario al uso de los novicios. Deja á los investigadores la curiosidad de tentar como él la aventura. Muestra el fin; para el camino á seguir se limita á una indicacion sumaria. Concibe largamente y describe á grandes rasgos. Algunas veces tambien, abandona enteramente á otros la mision de guiar la inteligencia en el dominio que ha conquistado. Descartes desdeña demostrar su bello teorema que se llama en la Escuela la *regla de de los signos*. Newton hace lo mismo para su binomio. Lo que basta para dar cuenta de un descubrimiento, está comprendido en las disposiciones subjetivas que preparan y determinan el descubrimiento; pero esto se halla fuera de comparacion con aquello. Al lado del mérito de la invencion, el de la explicacion es un accesorio despreciable. La radiacion de este se pierde en el brillo de aquel. »

Hemos así acumulado un cierto número de argumentos en pró

del contenido en la segunda respuesta, pero, sin embargo, nos ratificamos en lo dicho anteriormente, desde que falta el argumento decisivo, y por las demás razones también espuestas.

Pero en la hipótesis de que Descartes hubiera demostrado su regla, su laconismo se presta á la crítica bajo otros puntos de vista que los de Wallis, que considera Marie. El egoismo parece ser lo que primero se oculta tras esta falta de esplicacion. No nos detendremos, empero, en consideraciones de este género que nos llevarian demasiado lejos, pues las obras de los matemáticos de los siglos XVII y XVIII adolecen por lo comun de aquella enfermedad, cuya causa la explica en parte el mismo Descartes en una de sus cartas, donde dice que ha estado por dar mas esplicaciones de su Geometría; pero considerando la malignidad de la mayor parte de sus lectores quejlo tenían enteramente disgustado, ha abandonado la idea.

Cualquiera que sea la causa, este laconismo nos hace recordar el pasaje aquel de que dá cuenta la historia (*Diccionario de Larousse*, Gauss) respecto á la manera de proceder en la ciencia del muy renombrado Gauss, matemático aleman. Habiéndole preguntado una vez un amigo suyo, la causa por qué era tan poco esplicito; por qué no daba esplicaciones de la mayor parte de los teoremas que enunciaba y presentaba casi como verdades evidentes por sí mismas; le contestó *que por la misma razon que un arquitecto, al presentar una obra concluida, le quita los andamios*. Sin embargo, podemos replicar con el interlocutor de Gauss, que, á pesar de eso, los andamios han estado durante todo el tiempo de su elevacion, á la vista del público.

*Historia.* — La historia de esta regla es muy interesante y algo estensa. Dificilmente se encontrará otra que haya dado origen á tantas y tan debatidas cuestiones, no solo sobre su paternidad, sino también respecto á su bondad, en el sentido del mayor ó menor grado de verdad que pudiera tener. Muchos son también los que han tratado el punto despues de de Gua que fué el primero que se ocupó de dar una demostracion del teorema y dilucidar la complicacion histórica formada á su respecto. Todo esto se encuentra en una memoria que presentó este autor á la Academia Real de Ciencias de Paris, el año 1741, titulada: *Demostracion de la regla de Descartes para conocer el número de las raices reales positivas y negativas en las ecuaciones que no tienen raices imaginarias.*

En esta memoria publicada entre las de ese año, su autor demuestra una notable erudición matemática; resume y coloca las diversas opiniones en su verdadero terreno, y por consiguiente, todo cuanto nosotros podríamos decir, tomándolo de los diversos autores que hemos consultado, se encuentra en dicha memoria; por lo que no trepidamos en hacer aquí la transcripción de la mayor parte de su introducción. Empezaremos por la página 72; dice este autor:

« Descartes ha dado sin demostración en la página 408 de su Geometría (Edición de París, año 1703) la famosa regla que yo intento demostrar en esta Memoria, y que es á la vez muy útil y simple . . . »

« Cualquiera que sea el número de discípulos y comentadores que haya tenido este gran geómetra en el espacio de cerca de un siglo, parece, sin embargo, que nadie ha llegado á demostrar todavía la regla de que hablamos. Este hecho es atestiguado por el célebre M. Wolf, á quien la historia de las matemáticas es bien conocida, y por el ilustre M. Saunderson de la Sociedad Real de Lóndres, y profesor de matemáticas de Cambridge, cuya obra póstuma ha aparecido el año último. *Tertium hoc Theorema* dice M. Wolf en el capítulo V de su obra Análisis, artículo 330, *quod Harriottus per inductionem invenit, nemo hactenus demonstrare potuit* (Harriot es un autor inglés, posterior á Viéte y anterior á Descartes)».

En cuanto á M. Saunderson se espresa así en sus elementos de Algebra:

« Esta regla es atribuida comunmente á nuestro compatriota Harriot, que ha sido sin duda el primer inventor de las propiedades generales de las ecuaciones que se han dado hasta aquí (él quiere indudablemente hablar de las que ha dado hasta entonces en su Libro, y todavía esto no es verdad, segun lo haré ver en otra parte), ó que podrán serlo en lo sucesivo.

« Pero, como quiera que sea, lo cierto es que el primero que la imaginó no ha dejado demostración; yo no la he encontrado jamás en ninguno de los diferentes tratados de Algebra que han caído hasta aquí entre mis manos, aunque la mayor parte de ellos hacen mención de la regla. En efecto, si se considera el número inmenso de casos que habria que considerar en una demostración de este género, no se tendrá gran deseo de buscarla. Por

otra parte, parécenos mas que probable que esta regla ha sido encontrada mas por esperiencia ú observacion, que por investigaciones metódicas.

« Si pensamos como estos dos profesores respecto del hecho del cual se hace aquí principalmente cuestion, no juzgamos, del mismo modo, que se deba atribuir á Harriot el descubrimiento de la regla que se dá comunmente á Descartes. Al contrario, despues de haber leído el libro de Harriot con toda la atencion posible, no hemos encontrado nada que tenga verdaderamente relacion con esta regla; de suerte que nos créemos obligados á restablecer por así decir, á Descartes en la posesion que se quería injustamente arrebatarle.

« Es sin duda el capítulo 41 del Tratado de Algebra de Wallis, el causante del error de M. Wolf y de M. Saunderson. Se sabe que este tratado es en parte histórico. Es sabido que Wallis no ha omitido esfuerzo en esta obra; para arrancar de cualquier manera á Viète y á Descartes sus descubrimientos algebraicos, con los cuales se place, al contrario, revestir á Harriot, su compatriota. Es en vista de esto que ha colocado en el capítulo 41, donde se encuentra la historia de Harriot, casi todo lo que el Algebra y el Análisis contienen de mas interesante. Hace allí, pues, mencion de nuestra regla que él deduce por una especie de induccion de los ejemplos de Harriot; pero olvida, sin duda á propósito, observar que esta induccion no fué jamás apercebida por el autor de que habla. Se sirve, á mas, en lo que sigue, de esta espresion, *de horum priore Cartesium consentienti habemus*, para dar á entender que Descartes no habia hecho en esto mas que copiar á Harriot; y lo marca mas espresamente poco despues en estos términos: *Cùm itaque Cartesius, in Geometria sua, a sola forza inspectione casuum ab Harriotto enumeratorum est*. En otra parte él supone que Descartes ha creído su regla general para toda clase de ecuaciones, *hanc sine limitatione habet regulam*, y mas abajo, *absquæ cautione illa perparam omisa, quan interponere debuisset*. aunque segun lo hemos probado ya, nada es mas injusto que este reproche.

« Para refutar á Wallis sobre el artículo de que se hace aquí la principal cuestion, no nos serviremos mas que del testimonio de Wallis mismo, y de Wallis hablando en la misma obra. El niega en el pasaje que acabamos de citar, que la regla para el discernimiento de las raices pertenece á Descartes; mas abajo, en el capítulo 53, pág. 215, continúa á la verdad por proscribir esta

regla, á causa de su pretendido defecto de limitacion, pero comenzando entonces á contradecirse, no tiene dificultad en darla á su verdadero autor: *Cum autem*, dice hablando de la regla de Descartes para resolver las ecuaciones de cuarto grado, *hoc unicum esse dico quod in Harriotto non habetur, vel expressis verbis, vel ipso oculo conspicuum, hanc íxipio regulam quam habet Cartesius pro æstimando numero radicum... Cartesianum utique hoc est, sed falsum est. habetque Harriottus regulas certiores*; última asercion que ciertamente es todavia poco exacta, como tendré ocasion de probarlo en otro lugar. »

Dice d'Alembert á este respecto, en la pág. 724 del 2º tomo de matemáticas de la *Enciclopedia Metódica*: « Lo que Wallis ha hecho probablemente por prevencion hácia nuestro compatriota M. Euler, lo ha hecho sin duda por inadvertencia; pues atribuye tambien á Harriot este descubrimiento (Véase el *Cálculo diferencial* de Euler, pág. 709) ».

Continua de Gua:

« Wallis, por fin, no es el único que ha atacado la regla que nos proponemos demostrar. El *Journal des Savants* del año 1684, nos enseña en la página 250, que Rolle la tacha tambien de falsa. *Sería de desear*, léemos en este *Journal*, *que esta regla, que es en efecto muy cómoda, fuese tan cierta como la cantidad de otras que este autor ha dado; pero M. Rolle, habiendo tenido ocasion de examinarla, ha observado que no es general, y habiendo comunicado sus observaciones á los Señores de la Academia Real de Ciencias, estos Señores han estado de acuerdo en decir que hay varios casos en que no se encuentra cierta*. El articulista dá en seguida dos ejemplos de este género; pero, como en estos ejemplos se encuentran raices imaginarias, se vé que la dificultad de Rolle era la misma que la de Wallis, y que provenía de la mala comprension de que hemos hablado al principio de esta memoria.

« Es esto lo que observa muy bien el P. Prestet, *de la Oratoria*, en la 2ª edicion de sus elementos, Libro 8, página 362. Este autor habia precedentemente juzgado suficiente una especie de prueba por induccion, que habia dado de la regla en cuestion; pero habiendo despues reconocido su error, creyó que debia confesarlo públicamente; aprovechó con este objeto la ocasion de responder á Wallis y á Rolle, y lo hizo dando á la regla el sentido que le hemos dado nosotros. Este es en efecto, el mismo que Schooten le habia antiguamente fijado en estos términos: *Notandum hæc con-*

*cernere Equationes quæ produuntur ex suis radicibus in se invuem ductis*, etc. (Véase la *Geometría de Descartes*, edición de 1659, página 285). Es semejantemente este el que los otros comentadores, y en particular el P. Rabel, Jesuita, han seguido despues. En fin, lo que deberia sobre todo, haber hecho cesar desde largo tiempo, todas las disputas sobre este asunto, es lo que Descartes había determinado en el pasaje de sus cartas que hemos citado mas arriba.

« La observacion de Rolle, inserta en el *Journal des Savants*, y la respuesta del P. Prestet, no podian dejar de llamar la atencion de la Academia. Ella vió con sorpresa, que el primero de estos dos autores le atribuia sus propias ideas, y creyó deber desaprobarlo. Duhamel, que era entonces Secretario, hace mencion en su historia de la observacion de Rolle, diciendo que este geómetra la habia comunicado á la Compañia antes de ser miembro de ella, y que esta nombró á los Sres. Cassini y de la Hire para que examinasen su crítica; los cuales se pronunciaron manifestando que Schooten habia ya hecho la misina observacion y asegurado que Descartes no pretendía tampoco que su regla fuese general.

« Despues de este tiempo, el ilustre M. Halley es el único autor de mi conocimiento que haya continuado tomando la regla de Descartes en un sentido diferente de aquel que se le debe dar. Pero, aunque este sábio inglés no estuviese bastante garantido del error á que lo arrastraba la autoridad de los que le habian precedido, no se puede suponer, como de Wallis, su compatriota, que ha abrazado esta opinion por un motivo poco justo. El habia hecho en las *Transacciones Filosóficas* del mes de Mayo de 1694, á Viète, autor francés, todos los elogios que merece; y en el trabajo en cuestion ahora, y que se encuentra al fin de la *Aritmética Universal*, edic. de 1732, bajo el título de *numero radicum*, reprende á Descartes, pero como es perinitido reprender á un gran hombre, le aplica, así como á Harriot, que reprende tambien y con mas razon, este verso de Horacio: *Quando que bonus dormitat Homerus*; y concluye con estos términos: *Fallit itaque regula Cartesii ubi tot veras dari Radices. . . pronuntiat, frustra etiam in comentariis suis spalma hoc excusante Schootenio*. Sin duda que la decision de la Academia no había llegado todavía al conocimiento de M. Halley, cuando él componía la memoria de la cual estas palabras son estraídas.

« Pero, si esta decision ha debido en efecto fijar el sentido ver-

dadero de la regla de Descartes, ¿no habria debido al mismo tiempo excitar de mas en mas á los géómetras á buscar una demostracion rigurosa de esta regla, en lugar de contentarse con deducirla por induccion, como se debe suponer que Descartes lo había hecho, ó de la inspeccion sola de las ecuaciones numéricas, ó de la formacion de las ecuaciones algebraicas, por la multiplicacion de sus raices supuestas conocidas? Un silencio tan constante sobre una verdad que se podia en lo sucesivo mirar casi como un principio, y de la cual, sin embargo, no se apercibia todavia la evidencia, ¿no era de cualquiera manera, poco honroso para los matemáticos? Estas son las consideraciones que han contribuido sobre todo á animarme en mis investigaciones, y en consecuencia doy las dos demostraciones diferentes que esta memoria contiene.»

Antes de abandonar la parte histórica que, con la transcripcion que acabamos de hacer, se encuentra perfectamente dilucidada, haremos mencion de un ataque que se le hizo á Descartes, el cual, por otra parte, viene á probar, ó á ser un argumento más en este sentido, para demostrar la verdadera paternidad de la regla. Su autor fué inglés, Roberval, desfavorablemente conocido por sus malas condiciones de carácter, y por ciertas humillaciones que en el terreno de la ciencia le habia hecho sufrir Descartes.

Sus fundamentos son los mismos que despues decidieron á Rolle á criticar tan sin razon la regla de los signos. Roberval le lanza abiertamente el calificativo de plagiario, acusándole al mismo tiempo, de haber dado una regla falsa. Tal aseveracion es á todas luces una incalificable accion y un imperdonable descuido.

Para demostrar el error de que se halla poseido Descartes al dar su regla de los signos, Roberval supone que Descartes dice de una manera absoluta, que hay *siempre* tantas raices positivas como variaciones, y tantas raices negativas como permanencias; y en tal virtud comunica á la Academia ecuaciones en que la regla de Descartes caia en defecto.

Entre las ecuaciones que Roberval ponía de ejemplos, figura la siguiente:

$$x^4 + 6x^3 + 441x^2 + 1993x + 35878 = 0,$$

y habiéndola multiplicado por  $x - 18$  obtiene:

$$x^5 - 12x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 4x - 645804 = 0$$

y luego dice: «segun la regla de Descartes, la primera ecuacion

tendría cuatro raíces negativas, y la segunda cinco raíces positivas; lo que es una falsedad evidente». Agregaremos nosotros, que es evidente también que esta pretendida regla no es la de Descartes.

Hallándose retirado Descartes en el fondo de la Holanda, supo, aunque tarde, la impostura de que había sido objeto, y no queriendo dejar subsistente la leve sombra que se trataba de proyectar sobre sus méritos, escribe á su amigo Careavi, seis meses antes de su muerte, una carta fechada en La Haya, el 17 de Agosto de 1649. En ella se ocupa de contestar á tres observaciones que le había hecho Roberval, siendo una de ellas la que hemos indicado, respecto de la cual se espresa en estos términos:

«Su segunda objecion es una falsedad manifiesta, pues yo no he dicho en la página 373 (se refiere á su Geometría), lo que él quiere que yo haya dicho; á saber, que hay tantas raíces positivas como veces los signos  $+$  y  $-$  se encuentran cambiados, ni he tenido ninguna intencion de decirlo. He dicho solamente *que puede haber*; y he mostrado en la página 380, que cuando no hay tantas de ellas, es cuando algunas de estas raíces positivas son imaginarias. Y su poca memoria me es confirmada por lo que me ha dicho el Señor Chanveau, que me ha asegurado que él ya le había respondido, antes de ahora, á esta su pretendida objecion y mostrándole su error; de suerte que no peca aquí por ignorancia, sinó por falta de memoria.»

El Sr. de Gua, en la memoria que hemos citado, dice que Descartes se refiere en su carta 77 á Fermat, y es así también como d'Alembert la trascribe en la Enciclopedia Metódica (*Matemáticas*, Tomo II, pág. 723).

Creemos que es un descuido de estos señores, pues nosotros hacemos la trascripcion anterior de la misma carta de Descartes, que se encuentra en el tomo X, página 531, de sus obras publicadas por V. Cousin el año 1825. Esto mismo es aseverado por el señor Terquem (de quien tomamos muchos datos) en un trabajo publicado en los *Nouvelles Annales de mathématiques*, año 1843, página 248, y que lleva por título *Theorème de Descartes*.

Se vé, pues, que tanto Roberval, como los demás que hemos mencionado, que se han ocupado de criticar la regla de Descartes, queriendo poner de manifiesto su falsedad, han sido poco felices en su empresa, como no podian menos de serlo partiendo de una equivocada aseveracion. Esto no quiere decir que la regla sea absolutamente cierta, sinó que Descartes fué favorecido por la

suerte, pues parece que sus contradictores no tuvieron la idea de operar con ecuaciones incompletas, porque si así lo hubieran hecho, habrían encontrado lo que tanto anhelaban. En efecto, en esta clase de ecuaciones, la regla no es absolutamente cierta porque si, por ejemplo, la ecuacion no tiene mas que raices reales, debiendo ser el número de variaciones igual al de raices reales negativas, segun veremos mas tarde, lo que, por otra parte, se desprende del párrafo transcrito de la carta de Descartes, es decir, que la suma de estos dos números debe ser igual al grado de la ecuacion. Pero, siendo la ecuacion incompleta, es evidente que el número de variaciones, mas el de permanencias, no puede ser igual al grado de la ecuacion. Luego, en esta clase de ecuaciones y con esta clase de raices, es falsa la regla de Descartes, tal como fué dada por él.

Tenemos un ejemplo en la ecuacion

$$x^4 - 3x^2 + 2 = 0$$

Segun la regla, esta ecuacion no puede tener mas de dos raices positivas, ni mas de cero raices negativas; es decir, que no puede tener mas de *dos* raices reales; de donde se desprende que las otras serán imaginarias. Esta conclusion es falsa, por cuanto sus raices son :

$$1, -1, 2, -2$$

Y si se comprueba la regla en lo que se refiere á las raices negativas, se encontrará que en cualquier ecuacion incompleta cuyas raices sean todas reales, los resultados que predice no son ciertos; lo que no sucede para las raices positivas; siendo las indicaciones del número de estas raices siempre exacto, sea completa ó incompleta la ecuacion, con ó sin raices imaginarias.

Si la ecuacion tuviese raices imaginarias, el resultado que prevé la regla respecto á las raices negativas, será dudoso, pues en unas ecuaciones la indicacion será cierta y en otras nó.

Sea la ecuacion:

$$x^3 + x + 10 = 0$$

que nos indica que no puede haber mas de dos raices negativas; lo que es verdad, por cuanto las raices son :

$$-2, 1 + 2\sqrt{-1}, 1 - 2\sqrt{-1}.$$

Tomemos ahora la ecuacion

$$x^3 - 4x + 20 = 0$$

La regla nos dirá que esta ecuacion no tiene ninguna raiz negativa; lo que es falso por cuanto las raices en esta ecuacion, son:

$$-4, 2 + 2\sqrt{-1}, \quad 2 - 2\sqrt{-1}.$$

¿Se atribuirá esta imperfeccion de la regla á un exceso de laconismo en Descartes? Creemos que nó.

Es en vista de este resultado que todos los tratadistas de Algebra, que se ocupan del teorema de Descartes, no mencionan la segunda parte, aquella que se refiere á las raices negativas, tal como lo hizo Descartes, sinó que dicen de una manera general, comprendiendo tanto á las ecuaciones completas, como incompletas, que un límite superior del número de raices negativas, es suministrado por el número de variaciones que tenga la trasformada en raices iguales pero de signo contrario de la propuesta. La razon es evidente: el número de variaciones de esta trasformada, será un límite superior del número de sus raices reales positivas; pero estas raices son las reales negativas de la propuesta. Luego, queda demostrado lo que hemos dicho.

#### DIVERSAS DEMOSTRACIONES DE LA REGLA DE DESCARTES

No entraremos en detalles en este punto, porque nos llevarian demasiado lejos á causa de que son muchas las demostraciones que se han dado; y nos limitaremos únicamente á mencionarlas.

La primera demostracion que se ha dado de la regla de Descartes, es debida á de Gua, la cual forma el objeto de la primera memoria que presentó este autor á la Academia Real de Ciencias de Paris, el año 1741. Para esplicar la naturaleza de las dos demostraciones que dá del teorema, bastará citar el siguiente párrafo de la introduccion (página 79 de las *Memoria de la Academia*):

« La primera de estas dos demostraciones será mas larga, pero mas directa que la otra; yo he creido no deber omitirla porque contiene divisiones y subdivisiones de casos llevados mas lejos que lo que lo son comunmente en las demostraciones de Algebra. En cuanto á la segunda, tiene sobretodo la ventaja de depender

en parte de una aplicacion bastante singular de la Geometría al Algebra » . . .

Le ha seguido en este orden Segner, que ha publicado en las *Memorias de la Academia de Berlin* (1756) una demostracion muy sencilla. Respecto de ella, dice Lagrange, en la nota VIII, página 156, de su *Tratado de la resolucion de las ecuaciones numéricas* (1826), que consiste simplemente en hacer que multiplicando una ecuacion cualquiera por  $x - a$ , se aumente de una unidad el número de sus variaciones de signo, y que multiplicándola por  $x + a$ , se aumente de una unidad el número de sus permanencias, cualquiera que sea el valor de los coeficientes de la ecuacion.

Se encuentra tambien esta demostracion en los *Complementos de Algebra* de Lacroix, pero ella no consiste, como lo dice Lagrange, en hacer que multiplicando la ecuacion propuesta por  $x - a$  aumente de una unidad el número de sus variaciones, sinó que por lo menos debe aumentar en una unidad; lo mismo para la multiplicacion por  $x + a$ .

Ha sido demostrado tambien por Kestner en el *Comentario sobre la Aritmética de Newton*.

Gauss ha dado tambien una demostracion elegante y rigurosa de la regla de Descartes; la que se encuentra en el *Journal de Crelle*, tomo III, página 4.

La misma demostracion ha sido despues espuesta por Gergonne, que es la que adoptan casi todos los autores modernos, y es muy semejante con la de Segner.

Entre los que se han ocupado de dar una demostracion del teorema de Descartes, se encuentra el Abate Moigno, quien ha publicado en el *Journal de Liouville*, tomo V, página 75, año 1840, un notable trabajo, donde entre otras cosas, trata tambien el asunto.

Algunos otros, como Fink, profesor en el Colegio de Strasburgo, se han ocupado tambien del teorema, agregando algunas propiedades. Este profesor dió una generalizacion del teorema: suponiéndolo demostrado para cuando hubiese  $n$  variaciones, lo ha estendido al caso que tenga  $n + 1$ .

Citaremos por fin el teorema de Budan ó de Fourier, porque la regla de Descartes, es un corolario de él. Este teorema se encuentra en casi todas las obras de Algebra Superior, pero en el *Analyse des équations* de Fourier (1830), que hemos citado ya, se encuentra explicado con muchísimos detalles (pág. 87). Omitimos la

demostración de este teorema y nos limitamos únicamente á dar su enunciado como lo hace Serret en su *Cours d'Algèbre Supérieure*, tomo I, página 266, que no es mas que un extracto del dado por Fourier en la página 98. Dice este enunciado :

« Siendo dada una ecuación cualquiera  $f(x) = 0$  de grado  $m$ , si en las  $m + 1$  funciones

$$f(x), f'(x), f''(x), \dots \dots \dots f^{(m)}(x) \quad (1)$$

se sustituye dos cantidades reales cualesquiera  $\alpha$  y  $\beta > \alpha$ , y si después de cada sustitución se cuentan las variaciones de signo que presenta la serie de los resultados, el número de las raíces de  $f(x) = 0$  comprendidas entre  $\alpha$  y  $\beta$ , no puede jamás sobrepasar al de las variaciones perdidas de  $x = \alpha$  á  $x = \beta$ , y, cuando es menor, la diferencia es siempre un número par. »

Dice este mismo autor en la página 270 :

« El teorema de Descartes puede ser mirado como un corolario del de Budan. Supongamos, en efecto, que se quiera aplicar este último teorema tomando  $\alpha = 0$ ,  $\beta = \infty$ . Para  $x = +\infty$ , la serie de las funciones (1) no presenta mas que permanencias, y para  $x = 0$ , estas funciones se reducen á los coeficientes de la ecuación  $f(x) = 0$ , haciendo abstracción de ciertos multiplicadores numéricos y esencialmente positivos. A la verdad, la hipótesis  $x = 0$  puede anular algunas de las funciones (1), y esto sucede necesariamente si la ecuación propuesta carece de algunos términos. Pero, supongamos que en lugar de sustituir *cero* se haya sustituido sucesivamente  $-h$  y  $+h$ , como el número de las variaciones perdidas pasando de  $-h$  á  $+h$  es par, si como se le supone, la ecuación propuesta no tiene raíces nulas, es permitido no tener en cuenta aquellas de las funciones (1) que se anulan para  $x = 0$ , cuando se aplica el teorema de Budan tomando  $\alpha = +h$  y  $\beta = +\infty$ ; ó lo que es lo mismo, tomando  $\alpha = 0$ ,  $\beta = +\infty$ . Resulta, pues, del teorema de Budan, que *si la ecuación  $f(x) = 0$  tiene N raíces positivas, la serie de los coeficientes de los términos contenidos en el primer miembro, ofrecerá  $N + 2K$  variaciones, K siendo un entero positivo ó nulo*; lo que es precisamente el teorema de Descartes ».

Hemos pasado así, en revista á los autores que han demostrado la regla de Descartes, y no nos hemos detenido en sus demostraciones, porque hubiera sido ir muy lejos y porque, además, no tiene gran atinencia con el objetivo principal de este trabajo.

Es por esta razón que nos limitaremos á enunciar como resú-

men de las demostraciones anteriores, el teorema principal y los demás teoremas, consecuencias y observaciones mas importantes, que en el caso de la práctica se aplican todos en nombre del mismo teorema. Seguiremos en el orden á Sanchez Vidal *Lecciones de Algebra*, año 1878, del cual transcribiremos á continuacion las que se refieren á la investigacion del número de raices reales.

*Teorema de Descartes.* — En toda ecuacion algebraica de coeficientes reales completa ó incompleta, el número de raices positivas no es mayor que el número de variaciones.

*Observacion.* Si el número de raices positivas no es igual al número de variaciones, la diferencia es un número par.

*Teorema.* El número de variaciones que presenta una ecuacion y su trasformada en  $-\omega$ , no es mayor que el grado  $m$  de dicha ecuacion.

*Teorema.* Si todas las raices de una ecuacion son reales, el número de raices positivas es igual al número de variaciones, y el número de raices negativas es igual al número de variaciones de la trasformada en  $-\omega$ .

*Consecuencias.* 1ª Cuando una ecuacion tiene todas sus raices reales positivas, y dicha ecuacion es completa y su primer miembro no presenta mas que variaciones;

2ª Si todas las raices son reales y negativas, el primer miembro no tendrá mas que permanencias.

*Recíprocas.* 1ª Cuando una ecuacion completa no tiene mas que variaciones, todas sus raices reales son positivas;

2ª Cuando una ecuacion completa ó incompleta, no tiene más que permanencias, todas sus raices reales son negativas.

Todo lo que hemos dicho hasta ahora, se refiere esclusivamente á la determinacion de límites superiores del número de raices reales, las positivas por un lado y las negativas por otro. Vamos á esponer ahora las reglas que son una consecuencia casi inmediata de la regla de Descartes, que sirven para determinar límites del número de raices imaginarias que tenga una ecuacion. Tres son estas reglas:

1ª Si el número de variaciones  $v + v'$  que presenta una ecuacion

y su trasformada en  $-x$  es menor que el grado  $m$  de la ecuacion, esta tendrá por lo menos  $m - (v + v')$  raíces imaginarias;

2ª Una ecuacion incompleta tiene por lo menos tantas raíces imaginarias como unidades hay en la suma de los mayores números pares contenidos en la diferencia de los esponentes de cada dos términos consecutivos de un mismo signo, más el número de unidades que hay en la suma de los mayores números pares contenidos en la diferencia de los exponentes de cada dos términos consecutivos de signo contrario, disminuida en una unidad.

3ª ó de Sturm. Si se multiplica una ecuacion  $f(x) = 0$  por un binomio  $x - a$  siendo  $a$  una cantidad indeterminada, y el producto tiene  $K$  variaciones más, ó  $K$  variaciones menos que  $f(x)$ , la ecuacion tendrá por lo menos  $K - 1$  raíces imaginarias en el primer caso, y  $K$  en el segundo.

Todas estas, así como las que hemos apuntado respecto á las raíces reales, las insertaremos solamente, pues sus demostraciones son muy conocidas. Nos detendremos, sin embargo, un momento en estas últimas, con el objeto de hacer un breve estudio comparativo y crítico de las mismas.

Empezaremos por las dos primeras:

Por su enunciado tan distinto, parece que estas dos reglas debieran conducir á resultados diferentes; pero no es así, indican siempre el mismo límite del número de raíces imaginarias de la ecuacion que se estudia. ¿Y cómo podría ser de otra manera, cuando solo son diferentes en la forma, siendo idénticas en el fondo? Para hacerlo ver faltaremos en parte á nuestro propósito y daremos la demostracion de ellas, adoptando íntegramente las que trae Sanchez Vidal.

4ª regla. — Se sabe, por lo que hemos dicho anteriormente, que el número de raíces reales positivas de una ecuacion, no es mayor que  $v$  (número de variaciones del primer miembro de la ecuacion), y que el número de raíces reales negativas no es mayor que  $v'$  (número de variaciones de la trasformada en  $-x$  de la propuesta); luego el número de raíces reales que representaremos por  $r$  no es mayor que  $v + v'$ ; es decir, que se tendrá

$$r \leq v + v';$$

de donde

$$m - r \geq m - (v + v');$$

pero  $m - r$  representa el número de raíces imaginarias; luego, el número de estas es mayor, ó cuando menos igual, que la diferencia que hay entre el grado  $m$  de la ecuacion y la suma  $v + v'$  de variaciones de la ecuacion propuesta y de su transformada en  $-x$ .

2ª regla. — Sea la ecuacion

$$x^m + Ax^{m-n} + Bx^{m-n-n'} + Cx^{m-n-n'-n''} + \dots = 0$$

Representamos por  $v, v', v'', \dots$  los números respectivos de variaciones formadas por el primero y el segundo término, el segundo y tercero, tercero y cuarto, etc., tanto en la ecuacion propuesta como en la transformada en  $-x$ , y tendremos, llamando  $V$  al número total de variaciones,

$$\begin{aligned} m &= n + n' + n'' + \dots \\ V &= v + v' + v'' + \dots \end{aligned}$$

de donde

$$m - V = (n - v) + (n' - v') + (n'' - v'') + \dots$$

Las diferencias  $(n - v), (n' - v'), (n'' - v''), \dots$ , son todas positivas (no hay para que detenerse en demostrarlo); luego, si alguna no es cero,  $m - V$  tampoco lo será; y no siendo  $m - V$  cero, habrá por lo menos tantas raíces imaginarias como unidades espresa  $m - V$ ; ó lo que es lo mismo, como indica la suma de las diferencias  $(n - v), (n' - v'), (n'' - v''), \dots$ .

Esto supuesto, consideremos dos términos consecutivos de un mismo signo. Si la diferencia  $n$  de los esponentes de estos dos términos es par é igual á  $2k$ , el número de variaciones  $v$  que forman en la propuesta y su trasformada en  $-x$ , será cero; luego  $n - v = 2k$  número de raíces imaginarias que por lo menos tendrá la ecuacion. Si  $n$  es impar é igual á  $2k + 1$ , se tendrá  $v = 1$ , en cuyo caso  $n - v = 2k$ . Por estos resultados vemos que en ambos casos, el número de raíces imaginarias que acusan dos términos consecutivos de un mismo signo, es igual al mayor número par contenido en la diferencia de sus exponentes.

Si los dos términos que se consideran tienen signos contrarios, y la diferencia  $n$  de sus exponentes es un número impar  $2k + 1$ , estos dos términos presentarán en la trasformada una permanencia y tendremos  $v = 1$ ; luego  $n - v = 2k$ .

Si la diferencia  $n$  de los exponentes es par é igual á  $2k$  se tendrá  $v = 2$ , de donde  $n - v = 2k - 2$ ; pero si en ambos casos quitamos á la diferencia  $n$  una unidad, y consideramos el mayor número par contenido en el resultado, este será el menor número de raíces imaginarias que podría tener la ecuacion propuesta. Luego, si conforme al enunciado del teorema, hallamos el número de raíces imaginarias que acusa cada par de términos consecutivos, la suma de todos estos números será un límite inferior del número de raíces imaginarias que puede tener la ecuacion.

Queda con esto demostrada la regla; y conforme á lo dicho, hagamos ahora la fusion de las dos.

Tenemos

$$m - V = (n - v) + (n' - v') + (n'' - v'') + \dots$$

pero, segun hemos visto, en todos los casos se verifica que

$$n - v = 2k;$$

siendo  $2k$  números que satisfacen á la condicion impuesta en el enunciado de la segunda regla. Podemos entonces sustituir en la primera igualdad, y tendremos

$$m - V = 2k + 2k' + 2k'' + \dots$$

El primer miembro de esta igualdad es el límite suministrado por la primera regla; el segundo es el dado por la segunda; luego *las dos dan el mismo límite*, que es lo que nos proponiamos demostrar.

Despues de este resultado ocurre preguntar, ¿cuál de las dos conviene emplear? La respuesta es bien sencilla: la que conduzca mas prontamente al resultado. La práctica se encargará entónces de aconsejar el empleo de una ú otra.

Habiendo operado con estas dos reglas, nos hemos decidido por la primera, despues de la comparacion de cuatro observaciones que el empleo de las mismas nos ha sugerido. Estas observaciones son:

1<sup>a</sup> La segunda regla es algo mas breve — aunque pequeñísima cosa —; no hay mas que ir haciendo de memoria sumas muy sencillas, cada vez que se encuentra una interrupcion de términos y que los consecutivos que resulten, cumplan con las condiciones necesarias; mientras que con la primera hay que formar la tras-

formada en  $-\infty$ , lo que exigirá casi siempre, que, por lo menos, se escriban los signos de esta trasformada;

2ª Es indudablemente muchísimo mas fácil recordar la primera que la segunda. Y aún en el supuesto de que olvidásemos las dos, por el simple raciocinio de unos segundos, podemos recuperar la primera, mientras que la segunda resistirá más por exigir raciocinios algo mas complicados;

3ª Podrán presentarse ecuaciones en que la aplicacion de la segunda regla nos dirá inmediatamente que no tenemos necesidad de seguir investigando, por no poder tener la ecuacion ninguna raiz imaginaria; mientras que para llegar á este resultado con la primera tendríamos que concluir todas las operaciones. Un ejemplo lo ofrece la ecuacion:

$$x^7 - 26x^5 + 58x^4 - 15x^3 - 14x^2 + 12x - 72 = 0$$

en la que, si con el objeto de hallar el límite del número de raices imaginarias que pueda tener, aplicamos la primera regla, tendremos que contar el número de variaciones que presenta, que son cinco; formar en seguida la trasformada en  $-\infty$ , cuya série de signos será:

$$+, -, -, -, +, +, +,$$

que presenta dos variaciones; sumarla con cinco y entónces concluir que no puede tener ninguna raiz imaginaria.

Pero, si primero hubiesemos aplicado la segunda regla, nuestra atencion se concentraría sobre los dos primeros términos, por ser los únicos que nos suministran datos acerca del número de raices imaginarias de la ecuacion propuesta. Ella nos diría que por ser estos dos términos de signos contrarios y diferenciarse los exponentes de la incógnita en dos unidades, la ecuacion no puede tener raices imaginarias;

4ª La ventaja de la regla segunda, indicada en la observacion anterior que, por otra parte, no es más que una consecuencia, ó mejor dicho, un ejemplo práctico de la observacion primera, será ilusoria, si tratando de resolver la ecuacion, hemos seguido el órden lógico, segun el cual debemos empezar por determinar un límite del número de raices reales y en seguida uno del de raices imaginarias, porque en el cálculo del primero vá envuelto el segundo. Así, por ejemplo, tomando la ecuacion anterior, habremos encontrado que el mayor número de raices reales que puede

tener la ecuacion es siete, luego, por ser tambien siete su grado, el menor número de raices imaginarias que puede tener, será cero, con lo que desaparece la ventaja de la observacion segunda.

Reasumiendo, vemos que:

- 1° Es uno mismo el límite suministrado por ambas reglas;
- 2° Que la aplicacion de la primera es coetánea con la que sirve para determinar el límite del número de raices reales; y
- 3° Que la mayor complicacion de la segunda regla, es un inconveniente para su aplicacion, á causa de la dificultad de recordarla.

*(Continuará).*

## EL ORO DEL CABO VÍRGENES

---

En su informe presentado al Director General del Departamento de Obras Públicas, sobre el reconocimiento del territorio de Cabo Vírgenes, el ex-Gefe de la Seccion de Minas, señor Ingeniero Albertini, ha publicado los resultados de un análisis de medio gramo del oro de Vírgenes practicado en el laboratorio de minas bajo su direccion. Dice el señor Albertini: «El ensayo del oro de Vírgenes ha dado:

Platina.....	1.60
Plata.....	2.48
Oro.....	95.40
Pérdidas.....	0.52
	<hr/>
	100.00

y comentando estos resultados continúa así: « Como se ve las muestras tratadas son de buena ley de oro, puesto que este metal está representado en el mineral con mas de 95 %; seguramente tendremos en otros análisis, que practicaremos mas tarde, una proporción mayor de oro, por ser esta materia variable en su aspecto en algunas muestras». (Véase su informe publicado en *La Tribuna Nacional* de Febrero 20 de 1886.)

Al leer los párrafos que acabo de citar me ha llamado la atención en primer lugar, la presencia de 16 milésimos de platino en el oro de Vírgenes y en el segundo, que el oro nativo de dichos lavaderos tiene, segun el análisis practicado por el señor Albertini, una ley de oro mucho mas rica que la que generalmente se observa en el oro nativo de estos paises. Consúltense las tablas que indican la composición del oro nativo hallado en los diferentes paises del mundo y se verá que, esceptuando el oro de Australia, es muy rara la existencia del oro nativo con una ley que alcance á 950 milésimos, y puede decirse que en la América del Sud, su ley varia entre 670 y 940. Personalmente puedo anunciar que en los muchos ensayos que he tenido la oportunidad de practicar sobre el oro nativo de la República Argentina nunca he tenido una ley de oro fino que se aproxime á 954 milésimos,

que es la mencionada por el señor Albertini. Aquí me permitiré rectificar lo que ha publicado el Profesor Brackebusch de Córdoba, en un folleto que contiene dos conferencias desempeñadas por él en el año 1876, sobre el oro (pág. 76: «Segun análisis del Sr. Kyle, tiene el oro de San Francisco, Provincia de San Luis, 977 milésimos de oro puro y el de la Cañada Honda, 825 milésimos»). Probablemente no sabia el Dr. Brackebusch que este ensaye no se refiere al oro vírgen de San Francisco, sino á un lingote obtenido por la fundicion de oro amalgamado y evidentemente no tiene valor alguno para la minerología.

Como el análisis del oro de Vírgenes publicado por el señor Albertini distaba mucho de concordar con un ensaye practicado en el laboratorio de la Casa de Moneda sobre una de las primeras muestras procedentes de la misma localidad, me empeñaba en conseguir otras muestras para su estudio comparativo. Ultimamente he recibido varias partidas de la arena ferruginosa aurífera producto del lavado de las arenas del Cabo Vírgenes; las he sometido á un exámen prolijo y he apartado las partículas del metal precioso para su análisis.

El oro se halla principalmente bajo la forma de hojillas; la mas grande que he visto tenia 6 milímetros de largo por 3 milímetros de ancho pero la mayor parte de las partículas son de un tamaño mucho menor, siendo algunas casi microscópicas. En muchas de las hojillas se observa que los bordes tienen un espesor mayor que la parte central, dando á las hojillas el aspecto de una lámina de metal cuyos bordes hubieran experimentado un principio de fusion. Hay oro de dos colores; como la mitad de las hojillas son de un lindo color amarillo y la otra de un amarillo tirando á verdoso.

Hé separado una cantidad suficiente de ambas variedades para su análisis por via húmeda, tanto cualitativo como cuantitativo. Aquí debo advertir que ni durante los ensayes en la mufla ni durante los análisis cualitativos he obtenido indicaciones de la presencia de platino en el oro de Vírgenes, siendo las únicas impurezas, la plata, el cobre y el fierro.

Hé aquí los resultados del análisis :

	Oro amarillo	Oro verdoso
Oro.....	88.258	87.910
Plata.....	10.778	11.428
Cobre.....	.416	.414
Fierro.....	.546	.175
	<u>99.998</u>	<u>99.927</u>

El oro *verdoso* ensayado por copelacion, incuartaacion y refinacion húmeda, dió la ley siguiente :

	Milésimos
Oro .....	878.8
Plata.....	114

cifras que están de acuerdo con las que arroja el análisis.

Ademas de los análisis anteriores practicados sobre el oro nativo, he tenido ocasion de ensayar el metal de Cabo Vírgenes despues de fundirlo con nitro y borax para eliminar los elementos sin valor, inclusive cierta proporcion de la arena magnética que lo acompaña, Un lingote del oro platizo que pesaba algo mas que 100 gramos, ensayado como de costumbre, tenia la siguiente ley :

Oro.....	869.5
Plata.....	196

Ultimamente he ensayado tres muestras de la arena negra aurífera cada una proveniente del lavado de diez arrobas de las arenas de Cabo Vírgenes. Habiendo tratado porciones de dichas muestras por escori-ficacion con plomo y borax, los « botones » de oro platizo fueron incuartados y refinados con el ácido nítrico, dando los resultados siguientes:

	I	II	III
Oro .....	873.3	873.3	882.3
Plata.....	126	126	117

En vista de los análisis y ensayos que acabo de citar, no puedo, menos que suponer que el señor Ingeniero Albertini haya tenido la fortuna de dar con una muestra excepcional del oro de Vírgenes, que en manera alguna puede considerarse como representante del metal precioso de nuestro nuevo distrito aurífero y creo haber demostrado que el oro nativo tal como se presenta allí generalmente, en nada se diferencia del oro de los depósitos auríferos de la República ya conocidos y explotados.

JUAN J. J. KYLE.

# INTEGRACION DE LA MEMORIA

CORRESPONDIENTE

## AL XIV PERÍODO ADMINISTRATIVO

---

En la Asamblea del 2 de Noviembre ppdo. dimos cuenta del movimiento habido desde el 15 de Julio hasta el 31 de Octubre ppdo. Esta contribucion á la memoria del XIV periodo administrativo se encuentra publicada en los Anales de la Sociedad, tomo 20, páginas 262 á 279, donde puede consultarse.

La siguiente esposicion es la continuacion de aquel movimiento trimestral, ó sea el completo del ejercicio administrativo que comenzó en 15 de Julio de 1886.

Además de los socios nuevos que constan en la *Contribucion* han ingresado los siguientes :

Francisco Tamburini.  
Cayetano Guglielmi.  
Moisés R. Fernandez.  
Juan D. Ferrari.  
Valentin Thompson.  
Florentino Ramorino.  
Jorge Duclaut.  
Máximo Batilana.  
Julio Lacroze.  
Bruno Arenati.  
A. Marini.  
Cárlos Nordmann.  
Ernesto Meyer.  
Domingo Renand.  
Luis Monteverde.  
Ramon Rezabal.  
Juan V. Cilley.  
José V. Sarhy.  
Elias Tornú.

Guillermo Butlér Bower.  
Alejandro Calvo.  
Jorge T. Ferrer.  
Esteban Jáuregui.  
Lucas Preishwert.  
Cárlos Bishop.  
Isaac Villamonte.  
Arturo E. Weir.  
José D. Pita.  
Juan de Cominges.  
Gustavo André.  
Octavio Centeno.  
Adolfo T. Orma.  
Camilo Gillet.  
Groux de Patty.  
Lorenzo Amespil.  
Arsenio Bergallo.  
Cárlos Albarracin.  
Zar Petit de Murat

Miguel Olmos.  
Juan Molina Civit.  
Juan R. Silveira.

Juan de la Cruz Puig.  
Luis A. Dellepiane.

Resultan 65 socios nuevos durante el ejercicio, que sumados á los del anterior dan 319 socios activos, y los que con 4 honorarios y 10 corresponsales forman el estado actual de socios.

Los 319 activos se descomponen actualmente así; 277 como correspondientes á la Sociedad Central y los 42 restantes á la Seccion La Plata.

---

La resolucion de fundar una Seccion de la Sociedad en La Plata, como asímismo en otras ciudades de la República, se tomó en la Asamblea del 1° de Marzo del corriente año.

El reglamento de las dichas secciones fué formulado por los señores socios Cárlos M. Morales, Luis Rapelli y Cárlos Bunge.

La Seccion La Plata fué instalada en la Casa Municipal de esa ciudad el 2 de Mayo del corriente, despues de dos reuniones preparatorias tenidas en el domicilio del socio D. Juan José Lanusse.

En la sesion inaugural actuó como secretario accidental el señor D. Cárlos Maria Morales, y en las preparatorias el titular Sr. Don Cárlos Bunge.

El Presidente de la Sociedad abrió el acto con un discurso tendente á probar la importancia de nuestro Centro, á estimular el afecto que la guardamos y á señalar los rumbos que en su entender debía seguir la Seccion, para que prestara los beneficios que había que esperar de ella.

En seguida usó de la palabra el Sr. Ingeniero Berreta, y tanto su discurso como el del Presidente y el acta de instalacion se encuentran en los *Anales*, tomo XXV, entrega V, páginas 193 á 201.

La Junta Directiva que resultó electa está así compuesta :

*Presidente:* Señor Don Vicente Isnardi.

*Vice-Presidente:* Señor Don Sebastian Berreta.

*Secretario:* Señor Don Adriano Diaz.

*Tesorero:* Señor Don Cárlos Glade.

*Vocales:* Señores: Don Máximo Battilana. — Otto Krause. — Alejandro Dillon.

Puesto en posesion del honroso cargo de Presidente de la Seccion

La Plata el Sr. Ingeniero D. Vicente Isnardi por el Sr. Presidente de la Sociedad, 'aquel manifestó ante la Asamblea que «agradecía el honor que se le dispensaba, que lo creía superior á sus méritos, pero si de lo que dependía en parte el éxito de la Sección era de su contracción, este estaba asegurado».

La última de las visitas realizadas fué á las obras del Puerto de la ciudad La Plata, el 26 de Marzo, y á la que asistieron 33 sócios y otros caballeros.

En la *Reseña Estadística y Descriptiva de La Plata* por el Dr. Coni, se encuentra el proyecto del puerto visitado y una memoria esplicativa por el Sr. Waldorp Ingeniero Director.

Este señor nos facilitó los datos que en seguida insertamos sobre el movimiento de los trabajos desde su comienzo hasta el 4° de Marzo ó sea en 27 meses de trabajo.

	Metros cúbicos
Escavacion del gran dique.....	491.400
Canales laterales.....	1.602.700
Canal de desagüe.....	100.900
Dique de cabotaje á La Plata.....	172.000
(Inclusos 315,000 metros cúbicos) son....	<u>2.367.000</u>
Dragaje en Isla Santiago, el Rio y Canales de entrada (12 meses).....	<u>1.126.000</u>
Total de escavacion.....	3.493.000

Se han descargado en las Escolleras 34,652 toneladas de piedra bruta.

Se han ejecutado 20.100 metros cúbicos de faginaje en el Rio Santiago.

Existe un valor de 1,275,000 pesos fuertes en plantel, útiles, talleres, etc.

Trabajo de muelle en el Rio de la Plata, desde el 4 de Mayo de 1885 ó sea en 10 meses:

Pilotes clavados 5,259.

Otras maderas colocadas 6,112 metros cúbicos.

En bolones, clavos, torniquetes 177,670 kilogramos.

Lamentamos no hayamos tenido el gusto de oír la lectura de las

Memorias sobre las importantes visitas realizadas y de que se hace mención en la *Contribucion*.

---

Con respecto á *Conferencias* además de las tres que estuvieron á cargo de los Señores sócios Juan M. Burgos, Juan J. J. Kyle y Felipe Schwarz, se produjeron otras tres por el señor sócio Luis A. Huergo y una por el señor sócio Felipe Schwarz.

Analizó el Sr. Huergo en su primera, el proyecto de puerto para la ciudad de Buenos Aires confeccionado para el Sr. D. Eduardo Madero por los Sres. Hawschaw Son y Hayter, poniendo de manifiesto los errores de que adolecía, y los graves perjuicios que reportan su realizacion al erario público y al comercio marítimo.

Era uno de los errores principales del plan general de las obras, el proyecto de malecon exterior, el que ejecutado no resistiría al empuje del oleaje.

Deseaba el disertante, segun lo manifestó, «que en todo tiempo constara que los ingenieros señores Hawschaw Son y Hayter cambiaron el sistema, prevenidos por los Ingenieros de la Universidad de Buénos Aires, ó insistieron con su construccion y justificaron plenamente la justicia de la impugnacion». Y al efecto mocionó para que nuestra Sociedad nombrase una Comision de Ingenieros encargada de controlar la cópia que exhibió del malecon proyectado, con el original presentado por aquellos Ingenieros y que se encuentra en el Departamento de Ingenieros de la Nacion.

La Comision nombrada se compuso de los Sres. Coghlan, Nistromayer, Moore, White, Pirovano, Giagnoni, Mitre y Vedia y Viglione, habiéndose escusado del cargo los dos primeros.

La mayoría de los restantes aconsejó á la Junta Directiva, como medida prévia para expedirse, se solicitara cópia oficial del proyecto Madero.

La Sociedad fué atendida inmediatamente en su pedido por el Sr. Ministro del Interior que ordenó al Departamento espidiera las cópias solicitadas que fueron labradas y existen en la Sociedad.

Efectuado el cotejo, resultó ser el mismo, el proyecto de malecon presentado por el conferenciante y el que manifestaba la cópia oficial. De ello instruye la nota siguiente firmada por los Sres. White, Pirovano, Moore, Mitre y Vedia y Viglione.

Sociedad Científica  
Argentina

Buenos Aires, Julio 1° de 1886.

*Al Señor Vice-Presidente.*

Los suscritos reunidos en el local de la Sociedad Científica con el objeto de verificar el plano del malecon y muelle exterior del proyecto de los Ingenieros Hawschaw Son y Hayter para el Puerto de la Capital propuesto para el Señor Eduardo Madero y que fué presentado por el Ingeniero Luis A. Huergo en la conferencia dada en 28 de Abril del corriente año, habiéndolo comparado con las copias heliograficas de los originales entregados por el Departamento de Ingenieros, lo encuentran exacto.

La diferencia que existe entre el plano presentado por el Ingeniero Huergo y las copias mencionadas, consiste en la escala, que en las copias es de 1:50 y el plano del Ingeniero Huergo 1:10.

Saludamos al Señor Vice-Presidente.

*Guillermo White. — Juan Pirovano. — Luis A. Viglione. — Emilio Mitre y Vedia.*

Falta la firma del comisionado Sr. Giagnoni quien se negó á estamparla en la declaracion mencionada.

Se insertará en los *Anales* al efecto de los fundamentos de la moción del disertante, el fallo de la Comision y la copia del proyecto.

Esta conferencia del Sr. Huergo, merece señalarse como un acontecimiento de importancia para la Sociedad Científica Argentina, no tan solo por su mérito sinó tambien por el numeroso auditorio de mas de 300 personas que concurrió á nuestro local.

Siguió la conferencia dada por el Sr. D. Felipe Schwarz sobre la « Industria Azucarera en la República Argentina », la que en concepto de entendidos contiene datos preciosos.

El Sr. D. Felipe Schwarz es socio nuevo, y debemos mencionar la buena voluntad con que se ha prestado á disertar en las dos veces que se le invitó, por lo que, y por haber sido de interés los asuntos elegidos, y bien tratados, es de lamentarse la escasez de concurrencia de sócios. Alentémos, por lo menos con nuestra presencia, á todos los miembros que como D. Felipe Schwarz se muestran tan serviciales y empeñosos por el adelanto de la Sociedad.

La última de las conferencias que estuvo bien concurrida fué desempeñada por el Sr. Ingeniero D. Luis A. Huergo que refutó el proyecto del Sr. Saint-Ives sobre las inundaciones en las adyacencias del Riachuelo.

Le agradezco al Sr. Huergo en nombre de la Sociedad el bien que la han reportado sus conferencias sobre asuntos de vital actualidad y lo felicito tanto por el éxito, cuanto porque ha contribuido á dejar bien parado el modesto valer de los llamados por un recién venido *Ingenieurs recrutés en Sud-Amérique*.

Las Asambleas habidas han sido 17 con la asistencia siguiente:

1 <sup>a</sup> Asamblea	14	sócios
2 <sup>a</sup> —	43	—
3 <sup>a</sup> —	35	—
4 <sup>a</sup> —	35	—
5 <sup>a</sup> —	43	—
6 <sup>a</sup> —	17	—
7 <sup>a</sup> —	11	—
8 <sup>a</sup> —	8	—
9 <sup>a</sup> —	8	—
10 <sup>a</sup> —	4	—
11 <sup>a</sup> —	11	—
12 <sup>a</sup> —	300	(sócios y oyentes) —
13 <sup>a</sup> —	19	—
14 <sup>a</sup> —	19	—
15 <sup>a</sup> —	65	—
16 <sup>a</sup> —	24	—
17 <sup>a</sup> —	14	—

En ellas se han tomado las principales resoluciones siguientes además de las que se han mencionado ya en la Contribucion.

Diremos primero que se ha llevado activamente el cumplimiento de la resolucion tomada el 11 de Setiembre sobre la ereccion del edificio social.

Del total de acciones suscrita que son 962, se han cobrado hasta la fecha 851; quedando á cobrar 111.

Ambas nóminas figuran en los anexos n<sup>os</sup> 4 y 8.

De las cobradas, la Sociedad ha merecido el regalo de **116** acciones de parte de los siguientes Señores sócios (anexo 5).

Estanislao S. Zeballos.....	50	acciones
Valentin Balbin .....	10	»
Juan Girondo .....	10	»
Estanislao Salas.....	2	»
Luis A. Huergo .....	30	»
Eduardo Castex.....	10	»
Eduardo Helguera.....	1	»
Luis Saralegui .....	1	»
Gerónimo de la Serna.....	1	»
Luis A. Viglione.....	1	»

Con toda efusion agradezco á los señores suscritores de acciones, y particularmente á los señores socios donantes su generoso desprendimiento, muestra de inequívoco cariño por la Sociedad.

No es necesario que os esforceis en comprender que si el paso dado por los señores donantes tiene un total de imitadores se libraré á la Junta Directiva de la penosa tarea de efectuar anualmente el rescate de las acciones por sorteo y á la par.

Con el importe de la renta de las cédulas hipotecarias de la Sociedad, con lo cobrado por suscripcion de acciones y un préstamo extraordinario hecho por los socios Huergo, Balbin, Ramos Mejía, Bunge y Viglione, de los que ya se han devuelto á Bunge sus **200** \$, se procedió á comprar el terreno en que bien pronto debe levantarse nuestro modesto edificio.

Este terreno de **19** varas de frente al Oeste por mas **42** de fondo situado en la calle de Cerrito entre Arenales y Juncal fué adquirido en dos lotes, uno de propiedad del Sr. D. José Bazan y otro de D. Gregorio Sanchez, firmándose por el Presidente y Secretario ante el Escribano Don Pedro Medina la escritura correspondiente á nombre de la «Sociedad Científica Argentina».

El terreno nos costó **13.044-56** pesos moneda nacional y hoy tiene la Sociedad una utilidad de **6800** <sup>94</sup>/<sub>100</sub>, por lo menos, segun consta de la siguiente tasacion que solicité para exhibiros de los señores Ingenieros Buschiazzo y Buttner.

Buenos Aires, Agosto 6 de 1886.

*Señores Ingenieros Don Juan A. Buschiazzo y Don Adolfo Buttner.*

Distinguidos Señores:

En el interés de hacer conocer de los señores miembros de la «Sociedad Científica Argentina», al dar lectura de la memoria anual, el valor actual del terreno que posee la Sociedad en la calle de Cerrito entre Arenales y Juncal, les ruego se sirvan proceder á la fijacion del mencionado precio.

El terreno consta de 19 varas de frente al Oeste, 40.58 varas en el costado Norte, 19.60 varas en el fondo costado Este, y 42.98 varas por el costado Sur, la figura es trapecial y la superficie es de 793 varas cuadradas  $\frac{82}{100}$ .

Escusarán la molestia y agradece el servicio S. S. S.

**LUIS A. VIGLIONE.**

Presidente.

*Cárlos Bunge.*

Secretario.

Buenos Aires, Agosto 7 de 1886.

Señor Prèsideinte:

Estimo el valor del terreno perteneciente á la Sociedad Científica en veinte y cinco pesos nacionales la vara cuadrada ó sea en total diez y nueve mil ochocientos cuarenta y cinco pesos con cincuenta centavos nacionales (\$ 19,845.50).

Saluda al Señor Presidente S. S.

*Juan A. Buschiazzo.*

Buenos Aires, Agosto 7 de 1886.

Señor Presidente:

Dadas las transacciones héchas últimamente en el barrio donde está ubicado el terreno perteneciente á la Sociedad que V. preside, me adhiero al precio fijado por el Ingeniero Buschiazzo.

*Adolfo Buttner.*

A solicitud del señor consocio D. German A. Lallemand se resolvió concurrir con 150 \$ á la confeccion del mapa de parte de la cordillera trazado por aquel señor.

Se encargó la impresion á los litógrafos Stiller y Laas que ya tienen adelantado el trabajo y han recibido los 600 \$ m/n remitidos por el señor Lallemand.

La Junta Redactora quedó compuesta por los señores Presidente, Secretario, Holmberg, Quiroga y Schwarz.

Se resolvió, de acuerdo con las disposiciones de la Junta honrar la memoria del señor ex-Presidente D. Pedro Pico, pasando una carta de pésame á su señora viuda, colocar su retrato en el salon de sesiones y depositar una placa de metal en su sepulero, costeándola por suscripcion entre los socios.

Fué nombrado tesorero el Sr. Nicolás Jacques en sustitucion del Sr. Julio Krause, que renunció.

---

La labor de la Junta Directiva y en lo principal, es además de lo constado en la Contribucion lo que se espresa en seguida :

Se mandaron al Departamento de Ingenieros de la Provincia los antecedentes y estudios que solicitó y posee la Sociedad sobre la fijacion de la altura de la estrella del peristilo de la Catedral sobre el nivel de aguas bajas del Rio de la Plata.

Está á estudio de los Sres. Pirovano, Buschiazzo y Schwarz el proyecto presentado por los Sres. Tamburini y Philipp sobre un nuevo sistema de carros para el servicio de limpieza en la ciudad de Buenos Aires.

Se resolvió hacer constar la siguiente interpretacion con respecto al artículo 40 del Reglamento General. «Dejan de considerarse estudiantes de las Facultades Universitarias superiores, los alumnos que rindan exámen de los términos 1º y 2º del general que comprende los diversos parciales del plan ».

Habiendo presentado el Sr. Don Carlos P. Salas renuncia del puesto de Gerente de la Sociedad se le aceptó por los motivos en que la fundára, y se le agradeció en los mejores términos la dedicacion inteligente que prestó al cargo.

Nombróse en su reemplazo á Don Leopoldo Moreira quien renunció desde el Rosario de Santa Fé, adonde fué con licencia; y por último ocupa el puesto el Sr. Don Juan V. Botto.

Se nombró á los Sres. Otto Arnim, Luis A. Huergo, Fernando Moog, Juan J. Kyle y Luis A. Viglione para formar el jurado que debía fallar en el concurso de Planos para el edificio social.

A este concurso se presentaron tres proyectos con los lemas « 25 de Mayo de 1810 », « San Martín » y « Per aspera ad astra » habiéndose adjudicado al autor del primero el Sr. socio Don Angel Marini el segundo premio consistente en una medalla de plata.

En virtud del veredicto del jurado que opinaba no satisfecho el concurso en cuanto á que ninguno de los tres proyectos debía adoptarse para proceder á su realizacion, aunque proclamó como el mejor de los tres á « 25 de Mayo de 1810 »; se resolvió llamar nuevamente á concurso para el 1º de Octubre del corriente.

El Jurado que debe entender en este nuevo concurso quedó compuesto por los Sres. Otto Arnim, Fernando Moog, Luis A. Huergo, Carlos Bunge, Juan J. Kyle y Ernesto Aberg.

Esperamos una buena concurrencia, y despues de fallado el concurso se procederá á ejecutar el edificio segun el proyecto premiado, y con préstamo del Banco Hipotecario.

Recibió la Junta Directiva el proyecto de Reglamento de las Construcciones en el Municipio confeccionado por el Ingeniero Buschiazzo, y encontrando el asunto de interés determinó someterlo á la consideracion de la Sociedad.

Al efecto, y como medida previa, encomendó su estudio á los Sres. Ingenieros Rojas y Belgrano. Estos señores socios lo devolvieron acompañado de un pliego de útiles observaciones, y así preparado, fué tratado en *cuatro* asambleas, dicho sea de paso poco concurridas.

El Reglamento originario, las observaciones de los Sres. Rojas y Belgrano y el mismo Reglamento con el fruto de las discusiones habidas, fué despues sometido al Honorable Consejo Deliberante, de quien se espera, lo considerará en la debida oportunidad.

La Junta inaugural del presente período estaba así compuesta:

<i>Presidente</i> .....	Ingeniero Luis A. Viglione.
<i>Vice-Presidente</i> 1º..	Doctor J. J. Kyle.
» 2º..	Santiago Barabino.
<i>Secretario</i> .....	Cárlos Bunge.
<i>Tesorero</i> .....	Ceferino Girado.
<i>Vocales</i> .....	Valentin Balbin.
—	Pedro N. Arata.
—	Cárlos M. Morales.

*Vocales* . . . . . Ricardo Duffy.  
 — Cárlos Spegazzini.

Ha experimentado alteraciones esta lista habiéndose nombrado á los Sres Rapelli, Sarhy y Ramos Mejia en reemplazo de los Sres. Arata, Spegazzini y Duffy, y para el laborioso cargo de Tesorero al Sr. Don Nicolás Jacques, por renuncia del Sr. Krause quien habia sustituido al Sr. Girado.

La que ha terminado el periodo es :

*Presidente* . . . . . Luis A. Viglione.  
*Vice-Presidente* 1º.. Doctor J. J. Kyle.  
 » 2º.. Santiago Barabino.  
*Secretario* . . . . . Cárlos Bunge.  
*Tesorero* . . . . . Nicolás Jacques.  
*Vocales* . . . . . Valentin Balbin.  
 — Cárlos M. Morales.  
 — Luis Rapelli.  
 — Ildefonso Ramos Mejia.  
 — Juan F. Sarhy.

Los salientes son los siguientes, de acuerdo con el Reglamento :

Juan J. Kyle.  
 Cárlos Bunge.  
 Valentin Balbin.  
 Cárlos M. Morales.  
 Luis A. Viglione.

Quedando como vocales los señores :

Luis Rapelli.  
 Nicolás Jacques.  
 Ildefonso Ramos Mejia.  
 Juan F. Sarhy.  
 Santiago Barabino.

No se aceptó la pretension del dueño del anterior local de aumentar el alquiler á 50 \$ mensuales; y se tomó el actual por 130 \$ m/n en el que estamos con mas comodidad.

Tenemos de inquilino á la « Sociedad Estudiantes de Ciencias y Artes » que paga 30 \$ m/n por las dos piezas interiores que ocupan,

aparte de los gastos de gas, etc. Con esto queda reducido nuestro alquiler á 100 \$ m/n.

Faltando por cobrarse varias acciones y urgiendo la escrituración del terreno, se responsabilizó á la Sociedad por 2000 \$ m/n que es el completo del pago del terreno. Al efecto se firmó una obligación por el Presidente y Secretario á favor del Sr. Don Francisco Bustamante condómino con Don José Bazan de uno de los lotes comprados, y la cual vence el 20 de Agosto próximo.

Se resolvió anular las acciones regaladas, por el Presidente, Secretario y Tesorero.

Habiéndose presentado á la Sociedad el miembro Sr. Don Ponciano Lopez Saubidet á nombre de una Asamblea de estudiantes é ingenieros, solicitando que la Sociedad se manifestara sobre una solicitud que iban á dirigir á los poderes públicos de la Provincia, pidiendo la supresión de la práctica seguida en la expedición de diplomas profesionales; la Junta Directiva comisionó al señor vocal Don Carlos M. Morales para que informara al respecto. Aprobado por la Junta este informe, se entregó al interesado.

---

El movimiento de los Anales con respecto á los trabajos publicados lo hace conocer el siguiente detalle:

Discurso del Sr. Don Guillermo White en el XIII aniversario de la instalación de la Sociedad.

Noticia sobre los Hydromedusae Argentinae, por el Dr. G. Burmeister.

Las cajas de fierro, por Felipe Schwarz.

Réplica, por Carlos Wyckmann, al estudio comparativo entre dos puentes metálicos de Alfredo Seurot.

Proyecto de Reglamento sobre la construcción de escuelas primarias, sancionado por la Sociedad Científica Argentina.

El Distanciómetro, por Carlos Wauters.

Informe de la Sociedad sobre la orientación del Registro Gráfico de la Provincia.

Informe sobre el nivel de aguas bajas del Rio de la Plata, remitido al Departamento de Ingenieros de la Provincia.

Una aplicación de la teoría de contacto de los cuerpos elásticos, por Carlos Wickmann.

Estudio del proyecto de Reglamento de las construcciones en Buenos Aires, por la Sociedad Científica Argentina.

Proyecto de un puente sobre el Riachuelo de Barracas, por Alfredo Seurot.

Proyecto para una casa de obreros en Barracas al Sud, por A. Buschiazzo.

Estudio comparativo y crítico del proyecto de puerto para Buenos Aires, por Luis A. Huergo, confeccionado para Don Eduardo Mañero por los Sres. Hawschaw Son y Hayter.

Pliego de condiciones para el concurso del edificio social.

Una distribucion en un terreno de 5<sup>m</sup>85 de frente  $\times$  21<sup>m</sup>35 de fondo, por Luis A. Viglione.

Discurso de instalacion de la Seccion de la Sociedad en La Plata, por el Presidente Don Luis A. Viglione.

Discurso del señor socio Sebastian Berreta.

La Industria Azucarera en la República Argentina, por Felipe Schwarz.

Estudio sobre la caña de azúcar, por Federico Schickendanz.

Notas sinonímicas acerca de algunos Cerambícidos de la Fauna Argentina, por Carlos Berg.

Refutacion al proyecto de Saint-Ives sobre las inundaciones en las adyacencias del Riachuelo, por Luis A. Huergo.

Observaciones sobre los estados preparatorios de algunos Lepidópteros argentinos, por Carlos Berg.

---

Los cuadros siguientes os harán conocer el movimiento económico y estado de la Sociedad. La utilidad conseguida que se demuestra en el cuadro siguiente es de 2489.41 \$ m/n.

**Movimiento de la Caja de la Sociedad Científica Argentina durante el XIV período administrativo**

ENTRADAS

Existencia en 15 de Julio de 1885.....	\$ m/n	297 04
<i>Cuotas mensuales:</i>		
Cobrado por contribuciones mensuales á los socios.....		3.888 82
<i>Anales:</i>		
Cobrado á los suscritores y por venta de números sueltos...		81 60

*Gobierno Nacional:*

Cobrado por subvencion de Julio á Mayo 86 inclusive.....	1.400	»
--	-------	---

*Banco Provincia:*

Extraido del Banco, depósito é interés... \$ m/n	3.167	40	
Extraido de depósito de acciones é interés.....	6.808	53	9.975 93

*Concurso para estudiantes:*

Donacion del Sr. Gorostiaga.....	50	»
----------------------------------	----	---

*Intereses:*

Cobrado cupones de cédulas.....	192	»
---------------------------------	-----	---

*Ganancias y pérdidas:*

Cobrado cuotas mensuales cargadas anteriormente á Ganancias y Pérdidas.....	31	»
---	----	---

*Acciones Edificio social:*

Cobrado desde Diciembre á 15 de Julio de 1886.....	8.900	»
Luis A. Huergo, su préstamo destinado á pago del terreno para el Edificio.....	200	»
Valentin Balbin, para el mismo objeto.....	200	»
Ildefonso P. Ramos Mejia, para el mismo objeto.....	200	»
Cárlos Bunge, para el mismo objeto.....	200	»
Luis A. Viglione, para el mismo objeto.....	200	»

*Depósito en el Banco Hipotecario:*

Venta de 3200 \$ m/n en Cédulas á 77 1/2 con los intereses.	2.512	53
---	-------	----

*Circulo Médico Argentino:*

Recibido su parte en los gastos de limpieza y alumbrado (Local calle Rivadavia).....	54	81
--	----	----

*Mapa de la Cordillera:*

Recibido de German Ave-Lallemant para la confeccion del Mapa de parte de la Cordillera.....	600	»
---	-----	---

TOTAL DE ENTRADAS..... \$ m/n	28.683	73
-------------------------------	--------	----

A deducir importe de salidas.....	28.096	28
-----------------------------------	--------	----

Existencia en 15 de Julio de 1886..... \$ m/n	587	45
---	-----	----

## SALIDAS

Conferencia del 28 de Julio de 1885.....	\$ m/n	145	68
<i>Gastos generales:</i>			
Sueldos.....	\$ m/n	1.589	49
Alquileres.....		783	75
Gas.....		54	»
Gastos menores.....		945	30
			<hr/>
		3.372	54
Concurso para estudiantes.....		77	»
Circulo Médico Argentino.....		169	08
Seguro.....		104	»
Premio al Dr. Berg.....		220	»
Muebles y útiles.....		136	27
<i>Anales:</i>			
Impresiones.....		1.264	65
Ilustraciones.....		32	»
Gastos menores.....		79	49
			<hr/>
		1.376	14
Cédulas Hipotecarias.....		2.583	46
Asociacion Médica Bonaerense.....		843	75
Biblioteca.....		5	80
Banco de la Provincia.....		6.740	»
Edificio social.....		11.044	56
Intereses.....		48	»
Acciones para edificio social.....		430	»
Mapa de la Cordillera.....		600	»
Cárlos Bunge.....		200	»
			<hr/>
SUMA.....	\$ m/n	28.096	28

Buenos Aires, Julio 15 de 1886.

LUIS A. VIGLIONE,  
Presidente.

N. JACQUES,  
Tesorero.

CARLOS BUNGE,  
Secretario.

**Balance general de la Sociedad Científica Argentina  
correspondiente al XIV período administrativo**

FÓLIO	CUENTAS	BALANCE DE CUENTAS		BALANCE DE SALDOS	
		DEBE	HABER	DEBE	HABER
13	Mapa Cordillera.....	600 »	600 »	»	»
20	Seccion La Plata.....	150 »	»	150 »	»
21	Acciones á cobrar.....	1.110 »	»	1.110 »	»
22	Obligaciones á pagar.....	»	2.000 »	»	2.000 »
43	Donaciones.....	»	1.160 »	»	1.160 »
79	Contribuciones mensuales.....	»	4.683 47	»	4.683 47
86	Gobierno Nacional.....	386 »	»	386 »	»
87	Muebles y útiles.....	2.618 19	»	2.618 19	»
90	Nicho en la Recoleta.....	219 07	»	219 07	»
92	Museo.....	289 54	»	289 54	»
97	Capital.....	»	20.372 30	»	20.372 30
102	Suscriptores á los Anales.....	101 98	81 60	20 38	»
103	Biblioteca.....	13.249 15	»	13.249 15	»
104	Círculo Médico Argentino.....	169 08	169 08	»	»
105	Subvencion del Gobierno Nacional..	»	1.300 »	»	1.300 »
107	Balance de entradas.....	20.472 30	20.472 30	»	»
108	Asociacion Médica Bonaerense.....	1.381 51	»	1.381 51	»
110	Primer concurso para estudiantes...	77 »	100 »	»	23 »
111	Sócios.....	4.983 21	3.888 82	1.094 39	»
112	Caja.....	28.683 73	28.096 28	587 45	»
114	Conferencia 28 de Julio (1885).....	145 68	»	145 68	»
115	Gastos generales.....	3.372 54	»	3.372 54	»
116	Intereses.....	48 »	203 58	»	155 58
117	Seguro.....	104 »	»	104 »	»
118	Premio al Dr. Berg.....	220 »	»	220 »	»
119	Cédulas Hipotecarias.....	2.583 46	2.583 46	»	»
120	Depósito en el Banco Hipotecario...	2.583 46	2.512 53	70 93	»
121	Segundo concurso para estudiantes..	»	50 »	»	50 »
122	Ganancias y pérdidas.....	»	31 »	»	31 »
123	Acciones para el edificio social.....	1.590 »	10.010 »	»	8.420 »
124	Anales de la Sociedad.....	1.457 74	457 25	1.000 49	»
125	Banco de la Provincia.....	9.975 93	9.975 93	»	»
126	Edificio social.....	13.041 56	68 53	12.976 03	»
127	Luis A. Huergo.....	»	200 »	»	200 »
128	Valentin Balbin.....	»	200 »	»	200 »
129	Ildefonso P. Ramos Mejía.....	»	200 »	»	200 »
130	Cárlos Bunge.....	200 »	200 »	»	»
131	Luis A. Viglione.....	»	200 »	»	200 »
	<b>TOTAL GENERAL.....</b>	<b>109.816 13</b>	<b>109.816 13</b>	<b>38.995 35</b>	<b>38.995 35</b>

Buenos Aires, Julio 15 de 1886.

**LUIS A. VIGLIONE,**  
Presidente.

**N. JACQUES,**  
Tesorero.

**CARLOS BUNGE,**  
Secretario.

**Estado de la Sociedad Científica Argentina, durante el XIV período administrativo, en 15 de Julio de 1886**

**ACTIVO**

20	Seccion La Plata.....	\$ m/n	150	»
21	Acciones á cobrar.....		1.110	»
86	Gobierno Nacional.....		386	»
87	Muebles y útiles.....		2.618	19
90	Nicho en la Recoleta.....		219	07
92	Museo.....		289	54
102	Suscriptores á los Anales.....		20	38
103	Biblioteca.....		13.249	15
108	Asociacion Médica Bonaerense.....		1.381	51
111	Sócios.....		1.094	39
112	Caja.....		587	45
126	Edificio social.....		12.976	03
	<b>TOTAL.....</b>	<b>\$ m/n</b>	<b>34.081</b>	<b>71</b>

**PASIVO**

22	Obligaciones á pagar.....	\$ m/n	2.000	»
123	Acciones edificio social.....		8.420	»
127	Luis A. Huergo.....		200	»
128	Valentin Balbin.....		200	»
129	Ildefonso P. Ramos Mejia.....		200	»
131	Luis A. Viglione.....		200	»
97	Capital en 15 de Julio 1886.....	\$ m/n	20.372	30
	Utilidades del XIV período.....		2.489	41
	<b>TOTAL.....</b>	<b>\$ m/n</b>	<b>34.081</b>	<b>71</b>

Buenos Aires, Julio 15 de 1886.

**LUIS A. VIGLIONE,**  
Presidente.

**N. JACQUES,**  
Tesorero.

**CARLOS BUNGE,**  
Secretario.

**Demostracion de las utilidades en el XIV período  
administrativo**

CUENTA DE GANANCIAS Y PÉRDIDAS

ENTRADAS

Cobrado á un sócio cuotas pasadas anteriormente á ganancias y pérdidas.....	31 »
Importe de las donaciones de acciones.....	1.160 »
Importe de las contribuciones mensuales.....	4.683 47
Subvenciones del Gobierno Nacional.....	1.300 »
Saldo del primer concurso para estudiantes.....	23 »
Saldo del segundo concurso para estudiantes.....	50 »
Percibido de los Bancos Hipotecarios y Provincia por intereses.....	155 58
<b>TOTAL.....</b>	<b>\$ m/n 7.403 05</b>

SALIDAS

Gastos de la Conferencia en 28 de Julio (período anterior)....	145 68
Premio al Dr. Berg (período anterior).....	220 »
Gastos generales.....	3.372 54
Seguro de la Biblioteca y mobiliario.....	104 »
Saldo venta de cédulas hipotecarias.....	70 93
Saldo cuenta Anales de la Sociedad.....	1.000 49
<b>TOTAL DE SALIDAS.....</b>	<b>\$ m/n 4.913 64</b>
<b>TOTAL DE ENTRADAS.....</b>	<b>7.403 05</b>
<i>Utilidad que pasa á la cuenta capital.....</i>	<i>2.489 41</i>

Buenos Aires, Julio 15 de 1886.

LUIS A. VIGLIONE,  
Presidente.

N. Jacques,  
Tesorero.

Cárlos Bunge,  
Secretario.

Señores Socios:

Al descender de este elevado puesto que nunca soñé ocupar, desnudo como soy de méritos inteligentes si bien amante como el que mas de la gloria de nuestra « Sociedad Científica Argentina » debo confesar que la tarea ha sido muy ardua, y que solo contando con la constante cooperacion de Vices como Kyle y Barabino, Secretarios como Bunge, Tesoreros como Jacques, Vocales como Morales, Rapelli, Ramos Mejía, Balbin y Sarhy directores todos ellos que se han desvelado por llenar sus honrosos cargos, no podria decir que la Junta Directiva ha cumplido su pública promesa de no arriar la bandera del trabajo.

Y despues de esto un voto en nombre de toda la Junta Directiva del XIV periodo administrativo *que la del XV haga tremolar la bandera azul y blanco, en lo alto de nuestro edificio social.*

LUIS A. VIGLIONE.

## ESTUDIO CRITICO Y COMPARATIVO

DE

# LAS REGLAS DE NEWTON Y DESCARTES

RESPECTO AL NÚMERO DE RAICES DE LAS ECUACIONES NUMÉRICAS

---

(Continuacion)

Es teniendo en cuenta estas razones que nos hemos decidido por la *primera regla*, con cuyo nombre la aplicaremos en lo sucesivo.

Despues de esta conclusion, creemos que la insercion de la regla segunda en gran número de tratados de Algebra, tales como Sanchez Vidal, Cirodde, Todhunter, etc., donde se le dá una bastante preferencia, no es del todo justificada. Es sin duda por eso que Serret apenas la menciona.

\*  
\* \*

Pongamos ahora en tela de juicio la regla de Sturm, que hemos enunciado anteriormente, comparándola con la *primera*.

Empezaremos por recordar que, cuanto mayor es el límite del número de raices imaginarias que suministra una regla, tanto mejor es ella porque nos evita el seguir buscando mas de estas raices.

Desde luego, y por el simple enunciado de las reglas, se vé que la de Sturm es superior á la *primera*, puesto que abarca cualquier clase de ecuaciones, completas ó incompletas, al paso que esta sólo es aplicable á las incompletas; lo que basta para declarar la superioridad de aquella; pero puede suceder que esta gran ventaja esté contrarestada por la que pueda presentar la primera en las incompletas. Midámoslas, pues, en este terreno.

Tomemos, por ejemplo, la ecuacion que hemos considerado mas antes. Segun hemos visto, la primera dá *ceró* como límite inferior del número de raices imaginarias.

Apliquemos la de Sturm y tendremos

$$x^7 - 26x^5 + 58x^4 - 15x^3 - 14x^2 + 12x - 72 = 0$$

que multiplicada por  $x - a$  dá

$$\begin{array}{r} x^8 - ax^7 - 26x^6 + 58 \left| x^5 - 15 \right| x^4 - \\ + 26a \left| - 58a \right| \\ - 14 \left| x^3 + 12 \right| x^2 - 72 \left| x \right. \\ + 15a \left| + 14a \right| - 12a \left. \right| \end{array}$$

Como hemos dicho,  $a$  es indeterminado. Hagamos

$$a = -1$$

y la série de signos de los diferentes términos será

$$+, +, -, +, +, -, -, -, -$$

que presenta tres variaciones, y como la propuesta presenta cinco, resulta que dicha ecuacion no puede tener menos de *dos* raices imaginarias. Aquí, entonces, la regla de Sturm se muestra superior á la primera; pero sigamos:

Sea la ecuacion

$$x^9 - 4x^5 + 2x^3 + 6x + 3 = 0$$

De la aplicacion de la primera resulta que el menor número de raices imaginarias que puede tener, es *cuatro*. Por la de Sturm esta ecuacion se convertirá despues de multiplicar por  $x - a$ , en

$$x^{10} - ax^9 - 4x^6 + 4ax^5 + 2x^4 - 2ax^3 + 6x^2 - 6ax + 3x - 3a$$

Dando á  $a$  el valor 1, por ejemplo, ó cualquier otro positivo con lo que se obtendrá el máximo de variaciones, la série resultante de los signos será

$$+, -, -, +, +, -, +, -, +, -$$

que comparada con la de la propuesta, dá tambien *cuatro* como límite inferior.

Sea todavia la ecuacion

$$x^8 + 3x^4 + 4x^3 - 7x^2 - 5 = 0$$

La primera dá seis como límite inferior.

Por la de Sturm, prévia preparacion que dará

$$x^9 - ax^8 + 3x^5 + 4 \left| x^4 - 7 \right| x^3 + 7ax^2 - 5x + 5a \\ - 3a \left| - 4a \right|$$

se tendrá que, cualquiera que sea el valor que demos á  $a$ , el mayor límite que podremos obtener, es cuatro. Es superior, pues, en esta ecuacion la primera.

Por este resultado, se vé que, tratándose de ecuaciones incompletas no se puede decir de antemano cual dará indicaciones mas precisas. Pero, como la rapidez de la aplicacion de la primera, es indiscutiblemente superior á la de Sturm, su empleo práctico será preferible al de esta.

No está demas observar que la de Sturm podrá suministrar distintos límites, segun sea el valor que se dé á  $a$ , como se vé en la ecuacion

$$x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2 = 0$$

que preparada dá

$$x^5 - 2 \left| x^4 + 3 \right| x^3 - 2 \left| x^2 + 2 \right| x \\ - a \left| + 2a \right| - 3a \left| + 2a \right| - 2a$$

donde haciendo

$$a = -0, 8$$

se obtiene la série de signos

$$+, -, +, +, +, +$$

que nos indica, comparada con la de la propuesta, que la ecuacion tiene por lo ménos dos raices imaginarias.

Y si se hace

$$a = 3$$

se obtiene

$$+, +, -, +, -, +$$

que nos dá cero como límite inferior del número de las mismas raices.

Esto constituye otra causa de retardo, en razon de que hay que dar á  $a$  varios valores con el objeto de obtener aquel que se crea dé el mejor límite.

Observaremos todavía, que de la aplicacion de las dos reglas,

puede surjir una utilidad. Esto sucederá cuando el límite suministrado por la de Sturm, sea superior al de la primera.

En efecto, al resolver una ecuacion, pueden considerarse como estudios preparatorios aquellos que tienen por objeto determinar límites del número de raíces reales é imaginarias; el órden exige que estos límites se determinen. Supongamos, entónces, que hemos determinado el primero, es decir el de las raíces reales, y que al determinar el segundo nos encontramos (como ha sucedido en una ecuacion examinada), con que la regla de Sturm dá un límite mayor que la primera; y como el número de raíces reales é imaginarias debe ser igual al grado de la ecuacion, y hay incertidumbre respecto al número preciso que presentará de cada una de las dos clases, todo dato que contribuya á hacer disminuir la cantidad de números que han de ensayarse, debe tenerse en cuenta.

Veámos, entónces si, en nuestra hipótesis, el dato suministrado por la regla de Sturm, es de esta naturaleza.

Sea  $m$  el grado de una ecuacion y  $l_r$  el límite superior encontrado del número de raíces reales;  $l_i$  el límite inferior del número de raíces imaginarias que dá la primera regla, tendremos :

$$m = l_r + l_i$$

Pero la de Sturm nos dice que  $l_{is} > l_i$  es otro límite del número de raíces imaginarias de la ecuacion, tendremos tambien

$$m = l_{rs} + l_{is}$$

$l_{rs}$  es un número cuyo valor aun no conocemos. Comparando esta desigualdad con la anterior, sacamos

$$l_r + l_i = l_{rs} + l_{is} \tag{a}$$

pero

$$l_i < l_{is}$$

luego

$$l_r > l_{rs};$$

es decir, para que se verifique la igualdad (a) es necesario que  $l_r$  sea mayor que  $l_{rs}$ , y precisamente en la misma cantidad que  $l_i$  es menor que  $l_{is}$ , cuya diferencia se conoce. Hemos conseguido con esto rebajar el número  $l_r$  de raíces reales que hay que investigar; luego, es un dato útil el que indirectamente se deduce de la regla de Sturm, pues nos evita un trabajo inútil.

En todo lo dicho, se deduce que la regla de Sturm se empleará en las ecuaciones completas, donde será especialmente apro-

vechable la observacion anterior; y que en las incompletas se empleará en general, la primera. Luego, ambas reglas son útiles y se emplearán segun los casos, teniendo en cuenta sus ventajas respectivas. No se puede, por lo tanto, proscribir el uso de ninguna de ellas, en absoluto, como sucedió con la segunda.

\*  
\* \*

Demostraremos ahora el siguiente teorema :

*El límite del número de raíces imaginarias dado por cada una de las reglas, es siempre un número par.*

El teorema, para la primera regla, está demostrado por medio de la fórmula

$$m - V = 2k + 2k' + 2k'' + \dots$$

que hemos encontrado en la página 72 donde  $m - V$  representa el número de raíces imaginarias que indica la primera.

Para la de Sturm, el teorema se demuestra de la manera siguiente :

Hemos dicho que la ecuacion  $f(x) = 0$  debe ser multiplicada por  $x - a$ , donde  $a$  puede recibir un valor positivo ó negativo cualquiera. Si el primero, el número de variaciones del producto, como se sabe, excederá al de la ecuacion propuesta, en una unidad, y en general en un número impar  $2k + 1$ , y como de este número debe quitarse una unidad, se deduce que el límite hallado debe ser par.

Si el segundo, vamos á ver que el número de variaciones del producto, está siempre en defecto respecto al de la propuesta, y que la diferencia es siempre par. Supongamos que la serie de signos de los términos de la ecuacion propuesta, sea

+ , - , - , + , + , - , +

que debemos en este caso multiplicar por un binomio en que los signos de sus dos términos son + , +. Tendremos entónces, operando únicamente con los signos, lo siguiente :

$$\begin{array}{r}
 + - - + + - + \\
 + + \\
 \hline
 + - - + + - + \\
 \quad + - - + + - + \\
 \hline
 + \mp - \pm + \mp \pm +
 \end{array}$$

Demostremos primero que la diferencia entre el número de variaciones del producto y el del multiplicando, es siempre un número par. Distinguiremos para esto dos casos, según que el primero y último término del multiplicando sean de mismo signo ó de signo contrario.

En el primer caso, que es el de nuestro ejemplo, el número de variaciones del multiplicando será par, como se sabe; y lo mismo sucederá con el del producto, pues los signos extremos de este serán los mismos que los de aquel. La diferencia, entónces, de estos dos números de variaciones será también *par*.

En el segundo caso, el multiplicando tendrá un número impar de variaciones, y por terminarse el producto con los mismos signos, su número de variaciones será también impar; dando, por consiguiente, una diferencia *par* de variaciones. Con lo que queda demostrada nuestra primera proposición.

Vamos á ver ahora que el número de variaciones del producto nunca puede estar en exceso sobre el del multiplicando.

En efecto, si se observan los signos del producto comparándolos con los del multiplicando, se vé que cada variación de éste está reemplazada en aquel por una ambigüedad. Si no consideramos el último signo introducido en el producto, tendremos que el mayor número de variaciones que podrán presentar todos los de la izquierda, sucederá en el caso que cada ambigüedad dé origen á una variación, y que este número máximo será precisamente igual al de variaciones del multiplicando; luego, en cualquier otro caso presentará el producto menos variaciones que él.

Consideremos ahora el último signo excluido mas arriba y coloquémosnos en el caso especial que acabamos de ver. La introducción de este signo no aumentará el número de sus variaciones, pues, para que así sucediera, sería necesario que el aumento fuese par; lo cual no puede ser, pues el signo introducido es un extremo de la série.

Antes de tener en cuenta el último signo del producto en los demás casos restantes, detengámosnos un poco en examinar lo que sucede con el número de variaciones que pueden presentar los demás signos del producto.

Para colocarnos en el caso mas general, supondremos que la série de estos signos se termine por una ambigüedad, de cuyos dos signos, si queda el superior, habrá un número de variaciones que se diferenciará del que tenga el multiplicando, en un número

par, según hemos visto; si queda el inferior, dicha diferencia será impar; y en los dos casos el número de variaciones del producto, será inferior al del multiplicando, porque hemos visto que no podía ser superior.

Introduzcamos ahora el signo último. En el primer caso los dos últimos signos formarán una permanencia; no habrá variación introducida, y la diferencia quedará siempre siendo par. En el segundo caso, dichos dos últimos signos formarán una variación que, agregada al número impar de la diferencia, vendrá á dar un número par.

Queda así completamente demostrado nuestro teorema.

#### REGLAS PARA EL EMPLEO PRÁCTICO DE LA DE STURM

Las ecuaciones, respecto á su grado, se dividen en dos clases: 1<sup>a</sup> las de grado par; 2<sup>a</sup> las de grado impar:

1<sup>a</sup>. Sea  $2n$  el grado de la ecuación que consideramos, y supongamos que presente  $n$  variaciones; su producto por  $x - a$  que será del grado  $2n + 1$ , el mayor número de variaciones que podrá presentar será  $2n + 1$ , en el caso que se dé á  $a$  un valor positivo; y por consiguiente, un límite inferior del número de raíces imaginarias, será

$$2n + 1 - n - 1 = n$$

Si se dá á  $a$  un valor negativo, el menor número de variaciones que podrá tener la trasformada es cero; luego, un límite inferior del número de raíces imaginarias será

$$n - 0 = n$$

Se vé entónces, que en nuestro supuesto, sea que se dé á  $a$  un valor positivo ó negativo, el mayor límite que se obtendrá será el mismo para los dos casos.

2<sup>a</sup>. Sea  $2n + 1$  el grado de la ecuación que se considera, y sea  $\frac{2n + 2}{2} - 1 = n$  el número de variaciones que presente.

Si damos á  $a$  un valor positivo, el mayor número de variaciones que podrá presentar el producto, será  $2n + 2$ , que es su grado; por lo tanto, un límite inferior del número de raíces imaginarias, será

$$2n + 2 - n - 1 = n + 1$$

Si damos á  $a$  un valor negativo, el menor número de variaciones que podrá presentar el producto, será cero; luego, un límite inferior del número de raíces imaginarias, en el supuesto que la propuesta tenga  $\frac{2n + 2}{2} = n + 1$  variaciones, será

$$n + 1 - 0 = n + 1$$

que es el mismo resultado á que habíamos llegado dando á  $a$  un valor positivo, pero en otro supuesto.

De las observaciones anteriores podemos deducir las reglas siguientes :

1ª. Si la ecuacion es de grado par, convendrá dar á  $a$  un valor positivo, cuando la propuesta presente un número de variaciones que, como límite superior, sea la mitad de su grado: y un valor negativo, cuando presente un número de variaciones que, como límite inferior, sea tambien la mitad de su grado;

2ª. Si la ecuacion es de grado impar, convendrá dar á  $a$  un valor positivo, cuando la propuesta presente un número de variaciones que como límite superior, sea la mitad menos uno del grado del producto; y un valor negativo, cuando el número de variaciones, como límite inferior, sea igual á la mitad del grado del producto.

\*  
\* \*

Damos aqui por terminado el estudio de esta parte del teorema de Descartes, con las observaciones mas importantes, que constituyen nuevos teoremas, y que aplicándose en nombre de aquel, contribuyen á rodearlo de los elementos necesarios para su aplicacion en toda la extension requerida; es decir, que todos reunidos se emplean con un solo objeto, cual es el de determinar límites del número de raíces reales é imaginarias que tenga una ecuacion numérica.

#### REGLA DE NEWTON

Hemos dicho que la regla de Newton respecto al número de raíces de las ecuaciones numéricas se encuentra en su *Aritmética Universal*, que fué publicada por primera vez en el año 1707.

Si respecto á la regla de Descartes se han promovido cuestiones tendentes á negarle la paternidad de su regla, que felizmente des-

pues de los trabajos de de Gua han resultado ser del todo infundadas, tambien respecto á la de Newton se han producido distintas afirmaciones; mas todavia, han aparecido en estos últimos años aseveraciones verdaderamente extrañas, porque van hasta olvidar la regla que dió dicho autor; atribuyéndole en cambio otras que si bien son semejantes, no constituyen su verdadera regla. Estos serán los dos puntos sobre los que primero vamos á hacer cuestion, tratando de poner las cosas en su lugar. Formularemos, pues, la primera cuestion de la manera siguiente:

¿Quién es el autor de la conocida por « Regla de Newton » para determinar el número de raíces imaginarias de las ecuaciones numéricas?

La regla á que hacemos referencia así como su introduccion que son trascritas por Marie (<sup>1</sup>), dicen así:

« *Verum quot radices impossibiles sunt cognosci ferè potest per hanc regulam.*

« *Constitue seriem fractionum, quarum denominatores sunt numere in hac progressionem, 1, 2, 3, 4, 5... per gendo ad numero usque, qui est dimensionum æquationis: numeratores vero eadem series numerorum in ordine contrario; divide unamquamque fractionem posteriorem per priorem, fractiones prodeuntis colloca super terminis mediis æquationis, et sub quot libet mediorum terminorum, si quatratum ejus ductum in fractionem capiti imminentem sit majus quam rectangulum terminorum utrinque consistentium, colloca signum +, sin minus, signum —; sub primo vero et ultimo termino colloca signum +, et tot erunt radices impossibiles, quot sunt in sub-scriptorum signorum serie mutationes, de + in — et de — in +.*»

« Es decir: se puede casi conocer el número de las raíces imaginarias por la regla siguiente:

« Fórmense las fracciones que tengan por denominadores los números enteros 1, 2, 3, 4, 5... hasta el grado de la ecuacion, y por numeradores los mismos números tomados en orden inverso; divídase cada fraccion por la precedente y colóquense los cocientes por encima de los términos medios de la ecuacion; en seguida, si el producto del cuadrado de un término por la fraccion escrita por encima de él es superior al producto de los términos que lo comprenden, póngase por debajo de este término el signo +, y en el caso contrario el signo —; escríbase ademas el signo +

(<sup>1</sup>) Obra cit., t. V, págs. 197, 199.

por debajo de cada uno de los términos extremos; la ecuacion tendrá tantas raices imaginarias como cambios de signo se encuentren ».

Solo sabemos de un autor, Horsley, que haya promovido la cuestion que tratamos de dilucidar. La única objecion que hace á este respecto, es á la que hace referencia el señor Marie (1), en las siguientes palabras :

« Segun Samuel Horsley, el editor de las obras de Newton, esta regla sería del muy ilustre Campbell, que la habría presentado á la Sociedad Real, y ella se encontraria confirmada por la demostracion de Newton. Pero Newton no la demuestra ! »

Así pues, segun Horsley, no es á Newton á quien pertenece la regla, sinó á Campbell. Pero resalta inmediatamente que el señor Horsley ó carecia de datos fidedignos ó estaba trascordado cuando hizo tal afirmacion. Tratemos de esplicar estas dos aseveraciones.

1ª. — Se esplica esta fácilmente si se considera que Horsley no hubiese visto la Aritmética de Newton, pues no se concibe cómo, si así no hubiera sucedido, haya podido hacer tal afirmacion; porque Newton, como lo hace notar Marie, se ha limitado únicamente á enunciar su regla, sin dar, por consiguiente, ninguna demostracion de ella; y si esto es así, ¿ cómo puede el Sr. Horsley decir que la regla de Campbell *se encontraria confirmada por la demostracion de Newton*? Solo no habiendo visto su obra como decimos, ó no teniendo los conocimientos de matemáticas suficientes para poder distinguir lo que es un enunciado de lo que se entiende por demostracion.

2ª. — La otra esplicacion que damos á la observacion de Horsley, es la falta de memoria, para lo que tenemos que suponer que conocia los trabajos que con el mismo objeto se habian hecho hasta la época en que él escribió; pues, si así fuese habría visto que si bien Newton y Campbell se ocuparon del asunto, y como ellos otros autores, Maclaurin y Fontaine, habian llegado todos á resultados que aunque algo semejantes, eran, sin embargo, bastante diferentes. Cada uno de estos matemáticos dió reglas al respecto; pero la que dió Campbell, no fué la que mas tarde escribió Newton en su *Aritmética Universal*, como lo dice Horsley, con lo cual le enrostra el innmerecido epíteto de plagario.

(1) Obra cit., t. V, pág. 199.

En apoyo de lo que acabamos de exponer, citaremos lo que dice Saverien <sup>(1)</sup>.

Despues de relatar los adelantos hechos en el Algebra desde su nacimiento hasta la época de Newton, continúa en la página 50 :

« No obstante todos estos trabajos, aun tenia el Algebra una imperfeccion grandisima, y era la de no poderse conocer en las ecuaciones el número de raices imaginarias que contienen, sin hacer la operacion de resolverlas.

« Newton habia hallado una regla bastante sencilla, pero imperfecta. Las reglas que han dado Maclaurin y Campbell, algebristas ingleses, y de Gua y Fontaine, matemáticos franceses, son mas perfectas que la de Newton. »

Como otro testimonio de que es á Newton á quien pertenece la regla que nos ocupa, agregaremos lo que dice el abate de Gua en su segunda memoria, ya citada, presentada á la Academia Real de Ciencias de Paris <sup>(2)</sup> :

« Aunque Newton hubiese nacido en un tiempo en que el Análisis parecia ya casi perfecto, sin embargo, un génio tan grande no podia dejar de encontrar algo que agregar todavia. Ha dado en efecto sucesivamente en su *Aritmética Universal* : 4° una regla muy bella y muy elegante para conocer los casos en que las ecuaciones pueden tener divisores racionales y para determinar en ciertos casos qué polinomios pueden ser estos divisores; 2° otra regla para conocer en un gran número de ocasiones cuantas raices imaginarias se deben encontrar en una ecuacion cualquiera, etc. »

Es indudable que la regla á que hace referencia Saverien es la misma á que alude de Gua cuando dice que se encuentra en su *Aritmética Universal*, y es por consiguiente la que hemos citado.

Se vé que ninguno de estos autores crée que la regla de que se ocupan pertenezca á Campbell, al cual, por el contrario se le atribuye otra que aunque tenga el mismo objeto no es precisamente la que dió Newton.

Queda con esto dilucidada la primera cuestion y Newton en posesion de su regla. Pero no concluye aquí el asunto, pues unido

<sup>(1)</sup> *Historia de los progresos del entendimiento humano en las ciencias exactas.* — Traducccion española, año 1775.

<sup>(2)</sup> *Obra cit.*, año 1741, pág. 456.

á la primera viene el tema de la segunda que la formulamos así :  
*¿Cuál es la regla de Newton relativa al número de raíces imaginarias de las ecuaciones numéricas?*

Siguiendo el método que nos ha parecido el mas conveniente al emprender el estudio de las reglas, objeto de este trabajo, hemos buscado los antecedentes históricos de la que ahora nos ocupa, y un verdadero conflicto se nos ha presentado.

Hemos aprendido en el curso de Algebra Superior que se dicta en nuestra Facultad de Matemáticas que la regla de Newton para obtener un límite del número de raíces reales y otro del de las imaginarias de una ecuacion numérica, es la que trae Todhunter <sup>(1)</sup>. Pero en el curso de nuestro estudio histórico nos hemos encontrado con otras reglas, siendo una de ellas : la que hemos citado en la página 103 y siguientes, muy diferente de las otras, las cuales diremos por ahora que son una sola, á causa de que la que trae Gennocchi se halla comprendida en la que cita Todhunter.

Esta diferencia se comprende desde un principio por el enunciado de ambas que, aunque algo semejante, es perfectamente distinto, por los resultados que predicen ; es pues un conflicto histórico el que tenemos delante : intervenir en él y dejar las cosas en su lugar, á nuestro modo de pensar, creemos que es una obligacion para nosotros, por tener el asunto importancia capital.

Los autores que hemos citado y todos los que refiriéndose á la Aritmética Universal de Newton han tocado el punto, están contestes en manifestar que la regla que dió Newton para el cálculo del número de raíces imaginarias es la que hemos citado ya y que Marie trascribe de dicha obra. Notaremos ademas que en ninguna de las obras que hemos consultado se menciona que Newton haya dado dos reglas distintas con el mismo objeto, y que los autores modernos que conocemos se hayan ocupado del asunto, Todhunter y Gennocchi, atribuyen á Newton la regla que, como hemos dicho, trae el primero de estos autores, y que transcribiremos pronto. Resulta pues este hecho : segun todos los autores, Newton no ha dado mas que una regla referente al número de raíces imaginarias de las ecuaciones numéricas, pero se le atribuyen dos ; luego, es evidente que una de estas tiene que ser

(1) TODHUNTER. *Complementi di Algebra o teoria delle equazioni*, traducida del inglés por G. BATTAGLINI, tercera edicion, 1882.

apócrifa. Una vez averiguado cual de las dos es la verdadera, en el sentido de haber sido dada por Newton, se habrá eliminado el conflicto y por lo tanto, resuelto la cuestion. Es este el objeto de esta segunda investigacion.

Empezaremos por transcribir lo que dice Todhunter (1); se expresa asi :

« *Regla de Newton y teorema de Sylvester.* — Newton enunció una regla relativa al número de raíces positivas, negativas é imaginarias de una ecuacion, la cual quedó sin demostracion hasta la reciente investigacion del profesor Sylvester, quien ha establecido un notable teorema general que incluye la regla de Newton como un caso particular. El trabajo original con explicaciones sobre el objeto se encuentra en las *Philosophical Transactions* para 1864, en la publicacion de la *London Mathematical Society*, núm. II, y en el *Philosophical Magazine* para Marzo de 1866; de este trabajo hemos sacado la exposicion que ahora hacemos.

«Comenzaremos por enunciar la regla de Newton.

«Sea  $f(x) = 0$  una ecuacion algebraica del  $n^{\text{mo}}$  grado ; y supongamos

$$f(x) = a_0 x^n + na_1 x^{n-1} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a_2 x^{n-2} + \\ + \dots + na^{n-1} x + a_n;$$

á  $a_0, a_1, a_2, \dots a_n$  podemos llamar los *elementos simples* de  $f(x)$ .

« Si formamos una nueva série de cantidades  $A_0, A_1, A_2, \dots A_n$  del modo siguiente :

$$A_0 = a_0^2, \quad A_1 = a_1^2 - a_0 a_2, \quad A_2 = a_2^2 - a_1 a_3, \quad \dots \\ \dots A_{n-1} = a_{n-1}^2 - a_{n-2} a_n, \quad A_n = a_n^2$$

podemos llamar á  $A_0, A_1, A_2, \dots A_n$ , los *elementos cuadrados* de  $f(x)$ .

« A  $a_r, a_{r+1}$ , llamaremos una *sucesion de elementos simples*, á  $A_r, A_{r+1}$  una *sucesion de elementos cuadrados*; y á

$$a_r, a_{r+1}, \\ A_r, A_{r+1}$$

llamaremos un *par asociado de sucesiones*.

(1) Obra cit., pág. 218.

« Ahora bien, una sucesion puede presentar ó una permanencia ó una variacion de signo; lo que se dirá brevemente, una permanencia ó una variacion. Luego, en un par asociado de sucesiones se presentará uno de los cuatro casos: dos permanencias, ó dos variaciones, ó una permanencia superior con una variacion inferior, ó una variacion superior con una permanencia inferior: lo que podremos llamar respectivamente, una doble permanencia, una doble variacion, una permanencia-variacion y una variacion-permanencia.

« Lo que sigue equivale á la regla completa de Newton.

« Si se escribe la série entera de los elementos cuadrados de  $f(x)$  debajo de la série entera de los elementos simples, en su órden natural, se tendrá que:

« El número de las dobles permanencias en la série asociada es un límite superior del número de las raices negativas de la ecuacion  $f(x) = 0$ .

« El número de las variaciones permanencias es un límite superior del número de las raices positivas.

« De cada una de estas dos proposiciones se sigue la otra cambiando el signo de  $x$  en  $f(x)$ .

« Se sigue de estas dos proposiciones que el número total de raices reales no puede exceder al número de las permanencias en la série de los elementos cuadrados; y luego, el número de las raices imaginarias no puede ser menor que el número de las variaciones en la série de los elementos cuadrados.

« Se debe notar que los escritores que han citado la regla de Newton parece que se han limitado á aquella parte que se refiere al número de las raices imaginarias. »

Como se vé, las reglas son bien distintas, porque prevéen resultados perfectamente diferentes.

En efecto, la primera de Newton (este será el nombre con que en lo sucesivo distinguiremos á la que primero hemos transcrito, y con el nombre de segunda á la otra) dice que por medio de ella *casi* se conoce exactamente el número de raices imaginarias que tenga una ecuacion, mientras que la segunda de Newton sirve para conocer un límite superior del número de los raices reales positivas, de las reales negativas, y un límite inferior del número de los raices imaginarias.

Está aquí, entónces, patentizada y concretada la diferencia de afirmaciones. Indudablemente que alguna causa existe de dicha

diferencia de creencias; la apreciacion de ella es precisamente el punto delicado de la cuestion.

Una vez penetrados de la necesidad de la existencia de esta causa, toda nuestra atencion debe reconcentrarse, antes que nada, en dar con ella; asi lo hemos hecho, y he aquí lo que hemos encontrado.

En los *Nouvelles Annales des Mathématiques*, año 1858, página 486 existe una proposicion que lleva el número 434 y que dice lo siguiente:

« La ecuacion

$$C_0 x^n + \frac{n}{4} C_1 x^{n-1} + \frac{n(n-1)}{4 \cdot 2} C_2 x^{n-2} + \dots + n C_{n-1} x + C_n = 0$$

tiene á lo menos tantas raices imaginarias como variaciones de signo se encuentre en la série

$$C_0^2, C_1^2 - C_0 C_2, C_2^2 - C_1 C_3, \dots, C_{n-1}^2 - C_{n-2} C_n, C_n^2$$

(Newton).

« Nota. La demostracion de Euler (*Introduccion al Cálculo Infinitesimal*) no es satisfactoria.

(Gennocchi)».

En un trabajo publicado por el mismo autor <sup>(1)</sup>, que lleva por título: *Demostracion de un teorema de M. Sylvester comprendiendo la regla de Newton sobre el número de los raices imaginarias*, se vé al fin de él, al tomar un caso particular, que el Sr. Gennocchi reconoce que la proposicion 434 que en el año 1858 apareció en los Anales, es precisamente lo que se demuestra con este caso particular, y hace notar al mismo tiempo este error: no es en la *Introduccion al Cálculo Infinitesimal* de Euler donde se encuentra la demostracion que este dió de la proposicion citada, sinó en su *Cálculo Diferencial*.

No tenemos mas datos á este respecto, que los que dejamos apuntados. Veamos si son suficientes para aclarar la duda.

Segun se desprende de la nota del Sr. Gennocchi, Euler se

(1) Obra cit., año 1867, pág. 1.

ocupó de la regla de Newton, y dió una demostracion de ella que á juicio de dicho señor no es satisfactoria.

Reflexionando sobre el asunto se nos ocurre lo siguiente: ¿Euler se ocupó efectivamente de lo que expresa la proposicion 434, tratando de dar su demostracion, ó llegó á ella como resultado de sus trabajos acerca de la regla de Newton (1ª) no pudiendo demostrarla?

Creemos que nuestra duda se disiparia si tuviésemos á nuestra disposicion el Cálculo Diferencial de Euler; pero, desgraciadamente, entre las varias obras de este autor que hemos podido consultar, no se encuentra aquella. En su defecto raciocinemos sobre lo que tenemos.

Es evidente, por lo que hemos dicho, que Newton no dió más que una regla para determinar el número de raices imaginarias de las ecuaciones; y como Todhunter y Gennocchi no dicen dónde se encuentra la regla de Newton, estamos autorizados para creer que la única regla de Newton es la que se encuentra en su Aritmética Universal, lo que equivale á decir, que la que se le atribuye en la expresada proposicion, es apócrifa, y con mas razon la que cita Todhunter por referirse esta ademas, á las raices reales.

Creemos que así queda completa y lógicamente resuelto el punto. Nos permitiremos, sin embargo, hacer algunas conjeturas al respecto.

A nuestro modo de pensar, la confusion proviene desde los trabajos de Euler. En efecto, segun los antecedentes históricos que hemos señalado, habiéndose ocupado este autor de analizar la regla de Newton, podemos suponer, y no aventuradamente, que trató de dar una demostracion de ella, con cuyo fin raciocinó á su respecto, pero que no pudo llegar al resultado que se proponia, encontrando, en cambio, otra regla muy parecida que es la enunciada en la proposicion 434. Que en seguida Gennocchi, sin prestar mucha atencion, creyó efectivamente que la regla de Newton era esa, y la anunció como tal el año 1838, pidiendo á los matemáticos una demostracion, por parecerle que no era satisfactoria la de Euler; y que por fin, Sylvester, ocupándose del asunto, llegó á su teorema general que comprende como caso particular la regla de dicha proposicion. Así nos parece que se explica razonablemente la duda.

Tienden á robustecer nuestra suposicion las palabras ya men-

cionados de Todhunter: *Se debe notar que los autores que han citado la regla de Newton parece que se han limitado siempre á aquella parte que se refiere al número de las raices imaginarias.*

Es fácil en nuestra suposicion esplicarse por qué los autores que se han ocupado de la regla de Newton solo se han referido á la parte que trata de las raices imaginarias.

En efecto, al ocuparse Euler (lo suponemos tambien) de la regla de Newton, sólo racionó sobre ella como medio de determinar el número de las raices imaginarias, que es para lo que la daba su autor; y como llegase á la regla de la proposicion 434, que si bien no es para determinar el número de raices imaginarias, sinó un límite inferior de dicho número, la dió con este fin únicamente, que era el objeto de sus investigaciones. Así pues, parece que ni á Newton ni á Euler se les ocurrió que sus reglas pudiesen servir tambien para las raices reales. Al primero, porque al hablar de estas raices, enunció solamente y sin demostracion, segun Marie (<sup>1</sup>), la regla de Descartes, como medio de determinar un límite de su número, tanto de las positivas, como de las negativas cuando la ecuacion tiene todas sus raices reales, y es despues de esto que expone su regla para las raices imaginarias; y al segundo, porque, segun Gennocchi, no hace alusion á ellos.

Es recién despues de la demostracion de Sylvester que se ha visto que la supuesta regla de Newton comprendia la estension á las raices reales, porque efectivamente hubiera bastado combinar de la manera que se conoce, los signos que se hallan en una ecuacion preparada con el objeto de aplicarle la de Newton ó de Euler, y despues decir que la regla era tambien aplicable á las raices reales positivas y negativas. Está demas advertir que no suponemos por eso que esa combinacion de signos bastaba hacerla por induccion. Pero como esto no hizo Newton, y ni siquiera se mencionó antes de Sylvester, decimos que yerra Todhunter al afirmar categóricamente, que *Newton ENUNCIÓ una regla relativa al número de las raices REALES POSITIVAS, NEGATIVAS é imaginarias de una ecuacion.*

Creemos que con lo dicho queda resuelto el asunto; es decir, que no se debe atribuir á Newton otra regla que la primera.

\*  
\* \*

(<sup>1</sup>) Obra cit., tomo V, pág. 197.

Nos ocuparemos ahora, con alguna detencion, de la regla primera de Newton.

Dice Newton, en la introduccion, que por medio de ella se puede *casi* conocer el número de raices imaginarias que tenga una ecuacion. Segun el significado que el Diccionario de la Academia Española dá á la palabra *casi*, es indudable que lo que Newton ha previsto, es que su regla dará en algunas ecuaciones el resultado que se indica, y en otras nó.

Pero como no se sabe de antemano cuales serán las ecuaciones en que esto sucederá, se deduce que los datos que nos suministrará esta regla no nos sirven de nada; es decir, que habiéndola aplicado á una ecuacion cualquiera, nos encontraremos despues en las mismas condiciones que si no dispusiésemos de tal regla, porque el *casi* de la introduccion nos impide asegurar si el número de las raices imaginarias que tenga realmente la ecuacion, será el que ella nos indique; ó menor, ó mayor que dicho número.

Es esto mismo lo que dice Marie <sup>(1)</sup> en las siguientes palabras:

« *Féré*, es una obra maestra. Desgraciadamente él reduce el teorema á nada, en el sentido de que, despues de *Féré*, no se sabe mas lo que ha querido decir Newton; se puede concluir en efecto que él no créé absolutamente que la regla dé el número exacto de las raices imaginarias, pero *Féré* no dice si ella suministra de este número un límite superior ó un límite inferior. »

Sin embargo, por via de práctica, y para formarnos una lijera idea de las indicaciones de esta regla, apliquémosla á algunas ecuaciones.

Sea la ecuacion

$$x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 6 = 0$$

Segun la regla, tenemos que formar las siguientes expresiones:

$$4, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4};$$

dividir en seguida cada uno por la que la precede, lo que dará los cocientes

$$\frac{3}{8}, \frac{4}{9}, \frac{3}{8};$$

colocarlos despues por encima de los términos medios de ecuacion

(1) Obra cit., tomo V, pág. 199.

y si el producto del cuadrado de un término por la fracción colocada por encima de él es mayor que el producto de los términos que lo comprenden, se debe poner debajo de dicho término el signo +, y en caso contrario el signo -. Procediendo así tendremos

$$x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 6$$

$$+, +, -, -, +$$

Conforme á la regla hemos colocado el signo + por debajo del primero y último término.

Resulta entónces que la ecuacion propuesta tendrá *dos* raices imaginarias, porque son dos las variaciones de signo que presenta la série de ellos; pero no sabemos, de antemano, si en esta ecuacion se aplicará exactamente la regla. Si la resolviésemos veríamos que sí, pues sus raices son

$$2, 3, \sqrt{-4}, -\sqrt{-4}.$$

Sea ahora la ecuacion

$$x^6 - 4x^5 + 9x^4 - 16x^3 + 23x^2 - 12x + 15 = 0$$

Aplicando la regla, tendríamos

$$\frac{5}{12}, \frac{8}{15}, \frac{9}{16}, \frac{8}{15}, \frac{5}{12}$$

$$x^6 - 4x^5 + 9x^4 - 16x^3 + 23x^2 - 12x + 15$$

$$+, -, -, -, +, -, +$$

que nos dice que la ecuacion propuesta debe tener cuatro raices imaginarias. Para comprobar resolveríamos la ecuacion, y encontraríamos que sus raices son

$$2 + \sqrt{-4}, 2 - \sqrt{-4}, \sqrt{-3}, -\sqrt{-3}, \sqrt{-4}, -\sqrt{-4}$$

La ecuacion propuesta no es entónces de aquellas en que la regla dá exactamente el número de raices imaginarias.

Por el resultado que hemos obtenido vemos que la regla es imperfecta, porque no tenemos seguridad de que los resultados que ella suministre sean verdaderos ó nó, que es lo que precisamente previó Newton al decir que *casi* se podía obtener el número de raices imaginarias. Razon tuvo, entónces, Saverien al decir que era imperfecta, y vemos tambien con esto la comprobacion de las palabras de de Gua y de Marie, y nos suministra, por otra parte, una corroboracion de nuestra deducccion anterior: que es esta precisamente la regla que

dió Newton y á la cual se refieren los autores citados. La plena comprobacion de este hecho nos lleva como consecuencia inmediata á la conclusion de que es imposible cumplir con una parte del tema de concurso.

En efecto, el tema dice : *Estudio comparativo y critico de las reglas de Descartes y de Newton respecto al número de raices de las ecuaciones numéricas*. Pero como la regla que dió Descartes solamente se refiere á las raices reales de una ecuacion, y la de Newton trata únicamente de las raices imaginarias, no se puede establecer ninguna comparacion entre ellas, por lo cual tendríamos que limitarnos al estudio critico. No lo haremos así, sin embargo, en atencion á ciertas consideraciones que haremos despues. Hecha esta observacion, que hemos creido de nuestro deber, pasaremos adelante.

No obstante la imperfeccion de la regla de Newton (1<sup>a</sup>) varios matemáticos se han ocupado de demostrarla, quizás con el objeto de dar con la causa de dicha imperfeccion.

Segun hemos visto, Euler se ocupó de la regla y conocemos ya el resultado de sus investigaciones. Despues de él varios otros han tratado la cuestion. Oigamos lo que á este respecto dice Marie (1<sup>a</sup>) :

« Horsley en su prefacio, dice que él ha demostrado la regla en cuestion, mas completamente y de una manera mas perfecta, sin *Féré* probablemente. Pero su demostracion parece no haber tenido buen éxito.

« Como quiera que sea, siendo interesante, el enigma yo he buscado descifrarlo, y ved aquí lo que he encontrado : si se consideran tres términos consecutivos cualesquiera de una ecuacion ; se deriva esta ecuacion el número suficiente de veces para hacer desaparecer todos los que siguen al último de los tres que se consideran ; se toma la ecuacion cuyas raices sean las recíprocas de la última ; en fin, se deriva esta ecuacion el número de veces suficiente para hacer desaparecer todos los términos á partir del cuarto, los tres términos de la ecuacion del segundo grado que quedará, provendrán de los tres términos primitivamente considerados ; si se simplifica esta ecuacion y se escribe la condicion para que tenga sus raices reales, esta condicion será, precisamente, que el producto por el cociente de las fracciones indicadas en el enunciado, del cuadrado del término medio, entre los tres términos considerados, sea mas grande que el producto de los otros dos.

(1) Obr. cit., Tomo V, pág. 199.

« En efecto, sea  $m$  el grado de la ecuacion, y

$$A_p x^{m-p} + A_{p+1} x^{m-p-1} + A_{p+2} x^{m-p-2}$$

el conjunto de los tres términos considerados.

« Si se deriva  $m-p-2$  veces la ecuacion, se tendrá para el conjunto de estos tres términos,

$$\begin{aligned} & (m-p)(m-p-1) \dots 3A_p x^2 \\ & + (m-p-1)(m-p-2) \dots 2A_{p+1} x \\ & + (m-p-2)(m-p-3) \dots 1A_{p+2} \end{aligned}$$

« Si se pasa á la ecuacion cuyas raices son las recíprocas de las de la última derivada, el grupo de los tres primeros términos de esta ecuacion será

$$\begin{aligned} & (m-p-2)(m-p-3) \dots 1 A_{p+2} x^{p+2} \\ & + (m-p-1)(m-p-2) \dots 2 A_{p+1} x^{p+1} \\ & + (m-p)(m-p-1) \dots 3 A_p x^p \end{aligned}$$

« Si se deriva de nuevo  $p$  veces, la ecuacion se reducirá á

$$\begin{aligned} & (m-p-2)(m-p-3) \dots 1 (p+2)(p+1) \dots 3 A_{p+2} x^2 \\ & + (m-p-1)(m-p-2) \dots 2 (p+1) p \dots 2 A_{p+1} x \\ & + (m-p)(m-p-1) \dots 3 p (p-1) \dots 1 A_p = 0, \end{aligned}$$

ó, si se suprime el factor comun

$$\begin{aligned} & 2(m-p-2)(m-p-3) \dots 3p(p-1) \dots 3, \\ & (p+2)(p+1) A_{p+2} x^2 + 2(m-p-1) \\ & (p+1) A_{p+1} x + (m-p)(m-p-1) A_p = 0 \end{aligned}$$

« Pero, si la ecuacion propuesta tenia todas sus raices reales, sucedería lo mismo con todas las ecuaciones deducidas de ella, la última tendría, entonces, sus raices reales; luego, tendremos

$$(m-p-1)(p+1) A_{p+1}^2 > (m-p)(p+2) A_p A_{p+2}$$

ó

$$A_{p+1}^2 \frac{m-p-1}{p+2} : \frac{m-p}{p+1} > A_p A_{p+2};$$

pero

$$\frac{m-p-1}{p+2} \text{ y } \frac{m-p}{p+1}$$

son precisamente las fracciones que menciona la regla, y, si la desigualdad no es satisfecha, la ecuacion propuesta tiene al menos dos raices imaginarias.

« Esto es, mas ó menos, como se vé, la regla de de Gua, de otra manera demostrada, es verdad, pero no la de Newton, puesto que no se trata aquí de la série de los signos formados segun su regla. »

Asi pues, no por falta de investigadores ha quedado sin demostracion la regla de Newton. En cuanto á Horsley, hemos dicho ya que es probable que no conociese muy bien la regla, puesto que decia que Newton la habia demostrado.

El Sr. Marie operando sobre el mismo tema ha llegado á un resultado igual al que habia obtenido de Gua en su segunda memoria ya citada. Es este el mismo que encontró Euler y por un procedimiento casi idéntico en una memoria presentada á la Academia Petropolitana (1).

Prestemos un instante de atencion á la desigualdad

$$A_{p+1}^2 \frac{m-p-1}{p+2} : \frac{m-p}{p+1} > A_p A_{p+2} \quad (x)$$

Observaremos aquí con Terquem (2) que esta desigualdad debe existir siempre que la ecuacion no contenga mas que raices reales; pero que la recíproca no es cierta; es decir que puede una ecuacion tener raices imaginarias y, sin embargo, existir la desigualdad.

Sea, por ejemplo, la ecuacion

$$x^4 + 9x^3 + 30x^2 + 42x + 20 = 0$$

Las que podríamos llamar fracciones de Newton, como Marie, ó mas propiamente, quebrados, que son los de la forma

$\frac{m-p-1}{p+2} : \frac{m-p}{p+1}$ , son para esta ecuacion los números y si

$\frac{3}{8}, \frac{4}{9}, \frac{3}{8}$ , los colocamos debajo de los términos medios y procedemos

despues para cada tres términos consecutivos como lo indica la desigualdad (x), poniendo, además, debajo de cada término medio el signo — ó el signo + segun que los tres términos consecutivos cumplan ó no con la condicion de imaginariad, habremos procedido en un todo como lo indica la regla de Newton (1ª), con escepcion de la colocacion del signo + por debajo del primero y último término; pero es fácil darse cuenta, siguiendo el mismo procedimiento, cómo es que resultan dichos signos.

(1) *Novi Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, tomo XIII, pág. 105.

(2) *Nouv. Ann. de Mathématiques*, año 1813.

En efecto, si se considera que á la izquierda del primer término y á la derecha del último se escriben otros cuyos grados sean respectivamente una unidad mayor y una menor que los de ellos; que se les pone por coeficiente cero, con lo cual no habremos alterado la ecuacion dada, y que se les aplica en seguida la desigualdad ( $x$ ), claro está que el producto de los términos que vendrán á comprender ahora á los que antes eran los extremos, será cero, y por consiguiente el signo que deba colocarse debajo de dichos términos extremos de la ecuacion propuesta será  $+$ .

Tendremos entonces que el resultado de todas estas operaciones será el siguiente :

$$\begin{array}{cccccc} & & \frac{3}{8}, & & \frac{4}{9}, & & \frac{3}{8} \\ x^4 & + & 9x^3 & + & 30x^2 & + & 42x & + & 20 \\ +, & +, & +, & +, & +, & +, & +, & +, & + \end{array}$$

Así, en este ejemplo, para cualquiera de los grupos de tres términos consecutivos que se formen, la desigualdad ( $x$ ) subsiste, lo que nos indicará que la ecuacion propuesta no tiene raíces imaginarias, si es cierta la proposicion inversa. Resolviendo esta ecuacion se verá que tiene dos raíces imaginarias ( $3 + \sqrt{-1}$ ,  $3 - \sqrt{1}$ ), que comprueba lo que habíamos dicho mas antes; es decir, que la proposicion recíproca es falsa.

Es evidente que esto no está en contradiccion con lo que dice Marie: *siempre que la desigualdad no exista habrá por lo menos un par de raíces imaginarias.*

Como hemos dicho, nuestro proceder anterior es en un todo el conjunto de las operaciones que es necesario efectuar para aplicar la regla de Newton (1ª), lo que haria creer, á primera vista, que del resultado obtenido por Euler, de Gua y Marie se deduce inmediatamente dicha regla; pero se está aun muy distante de llegar á este fin. Falta explicar la razon por qué el número de variaciones de la série de signos, expresa, en muchos casos, el número de raíces imaginarias que tenga la ecuacion; ó lo que es lo mismo, falta comprender el criterio que ha llevado á Newton á semejante conclusion.

¿Sería lógico suponer que una vez llegado en la demostracion hasta la determinacion de los signos, la combinacion de ellos la hubiera deducido por la simple induccion? Es esta una cuestion algo difícil de interpretar.

Tiene relacion con este asunto por cuanto se refiere á la genera-

lidad ó modo de utilizar mas *in extenso* los resultados de de Gua, el siguiente párrafo de Marie (1) :

« En cuanto á la regla de de Gua, promovía una cuestion muy interesante pero sobre la cual no se sabia nada hasta aquí : ¿ si en una ecuacion, varios grupos de tres términos consecutivos son tales que el producto, por el cociente de las fracciones de Newton, del cuadrado del término medio, se encuentra menor que el producto de los extremos, las indicaciones suministradas se agregarán ? es decir, ¿ se puede afirmar que habrá tantos pares de raices imaginarias como grupos de tres términos consecutivos llenan la condicion ? »

Semejantes dudas no resisten al mas simple análisis.

En efecto, segun su autor, los tres términos consecutivos que se elijen de la ecuacion cuyo número de raices imaginarias se trata de saber, son completamente arbitrarias, y si la ecuacion de segundo grado á que se llega por el procedimiento que se ha indicado, cumple con la condicion de imaginariad de sus raices, la ecuacion propuesta tiene por lo menos dos raices imaginarias.

Ahora bien, si estos tres términos son completamente arbitrarios, supongamos que elejimos otros tres cualesquiera de la ecuacion dada ; llegaremos á otra ecuacion de segundo grado, la cual á su vez nos dirá si la ecuacion tiene por lo menos dos raices imaginarias. Procediendo de esta manera supongamos que hemos empleado todos los términos de la ecuacion, y que los hemos elejido de tal modo que los diferentes grupos formados no se diferencien entre sí mas que por un término, habremos obtenido entónces, siendo  $m$  el grado de la ecuacion,  $m-1$  grupos. En efecto, si elejimos los tres primeros, el grupo formado por el 2º, 3º y 4º será diferente del anterior ; habremos así empleado cuatro términos y constituido dos grupos ; nos quedarán todavia  $m+1-4 = m-3$  términos, y si los demas grupos los formamos haciendo avanzar de un lugar al grupo precedente, cada uno de los  $m-3$  términos restantes nos dará un grupo que agregado á los dos ya formados constituirán los  $m-1$  grupos expresados.

Supongamos, ahora, que cada una de las ecuaciones de segundo grado á que dá origen cada grupo, cumpla con las condiciones de imaginariad de sus raices, con lo que llegaremos á este resultado : siendo  $m-1$  los grupos, y debiendo haber para cada uno, por lo ménos, dos raices imaginarias, la ecuacion propuesta tendrá por lo

(1) Tomo V, pág. 201.

ménos  $2m - 2$  raíces imaginarias, lo que evidentemente es un absurdo, pues  $m$  es el grado de la ecuacion.

Luego, las indicaciones suministradas por la regla de de Gua no deberán agregarse; es decir, que no se puede afirmar que la ecuacion propuesta tenga tantas raíces imaginarias, como grupos de tres términos consecutivos cumplen con la condicion.

Aclaremos esto con un ejemplo, procediendo conforme lo indicamos en la página 106.

Sea la ecuacion

$$x^4 + 6x^3 + 14x^2 + 24x + 40 = 0,$$

hallaremos entonces

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{8}, & \frac{4}{9}, & \frac{3}{8} \\ x^4 + 6x^3 + 14x^2 + 24x + 40 \\ +, & -, & -, & -, & + \end{array}$$

Se encuentra, pues, esta ecuacion en el caso examinado anteriormente; es decir, cada uno de los  $m - 1 = 3$  grupos que se pueden formar, nos dice que la ecuacion propuesta tendrá, segun las indicaciones que ellos nos suministran, por lo menos dos raíces imaginarias por cada grupo; ó sea  $2(m - 1) = 2m - 2 = 6$  raíces imaginarias, por lo menos, en total; lo que es un absurdo.

\*  
\* \*

Pasaremos, ahora, á estudiar otra faz de la cuestion. Nos es ella sujerida por las palabras de Marie (1):

« Newton no produjo ninguna explicacion en apoyo de esta regla, que había caído en olvido porque sin duda, se la había creída absolutamente falsa. »

Creemos que antes de desechar por completo una regla, porque no se conoce su demostracion, debe llevársela á la práctica para ver si efectivamente es cierta; es decir debe comprobársela. ¿Han procedido de esta manera los que, segun Marie, echaron en olvido la regla de Newton? Este mismo autor se encarga de contestar, al creer que, si se la echó en olvido fué por suponérsela absolutamente falsa, lo que equivale á decir que efectivamente experimentaron con ella.

(1) Obra cit., Tom. V, pág. 198.

Hemos visto que la regla es imperfecta, y que los que se ocuparon de ella no han explicado aun la causa de esta imperfeccion. Verdad es que procedieron con tal objeto por la via abstracta, que no suele ser siempre muy fecunda en resultados, cuando no es acompañada por la observacion y la práctica, particularmente en la rama de las ciencias Matemáticas que nos ocupa : en el Algebra Superior.

Ensayemos explicar la imperfeccion que antes hemos puesto de manifiesto. Seguiremos para esto el camino que acabamos de indicar, pues creemos que en semejantes circunstancias, la observacion nos suministrará datos que podrán ser utilizados despues. Empezaremos, entónces, por aplicar la regla de Newton (1ª) á un cierto número de ecuaciones; pero con la condicion de no tener en cuenta el *feré* de la introduccion; y en tal suposicion diremos que falla cuando no dá el resultado que prevé.

1ª — Sea la ecuacion

$$x^8 - 4x^7 + 2x^6 - 6x^5 - 17x^4 + 46x^3 - 58x^2 + 84x - 48 = 0$$

Tendremos, aplicando la regla

$$\begin{array}{cccccccc} \frac{7}{16}, & \frac{12}{21}, & \frac{15}{24}, & \frac{16}{25}, & \frac{15}{24}, & \frac{12}{21}, & \frac{7}{16} \\ x^8 - 4x^7 + 2x^6 - 6x^5 - 17x^4 + 46x^3 - 58x^2 + 84x - 48 \\ +, & +, & -, & +, & +, & +, & -, & +, & + \end{array}$$

Como la série de signos presenta cuatro variaciones, diremos que la ecuacion tiene *cuatro* raices imaginarias. Para saber si es exacta ó nó esta indicacion, tendríamos que resolver la ecuacion. Haciéndolo así, hallaríamos que sus raices son

$$1, 1, 4, -2, \sqrt{-3}, -\sqrt{-3}, \sqrt{-2}, -\sqrt{-2}.$$

Luego, en esta ecuacion, el resultado previsto es exacto.

2ª — Sea la ecuacion

$$x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 6 = 0;$$

aplicando la regla, tendremos

$$\begin{array}{cccc} \frac{3}{8}, & \frac{4}{9}, & \frac{3}{8} \\ x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 6 \\ +, & +, & -, & -, & + \end{array}$$

Presenta dos variaciones la série de sus signos ; luego debe tener *dos* raíces imaginarias. En realidad, sus raíces son :

$$2, 3, \sqrt{-4}, -\sqrt{-4}.$$

3ª — Sea la ecuacion

$$x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 15x - 50 = 0;$$

se tendrá

$$\begin{array}{cccccc} \frac{3}{8}, & \frac{4}{9}, & \frac{3}{8}, & & & \\ x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 15x - 50 & & & & & \\ +, & +, & -, & -, & + & \end{array}$$

Las raíces de esta ecuacion son

$$2, -5, \sqrt{-5}, -\sqrt{-5}.$$

Conforme.

4ª — Sea

$$x^5 - x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 4x - 4 = 0;$$

se tendrá

$$\begin{array}{cccccc} \frac{2}{5}, & \frac{1}{2}, & \frac{1}{2}, & \frac{2}{5}, & & \\ x^5 - x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 4x - 4 & & & & & \\ +, & -, & +, & -, & -, & + \end{array}$$

Las raíces son

$$1, \sqrt{-2}, -\sqrt{-2}, \sqrt{-2}, -\sqrt{-2}.$$

Conforme.

5ª — Sea

$$x^6 - 5x^5 + 11x^4 - 25x^3 + 34x^2 - 20x + 24 = 0;$$

se tendrá

$$\begin{array}{cccccc} \frac{5}{12}, & \frac{8}{15}, & \frac{9}{16}, & \frac{8}{15}, & \frac{5}{12}, & \\ x^6 - 5x^5 + 11x^4 - 25x^3 + 34x^2 - 20x + 24 & & & & & \\ +, & -, & -, & -, & +, & -, & + \end{array}$$

Las raíces son

$$2, 3, \sqrt{-4}, -\sqrt{-4}, \sqrt{-4}, -\sqrt{-4}.$$

Conforme.

6ª — Sea

$$x^6 + 3x^5 - 2x^4 + 24x^3 - 65x^2 + 45x - 150 = 0;$$

se tendrá

$$\begin{array}{cccccc} \frac{5}{12}, & \frac{8}{15}, & \frac{9}{16}, & \frac{8}{15}, & \frac{5}{12} \\ x^6 + 3x^5 - 2x^4 + 24x^3 - 65x^2 + 45x - 150 \\ +, & +, & -, & +, & +, & -, & + \end{array}$$

Las raíces son

$$2, -5, \sqrt{-5}, -\sqrt{-5}, \sqrt{-3}, -\sqrt{-3}.$$

Conforme.

7ª — Sea

$$x^4 - 7x^3 + 14x^2 + 2x - 20 = 0;$$

se tendrá

$$\begin{array}{cccc} \frac{3}{8}, & \frac{4}{9}, & \frac{3}{8} \\ x^4 - 7x^3 + 14x^2 + 2x - 20 \\ +, & +, & +, & +, & + \end{array}$$

Las raíces son

$$2, -4, 3 + \sqrt{-4}, 3 - \sqrt{-4}.$$

La serie de signos nos indica que la ecuación propuesta no tiene ninguna raíz imaginaria.

En este ejemplo falla, por consiguiente, la regla.

8ª — Sea

$$x^3 - 7x^2 + 16x - 10 = 0;$$

se tendrá

$$\begin{array}{ccc} \frac{4}{3}, & \frac{4}{3} \\ x^3 - 7x^2 + 16x - 10 \\ +, & +, & +, & + \end{array}$$

Las raíces son

$$1, 3 + \sqrt{-4}, 3 - \sqrt{-4}.$$

Falla.

9ª — Sea

$$x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 12x + 20 = 0$$

se tendrá

$$\begin{array}{ccccccc} & \frac{3}{8}, & & \frac{4}{9}, & & \frac{3}{8} & \\ x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 12x + 20 & & & & & & \\ +, & +, & -, & -, & + & & \end{array}$$

Las raíces son

$$\sqrt{-2}, -\sqrt{-2}, 3 + \sqrt{-4}, 3 - \sqrt{-4}.$$

Falla

40ª — Sea

$$x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 12x + 15 = 0;$$

se tendrá

$$\begin{array}{ccccccc} & \frac{3}{8}, & & \frac{4}{9}, & & \frac{3}{8} & \\ x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 12x + 15 & & & & & & \\ +, & -, & -, & -, & + & & \end{array}$$

Las raíces son

$$2 + \sqrt{-4}, 2 - \sqrt{-4}, \sqrt{-3}, -\sqrt{-3}.$$

Falla.

41ª — Sea

$$x^6 - 4x^5 + 9x^4 - 16x^3 + 23x^2 - 12x + 15 = 0;$$

se tendrá

$$\begin{array}{cccccc} \frac{5}{12}, & \frac{8}{15}, & \frac{9}{16}, & \frac{8}{15} & \frac{5}{12} & \\ x^6 - 4x^5 + 9x^4 - 16x^3 + 23x^2 - 12x + 15 & & & & & \\ +, & -, & -, & -, & + & -, & + \end{array}$$

Las raíces son

$$2 + \sqrt{-4}, 2 - \sqrt{-4}, \sqrt{-3}, -\sqrt{-3}, \sqrt{-4}, -\sqrt{-4}.$$

Falla.

42ª — Sea

$$x^6 - 7x^5 + 14x^4 + 8x^3 - 60x^2 + 84x - 40 = 0;$$

se tendrá

$$\begin{array}{cccccc} \frac{5}{12}, & \frac{8}{13}, & \frac{9}{16}, & \frac{8}{15}, & \frac{5}{12} \\ x^5 - 7x^3 + 14x^4 + 8x^3 - 60x^2 + 84x - 40 \\ +, & +, & +, & +, & +, & +, & + \end{array}$$

Las raíces son

$$1, \quad -2, \quad 1 + \sqrt{-4}, \quad 1 - \sqrt{-4}, \quad 3 + \sqrt{-4}, \quad 3 - \sqrt{-4}.$$

Falla.

Con esta docena de ejemplos, tenemos lo suficiente para ver lo que ha sucedido con la regla. En los seis primeros, el resultado está de acuerdo con la indicación. Observaremos además que en todas las ecuaciones completas que hemos examinado, cuyas raíces eran reales é imaginarias, ó imaginarias solamente, de la forma  $\beta \sqrt{-4}$ ; es decir, que se encontraban en las condiciones de las de los seis primeros ejemplos, la regla se ha aplicado sin ninguna restricción. Luego, podemos, fundados en estos hechos de experiencia, concluir que la regla para estos casos es perfecta.

Pero esta conclusión empírica, si bien importante como medio de aproximarse al conocimiento de la causa de la imperfección, carece de ventajas prácticas, á causa de que no se puede conocer de antemano la forma de las raíces imaginarias.

Hasta ahora las ecuaciones consideradas han sido todas completas; nos queda que ver lo que pasa con las incompletas.

Aun cuando no se previene explícitamente el procedimiento á seguir en este caso, es fácil ver que será el ordinario; es decir, volver completa la ecuación.

En efecto, se dice en la regla que deben formarse las fracciones que tengan por numeradores respectivamente los números  $m, m-1, m-2 \dots 1$ , siendo  $m$  el grado de la ecuación; y por denominadores los mismos números tomados en orden inverso; el número de estas fracciones será, por consiguiente, uno menos que el de términos de la ecuación; y como en seguida debe dividirse cada una por la que la precede, resultará un número de cocientes que será una unidad menor que el número de fracciones; este número será, entonces,  $m-1$ , al paso que el de términos es  $m+1$ ; el número de fracciones es pues igual al de términos medios de la ecuación supuesta completa, y, por consiguiente, si la ecuación fuese incompleta para

que corresponda cada cociente á un término, será necesario completarla, porque sinó no se podría aplicar la regla.

13ª — Sea la ecuacion

$$x^6 - 4x^5 + 2x^3 - 17x^2 + 42x - 24 = 0;$$

se tendrá, completándola y aplicándole la regla

$$\begin{array}{cccccc} \frac{5}{12}, & \frac{8}{15}, & \frac{9}{16}, & \frac{8}{15}, & \frac{5}{12} \\ x^6 - 4x^5 \pm 0x^4 + 2x^3 - 17x^2 + 42x - 24 \\ +, & +, & +, & +, & +, & + \end{array}$$

Las raíces de esta ecuacion son

$$1, 1, 4, -2, \sqrt{-3}, -\sqrt{-3}.$$

Falla aquí la regla.

14ª — Sea

$$x^4 + 5x^2 + 6 = 0;$$

se tendrá

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{8}, & \frac{4}{9}, & \frac{3}{8} \\ x^4 \pm 0x^3 + 5x^2 \pm 0x + 6 \\ +, & -, & +, & -, & + \end{array}$$

Las raíces son

$$\sqrt{-2}, -\sqrt{-2}, \sqrt{-3}, -\sqrt{-3}.$$

Conforme.

15ª — Sea

$$x^4 - 9x^3 + 76x - 106 = 0;$$

se tendrá

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{8}, & \frac{4}{9}, & \frac{3}{8} \\ x^4 - 9x^3 \pm 0x^2 - 76x - 106 \\ +, & +, & +, & +, & + \end{array}$$

Las raíces son

$$2, 2, 8, -3.$$

Conforme.

16ª — Sea

$$x^6 - 14x^4 + 49x^2 - 36 = 0;$$

se tendrá

$$\begin{array}{cccccc} \frac{5}{42}, & \frac{8}{45}, & \frac{9}{16}, & \frac{8}{45}, & \frac{5}{12} & \\ x^6 \pm 0x^5 - 14x^4 \pm 0x^3 + 49x^2 \pm 0x - 36 & & & & & \\ +, & +, & +, & +, & +, & + \end{array}$$

Las raíces son

$$1, 2, 3, -1, -2, -3.$$

Conforme.

17ª — Sea

$$x^5 - 2x^2 - 9x - 6 = 0;$$

se tendrá

$$\begin{array}{cccc} \frac{2}{5}, & \frac{1}{2}, & \frac{1}{2}, & \frac{2}{5} \\ x^5 \pm 0x^4 \pm 0x^3 - 2x^2 - 9x - 6 & & & \\ +, & \pm, & \pm, & +, +, + \end{array}$$

Las raíces son

$$2, -1, -1, \sqrt{-3}, -\sqrt{-3}.$$

Se nos presentan en este ejemplo dos soluciones, según la combinación que hagamos con los signos de las dos ambigüedades; una que satisfaciendo á la regla nos dá *dos* como número de raíces imaginarias que debe tener la ecuación; y la otra, según la cual falla, que nos dá *cero* para dicho número. En vista, pues, de este resultado, decimos, que la regla falla.

Tomaremos como ejemplo de ecuaciones que dan el mismo resultado, la siguiente :

18ª —

$$x^4 - 6x^3 + 18x^2 - 24x + 16 = 0;$$

se tendrá

$$\begin{array}{cccc} \frac{3}{8}, & \frac{4}{9}, & \frac{3}{8} & \\ x^4 - 6x^3 + 18x^2 - 24x + 16 & & & \\ +, & -, & \pm, & -, + \end{array}$$

Las raíces son

$$2 + \sqrt{-2}, \quad 2 - \sqrt{-2}, \quad 4 + \sqrt{-4}, \quad 4 - \sqrt{-4}.$$

Diremos, también, que falla la regla en esta ecuación.

Hemos sacado, ya, una consecuencia, fundados en hechos experimentales, y podemos ahora sacar otra, quizá mas importante.

Se habrá podido observar en todas las ecuaciones este hecho notable: en ninguna de ellas — y agregaremos que en ninguna de todas las que hemos examinado — el número de variaciones de la série de signos ha sobrepasado al número de raíces imaginarias que tenia la ecuacion considerada; luego, podemos decir:

*El número de variaciones que indica la série de signos obtenidos por medio de la regla de Newton (1ª) nunca es mayor que el número de raíces imaginarias que tenga la ecuacion; es decir, que dicho número es un límite inferior del número de raíces imaginarias.*

Es evidente que en la enunciacion de esta ley, está implícitamente dicho, que cuando, como en las ecuaciones 17ª y 18ª, tuviésemos varios límites, elijiríamos siempre el mas pequeño como límite inferior.

Nuestro objeto en las ecuaciones anteriores, era buscar por via práctica, la causa de la imperfeccion de la regla de Newton, y en tal sentido, dicha causa existe comprendida en nuestra conclusion anterior. En efecto, si en la regla se hubiera puesto á su final, en lugar de: *la ecuacion tendrá tantas raíces imaginarias como cambios de signo se encuentren*, esto otro: *la ecuacion tendrá, á lo ménos, tantas raíces imaginarias como cambios de signo se encuentren*, no habria fallado nunca. Haremos ver mas tarde que esta causa, determinada empíricamente, es perfectamente cierta.

\*  
\* \*

Volvamos á considerar las ecuaciones anteriores y examinémoslas bajo otro punto de vista.

Teniamos en la primera ecuacion

$$x^8 - 4x^7 + 2x^6 - 6x^5 - 17x^4 + 46x^3 - 58x^2 + 84x - 48$$

+, +, -, +, +, +, -, +, +

Las raíces de estª ecuacion son

$$4, 4, 4, -2, \sqrt{-3}, -\sqrt{-3}, \sqrt{-2}, -\sqrt{-2}$$

Llamemos, como en la regla segunda, variacion-permanencia al conjunto de la variacion y de la permanencia que presenten, respectivamente, los signos de dos términos de la ecuacion propuesta y los de la série inferior que se encuentren por debajo de los anteriores; y doble permanencia, cuando los signos de dos términos de la ecuacion

cion presenten una permanencia, lo mismo que los correspondientes de la série.

En virtud de esto, y observando la ecuacion que nos sirve de ejemplo, vemos que presenta tres variaciones permanencias, y una doble permanencia, que son respectivamente su número de raíces reales positivas, y de raíces reales negativas.

Si hacemos la misma observacion en las ecuaciones 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup> y 6<sup>a</sup> veremos que en todas ellas se verifica que el número de raíces reales positivas es igual al número de variaciones-permanencias, y el de raíces reales negativas, igual al de dobles permanencias.

Siguiendo con las otras ecuaciones, observamos que en cualquiera de ellas el número de raíces reales positivas no es mayor que el de variaciones-permanencias, y que el de raíces reales negativas tampoco es mayor que el de dobles permanencias; cualesquiera que sean, por otra parte, los signos que se tomen de las ambigüedades superiores, teniendo siempre cuidado, conforme á lo que mas antes hemos dicho, de tomar los signos de las ambigüedades inferiores de modo que resulte para las raíces imaginarias, el límite menor de todos los que se podrian obtener. Estas observaciones las podemos enunciar mas brevemente así :

*El número de las variaciones-permanencias es un límite superior del número de las raíces reales positivas; y el de dobles permanencias es un límite superior del número de raíces reales negativas.*

En vista de los resultados á que hemos llegadó, podemos formular sobre las bases de la regla de Newton (1<sup>o</sup>), modificándola, como hemos propuesto, para las raíces imaginarias, y agregándole la anterior conclusion para las raíces reales, la siguiente :

*Fórmense las fracciones que tengan por denominadores los números enteros 1, 2, 3, 4, . . . hasta el grado de la ecuacion, y por denominadores los mismos números tomados en orden inverso; divídase cada fraccion por la precedente y colóquense los cocientes por encima de los términos medios de la ecuacion; en seguida, si el producto del cuadrado del coeficiente de un término por la fraccion escrita por encima de él es superior al producto de los coeficientes de los términos que lo comprenden, póngase por debajo de este término el signo +, y en el caso contrario el signo —; escribáse, además, el signo + por debajo de cada uno de los términos extremos; el número de variaciones-permanencias que ofrezcan los signos de los términos de la ecuacion y los correspondientes escritos por debajo, será un límite superior del número de raíces reales positivas; el de las dobles permanencias dará*

un límite superior del número de raíces reales negativas; y el de las variaciones de los signos inferiores dará un límite inferior del número de raíces imaginarias.

Como se vé, esta regla es hasta ahora puramente empírica, y si se la compara con la *segunda*, se observará una grandísima semejanza en la forma. Este hecho nos lleva á compararlas en el terreno de la práctica, con el objeto de ver qué diferencia existe entre los resultados previstos por cada una de ellas.

Pero antes de toda aplicacion veamos cómo se deduce la regla segunda del teorema de Sylvester.

Todhunter<sup>(1)</sup> dice :

« Lo que sigue es el teorema del Profesor Sylvester.

« Sea la funcion  $f(x + \lambda)$  ordenada segun las potencias de  $x$ ; si se forma la série de los elementos cuadrados, y al número de las dobles permanencias se llama el número de las dobles permanencias debidas á  $\lambda$ , y se las designa por  $\tilde{\omega}(\lambda)$ . De la misma manera, al número de las dobles permanencias para  $f(x + \mu)$  se llama el número de las dobles permanencias, debidas á  $\mu$ , y se las designa por  $\tilde{\omega}(\mu)$ . Si se supone  $\mu$  mayor que  $\lambda$ ; entonces  $\tilde{\omega}(\mu) - \tilde{\omega}(\lambda)$  es igual al número de las raíces de la ecuacion  $f(x) = 0$  comprendidas entre  $\lambda$  y  $\mu$ , ó sobrepasa á este número por cualquier número entero par.

« Antes de demostrar este teorema, mostraremos que incluye la regla de Newton.

« Si se pone 0 por  $\mu$  y  $-x$  por  $\lambda$ , tenemos  $\tilde{\omega}(-x) = 0$ , porque cuando  $\lambda$  es  $-x$ , los elementos simples de  $f(x + \lambda)$  son alternativamente positivos y negativos, y no puede haber, por consiguiente, dobles permanencias.

« Así  $\tilde{\omega}(0) = \tilde{\omega}(0) - \tilde{\omega}(-x)$ .

« Luego, por el teorema que antecede,  $\tilde{\omega}(0)$  es igual al número de las raíces de la ecuacion  $f(x) = 0$  comprendidas entre  $-x$  y 0, ó sobrepasa á este número por cualquier entero par. Esto establece la primera parte de la regla de Newton, de la cual se siguen las otras. »

#### ESTUDIO COMPARATIVO DE LAS REGLAS SEGUNDA Y TERCERA

Para comparar la *regla segunda* con la que acabamos de dar, que la llamaremos *tercera*, apliquémosla á los mismos ejemplos que esta. Tomaremos las ecuaciones ya consideradas.

(1) Obra cit. pág. 221.

1ª —

$$x^8 - 4x^7 + 2x^6 - 6x^5 - 17x^4 + 46x^3 - 58x^2 + 84x - 48 = 0$$

Las series de los elementos simples y cuadrados son :

$$1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{14}, -\frac{3}{28}, -\frac{17}{70}, \frac{23}{28}, -\frac{29}{14}, \frac{21}{2}, -48$$

$$+, +, -, +, +, +, -, +, +$$

Está demas advertir que basta escribir solamente los signos de estos últimos elementos.

Para facilitar la comparacion entre los resultados, colocaremos tambien aqui los de la tercera.

	<b>2.</b>	<b>3.</b>
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	3	3
» » » » neg.....	1	1
» inf. » rai. imag.....	4	4

2ª —

$$x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 6 = 0$$

Série de los elementos simples y cuadrados

$$1, -\frac{5}{4}, \frac{7}{6}, -\frac{5}{4}, 6$$

$$+, +, -, -, +$$

	<b>2.</b>	<b>3.</b>
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	2	2
» » » » neg.....	0	0
» inf. » rai. imag.....	2	2

3ª —

$$x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 15x - 50 = 0$$

Série de los elementos simples y cuadrados

$$1, \frac{3}{4}, -\frac{5}{6}, \frac{15}{4}, -50$$

$$+, +, -, -, +$$

	<b>2.</b>	<b>3.</b>
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	1	1
» » » » negat....	1	1
» inf. » rai. imag.....	2	2

4ª —

$$x^5 - x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 4x - 4 = 0$$

Série de los elementos simples y cuadrados

$$1, \quad -\frac{4}{5}, \quad \frac{2}{5}, \quad -\frac{2}{5}, \quad \frac{4}{5}, \quad -4$$

$$+, \quad -, \quad +, \quad -, \quad -, \quad +,$$

	<b>2.</b>	<b>3.</b>
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	1	1
» » » » neg.....	0	0
» inf. » rai. imag.....	4	4

5ª —

$$x^6 - 5x^5 + 11x^4 - 25x^3 + 34x^2 - 20x + 24 = 0$$

Série de los elementos simples y cuadrados

$$1, \quad -\frac{5}{6}, \quad \frac{11}{15}, \quad -\frac{25}{20}, \quad \frac{34}{15}, \quad -\frac{10}{3}, \quad 24$$

$$+, \quad -, \quad -, \quad -, \quad +, \quad -, \quad +$$

	<b>2.</b>	<b>3.</b>
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	2	2
» » » » neg.....	0	0
» inf. » rai. imag.....	4	4

6ª —

$$x^6 + 3x^5 - 2x^4 + 24x^3 - 65x^2 + 45x - 150 = 0$$

Série de los elementos simples y cuadrados

$$1, \quad \frac{4}{2}, \quad -\frac{2}{15}, \quad \frac{6}{5}, \quad -\frac{13}{3}, \quad \frac{45}{2}, \quad -150$$

$$+, \quad +, \quad -, \quad +, \quad +, \quad -, \quad +$$

	<b>2.</b>	<b>3.</b>
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	1	1
» » » » neg.....	1	1
» inf. » rai. imag.....	4	4

7ª —

$$x^4 - 7x^3 + 14x^2 + 2x - 20 = 0$$

Série de los elementos simples y cuadrados

$$1, \quad -\frac{7}{4}, \quad \frac{7}{3}, \quad \frac{1}{2}, \quad -20,$$

$$+, \quad +, \quad +, \quad +, \quad +$$

	<b>2.</b>	<b>3.</b>
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	3	3
» » » » neg.....	1	1
» inf. » rai. imag.....	0	0

8ª —

$$x^3 - 7x^2 + 16x - 10 = 0$$

Série de los elementos simples y cuadrados :

$$1, -\frac{7}{3}, \frac{16}{3}, -10$$

$$+, +, +, +$$

	<b>2ª</b>	<b>3ª</b>
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	1	1
» » » » neg.....	2	2
» inf. » rai. imag.....	0	0

9ª —

$$x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 12x + 20 = 0$$

Série de los elementos simples y cuadrados :

$$1, -\frac{3}{2}, 2, -3, 20$$

$$+, +, -, -, +$$

	<b>2ª</b>	<b>3ª</b>
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	0	0
» » » » neg.....	2	2
» inf. » rai. imag.....	2	2

10ª —

$$x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 12x + 15 = 0$$

Série de los elementos simples y cuadrados :

$$1, -1, \frac{4}{3}, -3, 15$$

$$+, -, -, -, +$$

	<b>2ª</b>	<b>3ª</b>
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	0	0
» » » » neg.....	2	2
» inf. » rai. imag.....	2	2

11ª —

$$x^6 - 4x^5 + 9x^4 - 16x^3 + 23x^2 - 12x + 15 = 0$$

Série de los elementos simples y cuadrados :

$$1, -\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, -\frac{4}{5}, \frac{23}{15}, -2, 15$$

$$+, -, -, -, +, -, +$$

	<b>2<sup>a</sup></b>	<b>3<sup>a</sup></b>
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	0	0
» » » » neg.....	2	2
» inf. » rai. imag.....	4	4

12<sup>a</sup> —

$$x^6 - 7x^5 + 14x^4 + 8x^3 - 60x^2 + 84x - 40 = 0$$

Série de los elementos simples y cuadrados:

$$1, \quad -\frac{7}{6}, \quad \frac{14}{15}, \quad \frac{2}{5}, \quad -4, \quad 16, \quad -40$$

$$+, \quad +, \quad +, \quad +, \quad +, \quad +, \quad +$$

	<b>2<sup>a</sup></b>	<b>3<sup>a</sup></b>
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	1	1
» » » » neg.....	5	5
» inf. » rai. imag.....	0	0

13<sup>a</sup> —

$$x^6 - 4x^5 \pm 0x^4 + 2x^3 - 17x^2 + 42x - 24 = 0$$

Série de los elementos simples y cuadrados:

$$1, \quad -\frac{2}{3}, \quad \pm 0, \quad \frac{1}{10}, \quad -\frac{17}{15}, \quad 7, \quad -24$$

$$+, \quad +, \quad +, \quad +, \quad +, \quad +, \quad +$$

Hemos completado la ecuacion, como lo haremos siempre, por el espíritu mismo de la regla, que no prevé esplicitamente el caso de las ecuaciones incompletas; es decir, que es establecida para cualquier valor que tengan los coeficientes de la ecuacion dada.

Cualquiera que sea el signo que se tome de la ambigüedad, se tendrá

	<b>2<sup>a</sup></b>	<b>3<sup>a</sup></b>
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	5	5
» » » » neg.....	1	1
» inf. » rai. imag.....	0	0

14<sup>a</sup> —

$$x^4 \pm 0x^3 + 5x^2 \pm 0x + 6 = 0$$

Série de los elementos simples y cuadrados:

$$1, \quad \pm 0, \quad \frac{5}{6}, \quad \pm 0, \quad 6$$

$$+, \quad -, \quad +, \quad - \quad +$$

	2°	3°
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	0	0
» » » » neg.....	0	0
» inf. » rai. imag.....	4	4

15ª —

$$x^4 - 9x^3 \pm 0x^2 + 76x - 406 = 0$$

Série de los elementos simples y cuadrados:

$$4, \quad -\frac{9}{4}, \quad \pm 0, \quad 49, \quad -106$$

$$+, \quad +, \quad +, \quad +, \quad +$$

Sea que se tome el signo + ó el signo — de la ambigüedad, se tendrá

	2°	3°
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	3	3
» » » » neg.....	1	1
» inf. » rai. imag.....	0	0

16ª —

$$x^6 \pm 0x^5 - 44x^4 \pm 0x^3 + 49x^2 \pm 0x - 36 = 0$$

Série de los elementos simples y cuadrados:

$$4, \quad \pm 0, \quad -\frac{44}{15}, \quad \pm 0, \quad \frac{49}{15}, \quad \mp 0, \quad -36$$

$$+, \quad +, \quad +, \quad +, \quad +, \quad +, \quad +$$

	2°	3°
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	3	3
» » » » neg.....	3	3
» inf. » rai. imag.....	0	0

17ª —

$$x^5 \pm 0x^4 \pm 0x^3 - 2x^2 - 9x - 6 = 0$$

Série de los elementos simples y cuadrados:

$$4, \quad \pm 0, \quad \pm 0, \quad -\frac{1}{3}, \quad -\frac{9}{3}, \quad -6$$

$$+, \quad \pm, \quad \pm, \quad +, \quad +, \quad +$$

	2°	3°
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	1	1
» » » » neg.....	4	4
» inf. » rai. imag.....	0	0

	<b>2°</b>	<b>3°</b>
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	3	2
» » » » neg. ....	2	2
» inf. » rai. imag.....	0	0

18ª —

$$x^4 - 6x^3 + 18x^2 - 24x + 16 = 0$$

Série de los elementos simples y cuadrados :

$$1, \quad -\frac{3}{2}, \quad 3, \quad -6, \quad 16$$

$$+, \quad - \quad \pm, \quad - \quad +$$

	<b>2°</b>	<b>3°</b>
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	2	2
» » » » neg.....	0	0
» inf. » rai. imag.....	2	2

Vemos, por todo lo que precede, que la *regla tercera* dá los mismos resultados que la *segunda*; pero se diferencia de esta en que no tiene mayor fuerza que la que le puede suministrar una verdad empírica, cuya autoridad, tratándose de matemáticas puras, es, puede decirse, nula. Vamos, ahora, á darle el carácter de verdad científica, de cuya única manera podrá entrar en el antro riguroso de dichas ciencias.

Sean  $c_p, c_{p+1}, c_{p+2}$  los coeficientes de tres términos consecutivos de una cierta ecuacion de grado  $m$ . Si aplicamos á esta ecuacion la *regla tercera*, tenemos que formar los valores

$$c_{p+1}^2 \frac{m - p - 1}{p + 2} : \frac{m - p}{p + 1}, c_p c_{p+2}$$

cuando llegemos al término cuyo coeficiente es  $c_{p+1}$ . Si se verifica la desigualdad

$$c_{p+1}^2 \frac{m - p - 1}{p + 2} : \frac{m - p}{p + 1} > c_p c_{p+2} \tag{\alpha}$$

debemos colocar por debajo del término expresado, el signo + ; y en el caso contrario, el signo —.

Sabemos que para aplicar á esta misma ecuacion y en los términos elejidos, la *regla segunda*, tenemos que formar el elemento cuadrado

$$A_{p+1} = a_{p+1}^2 - a_p a_{p+2} \tag{\beta}$$

Ahora bien, los elementos simples  $a_p, a_{p+1}, a_{p+2}$ , se obtienen

dividiendo cada uno de los coeficientes  $c_p, c_{p+1}, c_{p+2}$  por el número de productos diferentes que se pueden formar con  $m$  elementos, haciendo entrar en cada producto, respectivamente,  $p, p+1, p+2$  elementos; de suerte que se tendrá

$$a_p = \frac{c_p}{\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p}{m(m-1)\dots(m-p+1)}} = c_p \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p}{m(m-1)\dots(m-p+1)}$$

$$a_{p+1} = \frac{c_{p+1}}{\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (p+1)}{m(m-1)\dots(m-p)}} = c_{p+1} \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (p+1)}{m(m-1)\dots(m-p)}$$

$$a_{p+2} = \frac{c_{p+2}}{\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (p+2)}{m(m-1)\dots(m-p-1)}} = c_{p+2} \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (p+2)}{m(m-1)\dots(m-p-1)}$$

Sustituyendo en ( $\beta$ ), se tiene

$$A_{p+1} \left[ c_{p+1} \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (p+1)}{m(m-1)\dots(m-p)} \right]^2 - c_p \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p}{m(m-1)\dots(m-p+1)} c_{p+2} \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (p+2)}{m(m-1)\dots(m-p-1)}$$

de donde resulta, que, según que  $A_{p+1}$  sea positivo ó negativo, se deberá ó nó verificar la desigualdad

$$\left[ c_{p+1} \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (p+1)}{m(m-1)\dots(m-p)} \right]^2 > c_p \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p}{m(m-1)\dots(m-p+1)} c_{p+2} \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (p+2)}{m(m-1)\dots(m-p-1)}$$

Sacamos de aquí:

$$c_{p+1}^2 \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (p+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p} \cdot \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (p+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (p+2)} \frac{m(m-1)\dots(m-p+1)}{m(m-1)\dots(m-p)} \frac{m(m-1)\dots(m-p-1)}{m(m-1)\dots(m-p)} > c_p c_{p+2}$$

que simplificado, dá

$$c_{p+1}^2 \frac{p+1}{p+2} \cdot \frac{m-p-1}{m-p} > c_p c_{p+2};$$

ó lo que es lo mismo,

$$c_{p+1}^2 \frac{m-p-1}{p+2} : \frac{m-p}{p+1} > c_p c_{p+2} \quad (\gamma)$$

Comparando esta desigualdad con la ( $\alpha$ ), vemos que son perfectamente idénticas.

Pero la ( $\alpha$ ) es el resultado de un hecho de experiencia; la ( $\gamma$ ) es una consecuencia de una verdad matemática; luego, la certeza de las conclusiones de esta se las apropia la *regla tercera*, con la cual adquiere toda la autoridad de una verdad científica, que es lo que nos proponíamos demostrar.

La identidad de estas dos desigualdades nos dice, además, que las dos reglas darán siempre el mismo resultado.

Llega ahora el momento oportuno de juzgar las palabras de Marie á este respecto. Dice en la página 202, tomo V: « En cuanto á la regla de Newton ó de Campbell, ha sido reproducida, hace algunos años, por M. Sylvester, con algunas modificaciones. Bien entendido que la regla de M. Sylvester no dá mas que un límite inferior del número de raíces imaginarias ».

Es esta, en verdad, la relacion que liga á las dos reglas en su parte comun: la segunda es una reproduccion y una modificacion de la primera. Es una *reproduccion* por cuanto las desigualdades de la forma ( $\alpha$ ) se deducen por vía de *transformacion* de las de forma ( $\beta$ ), lo que no altera en nada la esencia de la regla; y es una *modificacion*, porque el resultado que indica la segunda es una *restriccion* del de la *primera*, segun lo hemos hecho notar antes.

Pero al decir que una regla ha sido reproducida, se tiene la idea que (es operando sobre ella ó reconociéndola como fundamento de las investigaciones, que se dá otra nueva, por lo cual observaremos que la reproduccion y modificacion, si bien existe, como lo acabamos de hacer ver, es tan solo indirectamente, por cuanto, segun el sentido estricto de las palabras, seria necesario que se hubiera trabajado sobre la primera, ó al menos que se la hubiera tenido en cuenta al enunciar la segunda, lo que no se ha hecho evidentemente, segun las reflexiones que mas antes hemos apuntado. Tal cosa puede decirse sí, y legítimamente, de la *regla tercera*.

De todo este análisis resulta que se comete un error al afirmar que la regla de Newton todavia no ha sido demostrada, porque siendo perfecta despues de la limitacion, y teniendo así su demostracion, era imperfecta antes de tal modificacion y por consiguiente indemostrable.

\*  
\* \*

Debemos, ahora, comparar estas reglas bajo otro punto de vista, para poner de manifiesto la superioridad práctica de la *tercera*.

Es cosa sabida que los procedimientos con que en el Algebra Superior se alcanza la resolucion numérica de las ecuaciones, son en extremo engorrosos; reputamos, por consiguiente, como de verdadera importancia, en esta ciencia, todo procedimiento que abrevie notablemente el camino á recorrer para llegar á tal

resultado. Vamos, entónces, á poner en evidencia que la *regla tercera* se encuentra en este caso con respecto á la *segunda*. Las operaciones que, para su aplicacion, hay que efectuar con esta, son :

- (a) 1ª — *Formacion de los elementos simples*;  
 2ª — *Formacion de los elementos cuadrados*.

Con la *regla tercera* :

- (b) 1ª — *Formacion de los quebrados de Newton*.  
 2ª — *Formacion de los cocientes de Newton*;  
 3ª — *Formacion de los que llamaremos elementos definitivos, que son análogos á los cuadrados de la segunda*.

A primera vista parece que la *segunda* debe ser mas breve que la *tercera*, por exigir una operacion menos. Nos proponemos demostrar, sin embargo, que sucede lo contrario.

Empezaremos para esto por analizar cada una de las operaciones

(a) 1ª — Segun hemos visto ya, si se representa por  $c_p$  un coeficiente, y por  $m$  el grado de la ecuacion propuesta, la expresion general de un elemento simple será

$$a_p = \frac{c_p}{\frac{m(m-1)\dots(m-p+1)}{1.2.3\dots p}} = c_p \frac{1.2.3\dots p}{m(m-1)\dots(m-p+1)}$$

Habrá, entonces, que efectuar, para obtener un elemento simple, un número de multiplicaciones igual al doble del número de términos que anteceden al elemento que se quiere formar. No hacemos mencion de la division porque generalmente quedará indicada, á causa de ser inexacta la mayor parte de las veces.

2ª — Siendo el elemento cuadrado correspondiente de la forma

$$A_p = a_p^2 - a_{p-1} a_{p+1}$$

exigirá, para su formacion, tres operaciones : dos de multiplicacion y una de resta.

En resumen, para determinar el signo correspondiente al término de orden  $p + 1$ , el total de operaciones á efectuar, será

$$2p + 3$$

(b) 1ª — Atendiendo á la significacion que damos á la expresion *operaciones á efectuar*; para la formacion de los quebrados no

habrá que efectuar ninguna operacion, á consecuencia de que la division que ellos indican no se efectúa.

2ª — Para el término de orden  $p + 1$ , que es cualquiera, la forma general de los cocientes de Newton será

$$a_p = \frac{m - p}{p + 1} : \frac{m - p + 1}{p}$$

que es una division de dos quebrados, luego es *una* operacion á efectuar.

3ª — Para el mismo término, la forma general del elemento definitivo es

$$A_p = c_p^2 \cdot a_p - c_{p-1} c_{p+1}$$

que exige para su formacion cuatro operaciones.

En resúmen, para determinar el signo correspondiente al término de orden  $p + 1$ , el total de operaciones á efectuar será *cinco*.

Resulta de aquí, que la aplicacion de la regla *tercera* que aparentemente exige mas operaciones, necesita, por el contrario, un número que puede ser considerablemente menor.

En efecto, el número de operaciones que exige la segunda estando representado por  $2p + 3$  será variable segun el grado de la ecuacion y segun el orden del término considerado siendo para las ecuaciones de grado muy elevado, bastante crecido el número de las operaciones á efectuar. Su menor valor tendrá lugar para cuando se trate de determinar el signo correspondiente al segundo término, en cuyo caso será *cinco*, pues entonces  $p = 1$ . Este número es precisamente el que exige la *regla tercera* para cualquiera que sea el grado de la ecuacion, y cualquiera que sea el término considerado.

Nos parece que esta ventaja es de indiscutible importancia, dada la índole de los métodos empleados en el Algebra Superior. Un ejemplo la pondrá más en evidencia.

Supongamos tener una ecuacion del noveno grado y que queremos determinar el signo correspondiente al término de orden octavo. El número de operaciones á efectuar, será, por la regla segunda

$$2p + 3 = 2 \cdot 7 + 3 = 17;$$

mientras que por la *tercera* solo es *cinco*.

Observemos que si se trata de la regla segunda no hay necesidad de formar todos los divisores de los coeficientes; basta

solo con un número igual á  $\frac{m}{2}$  si el grado  $m$  de la ecuacion es par, ó igual á  $\frac{m-1}{2}$  si  $m$  es impar, pues dichos divisores por ser los coeficientes del desarrollo del binomio, serán iguales entre sí los equidistantes de los extremos.

En la aplicacion de la regla tercera, como el número de coeficientes es igual á  $m-1$  bastará formar  $\frac{m}{2}$  si  $m$  es par, y  $\frac{m-1}{2}$  si  $m$  es impar, pues los cocientes equidistantes de los extremos son iguales, como es fácil verlo. En efecto, si se considera el término de orden  $p+1$ , el equidistante del otro extremo será de orden  $m-p+1$ ; pero el cociente correspondiente al primero es

$$\frac{m-p}{p+1} : \frac{m-p+1}{p}; \quad (a)$$

el correspondiente al segundo

$$\frac{m-(m-p+1-1)}{m-p+1} : \frac{m-(m-p+1-2)}{m-p},$$

ó sea

$$\frac{p}{m-p+1} : \frac{p+1}{m-p},$$

que se puede poner bajo la forma

$$\frac{m-p}{p+1} : \frac{m-p+1}{p}$$

que es la (a).

Acabamos de ver que el cociente correspondiente al término de orden  $p+1$  es

$$\frac{m-p}{p+1} : \frac{m-p+1}{p}$$

ó sea

$$\frac{(m-p) \cdot p}{(m-p+1)(p+1)} \quad (d)$$

Por otra parte, el grupo de los tres términos consecutivos que tiene por término medio al de orden  $p+1$ , es

$$c_{p-1}x^{m-p+1}, \quad c_p x^{m-p}, \quad c_{p+1}x^{m-p-1};$$

y si se examina el valor (d), vemos que está constituido de la

siguiente manera: el numerador es el producto del exponente de la incógnita en el término medio por el índice de su coeficiente; y el denominador, el producto del exponente de la incógnita en el término anterior por el índice del coeficiente siguiente. Es esta la ley de formación de los cocientes de Newton; pero no es conveniente usarla bajo este enunciado, á causa de que al darse una ecuación numérica no aparecerán los coeficientes con índices; sinó que observando que el índice del coeficiente del término medio indica el número de términos que le anteceden, y que el índice del coeficiente del término siguiente es el número de órden del término medio, podemos enunciar del modo que sigue, la ley de formación de estos cocientes.

*El cociente correspondiente á un cierto término se obtiene, multiplicando el exponente de la incógnita en el término considerado, por el número de términos que lo preceden, y dividiendo el producto, por el de multiplicar el exponente de la incógnita en el término anterior por el número de órden del término considerado.*

Haremos, ahora, otras consideraciones respecto á los cocientes de Newton, que vienen á poner mas en evidencia la ventaja práctica de la *regla tercera*, sobre la que se atribuye á Newton.

La formación de estos cocientes, así como la de los elementos simples, es uno de los puntos capitales en la aplicación de las reglas; estos, como se obtienen dividiendo cada coeficiente de la ecuación por el término correspondiente del desarrollo  $(1 + 1)^n$ , serán variables de ecuación en ecuación, aun cuando el grado permanezca el mismo; mientras que aquellos, no dependiendo absolutamente de dichos coeficientes, serán constantemente los mismos, cualquiera que sea la ecuación con tal que su grado no varíe.

Es esta una ventaja sobre cuya importancia, como utilidad práctica, no hay nada que decir.

En virtud de lo que acabamos de exponer será fácil escribir inmediatamente los cocientes correspondientes á una ecuación, en cuanto se sepa su grado.

Estos cocientes son:

Para las ecuaciones:

$$\text{De 2º grado:} \quad \frac{1}{4}$$

$$\text{De 3º grado:} \quad \frac{2}{6}, \frac{2}{6}$$

ó	$\frac{1}{3}, \frac{1}{3}$
De 4° grado :	$\frac{3}{8}, \frac{4}{9}, \frac{3}{8}$
De 5° grado :	$\frac{4}{10}, \frac{6}{12}, \frac{6}{12}, \frac{4}{10}$
ó	$\frac{2}{5}, \frac{4}{2}, \frac{4}{2}, \frac{2}{5}$
De 6° grado :	$\frac{5}{12}, \frac{8}{15}, \frac{9}{16}, \frac{8}{15}, \frac{5}{12}$
De 7° grado :	$\frac{6}{14}, \frac{10}{18}, \frac{12}{20}, \frac{12}{20}, \frac{10}{18}, \frac{6}{14}$
ó	$\frac{3}{7}, \frac{5}{9}, \frac{3}{5}, \frac{3}{5}, \frac{5}{9}, \frac{3}{7}$
De 8° grado :	$\frac{7}{16}, \frac{12}{21}, \frac{15}{24}, \frac{16}{25}, \frac{15}{24}, \frac{12}{21}, \frac{7}{16}$
ó	$\frac{7}{16}, \frac{4}{7}, \frac{5}{8}, \frac{16}{25}, \frac{5}{8}, \frac{4}{7}, \frac{7}{16}$
De 9° grado :	$\frac{8}{18}, \frac{14}{24}, \frac{18}{28}, \frac{20}{30}, \frac{20}{30}, \frac{18}{28}, \frac{14}{24}, \frac{8}{18}$
ó	$\frac{4}{9}, \frac{7}{12}, \frac{9}{14}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{9}{14}, \frac{7}{12}, \frac{4}{9}$
De 10° grado :	$\frac{9}{20}, \frac{16}{27}, \frac{21}{32}, \frac{24}{35}, \frac{25}{36}, \frac{24}{35}, \frac{21}{32}, \frac{16}{27}, \frac{9}{20}$
:	:
:	:
:	:
:	:
:	:
:	:
:	:
:	:
:	:

Pero por una observacion anterior bastará únicamente recordar  $\frac{m}{2}$  ó  $\frac{m-1}{2}$  de estos cocientes, segun que la ecuacion sea de grado par ó de grado impar.

*Otra manera de formar los cocientes.* — Haremos conocer, ahora, otro modo de formar estos cocientes, que es quizá mas breve que el anterior.

Si el grado  $m$  de la ecuacion es par, tendrá  $m + 1$  términos,

y el del medio será de orden  $\frac{m}{2} + 1$ , y, por consiguiente, el cociente que le corresponde será

$$\frac{\left(m - \frac{m}{2}\right) \frac{m}{2}}{\left(m - \frac{m}{2} + 1\right) \left(\frac{m}{2} + 1\right)}$$

ó

$$\frac{\frac{m}{2} \cdot \frac{m}{2}}{\left(\frac{m}{2} + 1\right) \left(\frac{m}{2} + 1\right)} \quad (b)$$

A medida que se avanza hácia la izquierda, los primeros factores de los dos términos del quebrado aumentan de una unidad, por cada lugar que se cambie, por ser los exponentes de la incógnita, en tanto que los segundos disminuyen de la misma cantidad, porque son los índices de los coeficientes respectivos. Si se avanza hácia la derecha, el valor de estos factores marcha en sentido contrario y siempre en la misma proporción; la razón es la misma del caso anterior; ó por la simetría de los cocientes. Bastará, entónces, considerar el primer caso, pues la ley que deduzcamos para él, será la misma que para el segundo.

Representemos por  $a$  cualquiera de los primeros factores del cociente medio; los primeros de los cocientes sucesivos, formarán la siguiente progresión, cuya diferencia es  $+1$

$$\div a, \quad a + 1, \quad a + 2, \quad a + 3, \dots;$$

y los segundos, la progresión

$$\div a, \quad a - 1, \quad a - 2, \quad a - 3, \dots$$

cuya diferencia es  $-1$ .

Si tomamos los dos primeros términos y los multiplicamos, tendremos

$$a a = a^2 = p;$$

tomando los siguientes y efectuando la misma operación

$$(a + 1)(a - 1) = a^2 - 1 = p - 1;$$

en seguida los otros dos, y así, sucesivamente, tendremos

$$\begin{aligned}(a+2)(a-2) &= a^2 - 4 = p - 4 \\ (a+3)(a-3) &= a^2 - 9 = p - 9 \\ (a+4)(a-4) &= a^2 - 16 = p - 16 \\ &\dots \dots \dots\end{aligned}$$

Estos productos forman la série

$$p, p-4, p-9, p-16, \dots$$

en la que los sustraendos forman la série

$$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots \quad (\alpha)$$

de los cuadrados de los números naturales. Este resultado nos permite formular la siguiente regla:

*Si la ecuacion es de grado par, una vez formado el cociente del medio, se obtendrán los demás, restando de sus dos términos, sucesivamente, los de la série ( $\alpha$ ).*

Por un procedimiento análogo al anterior, cuando la ecuacion sea de grado impar, podemos llegar á un resultado, de cuya observacion sacaremos la siguiente regla:

*Si la ecuacion es de grado impar, una vez formado el cociente del medio, se obtendrán los demás, restando de sus dos términos sucesivamente los de la série*

$$2, 6, 12, 20, 30, 42, \dots \quad (\beta)$$

Los términos de la série anterior son respectivamente los productos de los de las dos progresiones

$$\begin{aligned}\div 1, 2, 3, 4, 5, 6 \dots \\ \div 2, 3, 4, 5, 6, 7 \dots\end{aligned}$$

Acabamos de decir que para la formacion de los cocientes por el procedimiento anterior, necesitamos tener formado el cociente del medio. Este que será obtenido por la regla ya dada, podrá formarse sin ese auxilio, y mas fácilmente por las dos séries ( $\alpha$ ) y ( $\beta$ ).

En efecto, de la observacion de dichos cocientes, resulta que:

1º Si el grado de la ecuacion es par: *El numerador es el término de la série ( $\alpha$ ) cuyo orden es la mitad del grado de la ecuacion, y el denominador el que le sigue;*

2º Si el grado de la ecuacion es impar: *El numerador es el término de la série ( $\beta$ ) cuyo orden es dado por la mitad del grado menos uno de la ecuacion, y por denominador el que le sigue.*

Haremos finalmente una observacion que tendremos mas tarde oportunidad de emplearla: *todos los cocientes son quebrados propios*. En efecto, el cociente medio ( $b$ ) es un quebrado propio, como es fácil verlo, y como los demás se deducen de él restando de sus dos términos una misma cantidad, serán, con mayor razon, tambien quebrados propios.

Lo mismo sucede en el caso que  $m$  sea impar.

El valor de estos quebrados oscila entre *un cuarto*, para las ecuaciones de 2º grado, y *uno*, cuyo valor lo alcanza para los de grado *infinito*.

Teniendo en cuenta esta observacion, haremos notar otra ventaja práctica de la regla tercera. Como al formar los elementos definitivos lo único que interesa saber es sus signos, será cosa sencilla apereibir á primera vista cuales deben ser estos. En efecto, bastará comparar mentalmente por apreciaciones extremadamente rápidas, si la mitad, como primera aproximacion, del cuadrado del coeficiente correspondiente al elemento que se quiere formar, es ó no mayor que el producto de los cocientes de orden anterior y posterior.

Esto que es poco preciso, ahorrará, sin embargo, al calculador muchas operaciones.

Queda así terminado el estudio comparativo que nos propusimos hacer, y segun creemos, bien patentizada la superioridad práctica de la *regla tercera*, sobre la que por falta de conocimientos históricos se atribuye á Newton.

#### ESTUDIO COMPARATIVO DE LAS REGLAS DE DESCARTES Y TERCERA

Como hemos tenido oportunidad de notarlo, tomando las reglas de Descartes y de Newton tales como fueron dadas por sus autores, no podríamos establecer ninguna comparacion entre ellas, porque la de Descartes se refiere únicamente á las raices reales, y la de Newton á las raices imaginarias; sin embargo, por unas breves consideraciones, veremos como vamos á hacer un estudio comparativo.

El teorema de Descartes, con el enunciado que le dió su autor, hemos visto que era algo incompleto, y que ha sido modificado de manera á comprender las ecuaciones incompletas en el caso de

la investigación del número de las raíces reales negativas; al mismo tiempo, se ha extendido el campo de sus aplicaciones, por medio de propiedades deducidas del mismo teorema. Así, pues, se tiene hoy un conjunto de reglas que aplicadas en su nombre nos permiten determinar límites del número de raíces reales positivas, reales negativas é imaginarias de una ecuacion cualquiera.

Si se considera que la regla de Newton (1<sup>a</sup>) es imperfecta, pero que sobre sus bases se ha levantado otra, la *tercera*, que es perfecta y que se refiere á las raíces tanto reales como imaginarias, podremos, extendiendo mas de lo que hemos hecho para la de Descartes, compararla con esta última.

No trataremos de la que Gennocchi atribuye á Newton, pues hallándose esta comprendida en la que le dá Todhunter, y dando, por otra parte, la *tercera* el mismo resultado que esta, la eleccion no es dudosa, despues de las ventajas prácticas que hemos puesto de manifiesto tiene la última.

Es en vista de esto que elejimos la *tercera* para la comparacion.

#### COMPARACION

Dividiremos el estudio comparativo en *dos partes*, cada una de las cuales se subdividirá á su vez en *dos casos*.

*Primera parte.*—Comparacion respecto á las raíces reales :

1<sup>er</sup> caso. Ecuaciones completas ;

2<sup>o</sup> caso. Ecuaciones incompletas.

*Segunda parte.*—Comparacion respecto á las raíces imaginarias :

1<sup>er</sup> caso. Ecuaciones completas ;

2<sup>o</sup> caso. Ecuaciones incompletas.

#### *Primera Parte*

1<sup>er</sup> caso.—En este caso la regla tercera es superior á la de Descartes.

En efecto, con la de Descartes un límite superior del número de raíces reales positivas, es dado por las variaciones que presentan los signos de sus diferentes términos, mientras que el límite suministrado por la tercera escluye de este número el de aquellas

variaciones que no se correspondan con una permanencia de la série de los signos inferiores; luego, este límite será menor que aquel, escepto en las ecuaciones en que los signos de la série inferior sean todos positivos, porque entonces á cada variacion superior corresponderá una permanencia inferior.

Para las raices negativas, un límite superior dado por la de Descartes, es el número de variaciones que presente la transformada en  $-x$ , ó el de permanencias de la propuesta; al paso que por la regla tercera deberá disminuirse de este número el de las permanencias que no vengán acompañadas por permanencias inferiores; de modo que este último límite será menor que el primero, menos en el caso que la série inferior sea compuesta únicamente de signos  $+$ .

Este resultado se puede resumir en la fórmula siguiente:

$$V \bar{\bar{=}} v. p + d. p$$

en la que  $V$  representa el número total de variaciones y de permanencias de la propuesta, ó de variaciones de la propuesta y de la trasformada en  $-x$ ;  $v. p$  y  $d. p$  representan, respectivamente, las variaciones-permanencias y las dobles permanencias.

Haremos aplicacion á dos ejemplos, para satisfacer la espresion anterior en cada uno de los signos  $> \acute{e} =$ .

1º. — Sea la ecuacion

$$x^6 + 3x^5 - 2x^4 + 24x^3 - 65x^2 + 45x - 150 = 0$$

La aplicacion de la regla de Descartes, nos dá *cinco* como límite superior del número de raices reales positivas; y *uno* como límite superior del de las raices reales negativas.

La regla tercera dará

$$x^6 + 3x^5 - 2x^4 + 24x^3 - 65x^2 + 45x - 150$$

+, +, --, +, +, -, +

que nos indica que la ecuacion propuesta tendrá á lo mas *una* raiz real positiva y *una* real negativa.

Se satisface aqui el signo  $>$ .

2º. — Sea la ecuacion

$$x^6 - 7x^5 + 14x^4 + 8x^3 - 60x^2 + 84x - 40 = 0$$

La regla de Descartes nos dirá que esta ecuacion á lo mas podrá tener *cinco* raices reales positivas y *una* negativa.

La tercera nos dará

$$x^6 - 7x^5 + 14x^4 + 8x^3 - 60x^2 + 84x - 40$$

$$+, +, +, +, +, +, +$$

que nos indica *cinco* como límite superior del número de raíces reales positivas, y *uno* como límite inferior de las negativas.

En esta ecuacion se satisface el signo = de la espresion.

2° caso. — En las ecuaciones de la clase de este caso, no puede decirse que la una será superior á la otra, pues, como veremos, habrá ecuaciones en que la de Descartes sea superior á la tercera; otras en que sucede lo contrario; y otras, en fin, en que den ambas el mismo resultado. Esto se explica de la siguiente manera.

Al determinar límites por medio de la regla de Descartes, deberá tomarse siempre en las ecuaciones incompletas el número de variaciones de la propuesta y de su trasformada en  $-x$ ; porque, si se tomase el que indica el número de variaciones de la ecuacion dada y el número máximo de permanencias que se presentase en la ecuacion que se hubiese vuelto completa, atribuyendo á los términos de coeficiente *cero* cualquiera de los signos de las ambigüedades, podrian resultar límites superiores á los primeros, pero nunca inferiores, que no serian preferibles, desde que se tiene seguridad de aquellos. Ahora bien, al aplicar la regla tercera, las variaciones que deberán tomarse, asi como las permanencias de los signos de los coeficientes, serán estos últimos precisamente; de modo que, si la série de los signos inferiores estuviese constituida por puros signos  $+$ , el número de las variaciones-permanencias, mas el de las dobles permanencias, será, en general, superior al límite dado por la de Descartes, pudiendo ser igual, aunque nunca inferior, en nuestro supuesto; y entonces, con estos dos resultados, la de Descartes será superior á la tercera. Pero, si en la série inferior hubiese signos  $+$  y  $-$ , no podria asegurarse que nunca dará límites mas pequeños esta que aquella, de modo que se encuentra en condiciones de poder dar mejor resultado la tercera. La preferencia no puede, pues, decidirse por una ni por otra.

Aclararemos lo expuesto, con algunos ejemplos.

1°.— Sea la ecuacion

$$x^5 - 2x^2 - 9x - 6 = 0$$

La aplicacion de la regla de Descartes, nos dará *uno* como límite superior del número de raíces reales positivas, y *dos* de las negativas, es decir, en total, tres como límite superior del número de las raíces reales.

La tercera dará

$$x^5 \pm 0x^4 \pm 0x^3 - 2x^2 - 9x - 6$$

+,   ±,   ±,   +,   +,   +

[ Esta es una de las ecuaciones que hemos considerado anteriormente. Tenemos :

Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	1
»   »   »   »   neg.....	4
»   »   »   »   .....	5
Límite sup. del n° de rai. rea. posit.....	3
»   »   »   »   neg.....	2
»   »   »   »   .....	5

Se vé que, en esta ecuacion, la regla de Descartes se muestra superior á la tercera.

2º. — Sea, ahora, la ecuacion

$$x^6 - 4x^5 + 2x^3 - 17x^2 + 42x - 24 = 0$$

La regla de Descartes nos dá *cinco* como límite superior del número de raíces reales positivas, y *uno* como límite superior de las reales negativas, lo que hace un total de *seis* como límite superior del número de raíces reales.

Por la tercera tenemos

$$x^6 - 4x^5 \pm 0x^4 + 2x^3 - 17x^2 + 42x - 24$$

+,   +,   +,   +,   +,   +,   +

que nos indica *cinco* como límite superior del número de raíces reales positivas; *uno* como límite superior del número de raíces reales negativas, lo que hace *seis* como límite superior del número de raíces reales, que es exactamente el resultado que ha dado la anterior.

3º. — Sea la ecuacion

$$x^5 - 18x^3 - 84x^2 - 118x - 156 = 0$$

la aplicacion de la regla de Descartes nos dá *uno* como límite superior del número de raíces reales positivas, y *cuatro* como límite

superior del número de raíces reales negativas, lo que forma un total de *cinco* como límite superior del número de raíces reales.

La tercera dá

$$x^5 \pm 0x^4 - 48x^3 - 84x^2 - 418x - 156$$

+, +, +, +, -, +

que nos indica *uno* como límite superior del número de raíces reales positivas; *dos* como límite superior del número de raíces reales negativas; ó sea *tres* como límite superior del número de raíces reales. Luego, la tercera se muestra aquí superior á la de Descartes; con lo que dejamos comprobado lo que habíamos enunciado.

### *Segunda Parte*

*1.º Caso.* — La regla tercera es superior á la de Descartes.

En efecto, tratándose de límites inferiores, será mejor la regla que dé un límite mayor, lo que, por otra parte, ya lo hemos hecho notar. Luego, como la regla de Descartes, en las ecuaciones completas, dá constantemente como límite inferior del número de raíces imaginarias, *ceros*; y la tercera, en general, dá un *límite superior á cero*, esta es sin comparacion, superior á aquella. Hacen ver prácticamente este resultado las dos ecuaciones presentadas como ejemplo en el primer caso de la primera parte.

*2.º Caso.* — Tampoco, en este caso, puede decirse cuál de las dos será superior, porque sus resultados pueden ser iguales ó desiguales indiferentemente.

En efecto, el resultado de la comparacion, en esta clase de ecuaciones, de la primera parte, se puede espresar por la fórmula

$$V \begin{matrix} < \\ \equiv \\ > \end{matrix} v. p + d. p \quad (a)$$

Por medio de la regla de Descartes, un límite inferior del número de raíces imaginarias que tenga la ecuacion, se obtiene por la diferencia  $m - V$  del grado de la ecuacion y del límite superior de raíces reales suministradas por la misma regla.

Por medio de la regla tercera, un límite inferior del número de raíces imaginarias, es dado por el número de variaciones que tenga la série inferior de signos, porque cada permanencia inferior corresponde á una variacion ó permanencia superior; y por

consiguiente, el número total de permanencias inferiores será un límite superior del número de raíces reales de la ecuacion; y como la ecuacion debe tener tantas raíces como unidades tiene su grado, ó como variaciones y permanencias reunidas tenga la série inferior de signos, se deduce que el número de sus variaciones será un límite inferior del número de raíces imaginarias.

Representando por  $V_i$  este número de variaciones inferiores; por  $P_i$  el número de permanencias inferiores, la espresion

$$m - P_i = V_i$$

representará dicho límite inferior. Pero siendo

$$v. p + d. p = P_i$$

la fórmula (a) puede escribirse así

$$V \begin{matrix} \lessdot \\ \equiv \\ \gtrdot \end{matrix} P_i$$

de donde

$$m - V \begin{matrix} \gtrdot \\ \equiv \\ \lessdot \end{matrix} m - P_i$$

ó bien

$$m - V \begin{matrix} \gtrdot \\ \equiv \\ \lessdot \end{matrix} V_i$$

La comprobacion de esta espresion con cada uno de los signos, se encuentra respectivamente, en la 1ª, 2ª y 3ª ecuacion del segundo caso de la primera parte.

\*  
\* \*

El resultado de este exámen comparativo, se resume asi :

*En las ecuaciones completas, sea que se trate de determinar límites del número de raíces reales positivas, de las reales negativas ó de las imaginarias, la regla tercera dará mejor resultado que la de Descartes, y cuando menos, igual.*

*En las ecuaciones incompletas, y con el mismo objeto, el mejor éxito de una ú otra, dependerá de la ecuacion de que se trate.*

En vista de estas conclusiones, nuestra opinion es que la *regla tercera es superior á la de Descartes*; no obstante la mayor brevedad de esta para su aplicacion.

Es claro que lo que decimos de la *tercera* es estensivo á la

*segunda*, atribuida por Todhunter á Newton; pero, recordaremos, sin embargo, que hemos dicho que en el terreno de la práctica, *la tercera es superior á la segunda*.

#### ESTUDIO COMPARATIVO DE LAS REGLAS TERCERA Y DE STURM.

Con todo cuanto hemos dicho hasta ahora, queda completamente llenado el tema de este trabajo. Pero, como hemos tratado de la regla de Sturm, para determinar un límite inferior del número de raíces imaginarias de una ecuacion, creemos un deber hacerla entrar en comparacion con la tercera.

\*  
\* \*

Recordando que de la comparacion de la de Sturm con *la primera* que se deduce del teorema de Descartes, hemos obtenido este resultado: 1° para las ecuaciones completas es superior la de Sturm; 2° para las incompletas no se puede saber *a priori*; pues en unas ecuaciones podrán dar igual resultado, mientras que en otras la de Sturm será superior ó inferior, se deduce que podrá esta competir con la *tercera*, por encontrarse en las mismas condiciones que ella con respecto á la *primera*. En efecto:

1<sup>er</sup> caso. *Ecuaciones completas*. — La regla tercera es superior á la primera (Descartes); la de Sturm tambien es superior á la primera (Descartes) y con grado análogo de superioridad. Luego, la tercera y la de Sturm serán análogas en sus resultados.

Esta conclusion se interpreta diciendo que no se puede decir *a priori*, cual de las dos sea superior; ó lo que es lo mismo, será necesario para aclarar el asunto, llevarlas á la práctica.

2° caso. *Ecuaciones incompletas*. — La regla tercera se muestra con grado análogo de exactitud que la primera (Descartes); la de Sturm tambien se muestra con grado análogo de exactitud, que la de Descartes. Luego, la tercera y la de Sturm ofrecerán resultados con análogo grado de exactitud.

Siendo esta conclusion la misma que la anterior su interpretacion es idénticamente la misma.

Pero, como se comprende, no es suficiente esto para definir

completamente la situación, á este respecto, de las dos reglas en cuestion. Conforme á nuestro modo de proceder, las llevaremos á la práctica.

1º -- Sea la ecuacion

$$x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 12x + 15 = 0$$

Aplicando la regla tercera se tendrá

$$\begin{array}{cccccc} x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 12x + 15 & & & & & \\ +, & -, & -, & -, & + & \end{array}$$

que nos indica que la propuesta tendrá á lo menos dos raices imaginarias.

Por la de Sturm tendremos, multiplicando por  $x - a$

$$\begin{array}{cccccc} x^5 - 4 & | & x^4 + 8 & | & x^3 - 12 & | & x^2 + 15 & | & x \\ - a & | & + 4a & | & - 8a & | & + 12a & | & - 15a \end{array}$$

Debemos dar á  $a$  un valor negativo segun la primera regla que hemos dado en la página 105. Haciendo entonces  $a = -1$ , por ejemplo, tendremos la série de signos

$$+, -, +, -, +, +$$

que tiene el mismo número de variaciones que la propuesta ; luego, el límite inferior del número de raices imaginarias que suministra la regla de Sturm, seria  $k = 0$ . Se vé, entónces, que la regla tercera dá mejor resultado que la de Sturm.

2º -- Sea

$$x^6 + 3x^5 - 2x^4 + 24x^3 - 65x^2 + 45x - 150 = 0$$

Por la regla tercera tendremos

$$\begin{array}{cccccc} x^6 + 3x^5 - 2x^4 + 24x^3 - 65x^2 + 45x - 150 & & & & & \\ +, & +, & -, & +, & +, & -, & + \end{array}$$

que nos dá *cuatro* como límite inferior del número de raices imaginarias.

La de Sturm dará

$$\begin{array}{cccccc} x^7 + 3 & | & x^6 - 2 & | & x^5 + 24 & | & x^4 - 65 & | & x^3 + 45 & | & x^2 - 150 & | & x \\ - a & | & - 3a & | & + 2a & | & - 24a & | & + 65a & | & - 45a & | & + 150a \end{array}$$

donde, segun la regla citada, debemos atribuir á  $a$  un valor negativo.

Haciendo  $a = -1$ , tendremos esta serie de signos :

+, +, +, +, —, —, —, —

El límite inferior suministrado será

$$k = 5 - 1 = 4$$

En esta ecuación, como se vé, las dos reglas dán el mismo resultado.

En estos dos ejemplos y en todos en los que hemos aplicado las reglas, siempre la tercera se ha mostrado superior, ó á lo menos igual á la de Sturm. Pero, como no podríamos decidir sinó con la limitada fuerza que en estos casos tienen las conclusiones empíricas, que tal resultado era perfectamente general, hemos procurado demostrarlo metódicamente, habiendo conseguido nuestro objeto de la manera siguiente :

Sea la ecuación

$$c_0x^m + c_1x^{m-1} + c_2x^{m-2} + \dots + c_{m-2}x^2 + c_{m-1}x + c_m = 0$$

Supongamos que al aplicar la regla tercera hemos obtenido un cierto número  $L$  de variaciones en la serie, que nos dará, como sabemos, un límite inferior del número de raíces imaginarias. Nos proponemos probar que en ninguna ecuación puede resultar de la aplicación de la regla de Sturm, un límite inferior del número de raíces imaginarias que sea superior á  $L$ . Dividiremos la demostración en dos partes.

1ª — En esta demostraremos que si aplicamos á una ecuación cualquiera, la regla tercera y nos dá un límite inferior  $L$  del número de raíces imaginarias, los coeficientes serán tales que la aplicación de la regla de Sturm no puede dar origen á un número de variaciones que exceda al de la propuesta, por lo menos, de  $L + 3$  unidades, cuando se dá á la indeterminada  $a$  un valor positivo.

2ª — Que si se debe dar á  $a$  un valor negativo, tampoco la regla de Sturm puede dar un número de variaciones que sea inferior al de la propuesta de  $L + 2$  unidades á lo menos.

#### PRIMERA PARTE

El caso mas desfavorable para llegar al resultado que nos proponemos aqui, es aquel en que se tenga  $L = 0$ , y que la ecuación

propuesta presenta puras permanencias. Coloquémosnos en él, y vamos á demostrar que sólo una variacion presentará el producto de la ecuacion propuesta por  $x - a$ , lo que dirá que el límite inferior que por este medio obtengamos será *cero* : igual al anterior.

En efecto, haciendo el producto de la ecuacion propuesta por  $x - a$ , tendremos

$$\begin{array}{ccccccc} c_0 x^{m+1} + c_1 & | & x^m + \dots + c_{p-1} & | & x^{m-p+2} + c_p & | & x^{m-p+1} + c_{p+1} & | & x^{m-p} + \dots + c_m & | & x \\ - c_0 a & | & - c_{p-2} a & | & - c_{p-1} a & | & - c_p a & | & - c_{m-1} a & | & - c_m a \end{array}$$

Elijamos el coeficiente de un término cualquiera de este producto; por ejemplo el

$$c_p - c_{p-1} a \tag{M}$$

Es claro que este coeficiente puede ser positivo ó negativo; cada uno de estos supuestos constituye una division de esta primera parte. La primera de estas divisiones la caracterizamos por

$$c_p - c_{p-1} a > 0$$

ó bien  $c^p > c_{p-1} a$ ; (N)

y la segunda por

$$c_p - c_{p-1} a < 0$$

ó bien  $c_p < c_{p-1} a$  (N')

Afirmamos ahora, y lo demostraremos en seguida, que cualquiera de los dos valores, (N) ó (N'), que tome el coeficiente (M), todos los coeficientes que le siguen serán negativos, y los que le preceden positivos.

Esta demostracion comprenderá entonces cuatro subdivisiones, del modo siguiente :

$$\text{Primera parte } \left\{ \begin{array}{l} \text{Primera div. } \left\{ \begin{array}{l} 1^{\text{a}} \text{ subdiv. — Términos de la derecha} \\ c_p > c_{p-1} a \left\{ \begin{array}{l} 2^{\text{a}} \text{ subdiv. — Términos de la izquierda} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \text{Segunda div. } \left\{ \begin{array}{l} 1^{\text{a}} \text{ subdiv. — Términos de la derecha} \\ c_p < c_{p-1} a \left\{ \begin{array}{l} 2^{\text{a}} \text{ subdiv. — Términos de la izquierda} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \text{a positivo}$$

PRIMERA DIVISION

*Primera sub-division*

El caso mas desfavorable para nuestra demostracion, hemos dicho que era cuando  $L=0$ . Esta igualdad es representada por la série de desigualdades siguientes :

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & c_1^2 \frac{1}{\alpha_1} > c_0 c_2 \\
 (2) \quad & c_2^2 \frac{1}{\alpha_2} > c_1 c_3 \\
 & \dots \dots \dots \\
 (p-1) \quad & c_{p-1}^2 \frac{1}{\alpha_{p-1}} > c_{p-2} c_p \\
 (p) \quad & c_p^2 \frac{1}{\alpha_p} > c_{p-1} c_{p+1} \quad (P) \\
 (p+1) \quad & c_{p+1}^2 \frac{1}{\alpha_{p+1}} > c_p c_{p+2} \\
 & \dots \dots \dots \\
 (m-1) \quad & c_{m-1}^2 \frac{1}{\alpha_{m-1}} > c_{m-2} c_m
 \end{aligned}$$

Los divisores  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  son números mayores que 1, porque, según hemos dicho anteriormente, los cocientes de Newton son quebrados propios.

Tomemos el coeficiente que sigue al (M). Para que sea negativo es necesario que se verifique la desigualdad

$$c_{p+1} < c_p a \quad (Q)$$

que, por la (N), puede escribirse con más razón así

$$c_{p+1} < c_p \frac{c_p}{c_{p-1}},$$

es decir

$$c_p^2 > c_{p-1} c_{p+1} \quad (Q')$$

Pero la (p) de las (P) nos da

$$c_p^2 > \alpha_p c_{p-1} c_{p+1};$$

luego, con más razón será cierta la (Q'), y por consiguiente la (Q).

Pasemos al coeficiente que está dos lugares á la derecha del (M), y vamos á ver que se verifica también

$$c_{p+2} < c_{p+1} a \quad (R)$$

En efecto, procediendo como más arriba, tendremos

$$c_{p-1} c_{p+2} < c_p c_{p+1} \quad (R')$$

Para poner de manifiesto la veracidad de esta desigualdad, multiplicaremos entre sí á las (p) y (p + 1) de las (P). Tendremos así:

$$c_p^2 c_{p+1}^2 > \alpha_p \alpha_{p+1} c_{p-1} c_{p+1} c_p c_{p+2}$$

ó bien

$$c_p c_{p+1} > \alpha_p \alpha_{p+1} c_{p-1} c_{p+2},$$

de donde resulta lo que habíamos dicho respecto á la (R'), y por consiguiente que la (R) es cierta; lo que nos dice que el segundo coeficiente á la derecha de (M) es negativo.

Procediendo de una manera semejante, haríamos ver que los coeficientes 3°, 4°, . . . á la derecha del (M) son tambien negativos. Para generalizar, entónces, vamos á demostrar que un coeficiente de un órden cualquiera  $n + 1$  á la derecha del (M) será negativo; es decir, demostraremos que es cierta la desigualdad

$$c_{p+n+1} a > c_{p+n+2} \tag{S}$$

que en virtud de la (N) puede escribirse con mas razon

$$c_{p+n+1} c_p > c_{p-1} c_{p+n+2} \tag{S'}$$

Multiplicando ordenadamente las  $(p)$  y  $(p + n + 1)$  de las (P), se tiene

$$c_p^2 c_{p+n+1}^2 > \alpha_p \alpha_{p+n+1} c_{p-1} c_{p+1} c_{p+n} c_{p+n+2} \tag{4}$$

Esta desigualdad es cierta, y si en ella se verifica que

$$c_{p+1} c_{p+n} > c_p c_{p+n+1} \tag{S''}$$

con mayor razon se verificará la (S').

Para conseguir esto, multipliquemos las  $(p + 1)$  y  $(p + n)$ , lo que nos dá

$$c_{p+1}^2 c_{p+n}^2 > \alpha_{p+1} \alpha_{p+n} c_p c_{p+2} c_{p+n-1} c_{p+n+1} \tag{2}$$

pues si sucede en esta

$$c_{p+2} c_{p+n-1} > c_{p+1} c_{p+n} \tag{S'''}$$

con mayor razon será cierta la (S'').

Para que se tenga esto, multipliquemos las  $(p + 2)$  y  $(p + n - 1)$  de las (P); se tendrá

$$c_{p+2}^2 c_{p+n-1}^2 > \alpha_{p+2} \alpha_{p+n+1} c_{p+1} c_{p+3} c_{p+n-2} c_{p+n} \tag{3}$$

donde, si sucede que

$$c_{p+3} c_{p+n-2} > c_{p+2} c_{p+n-1} \tag{S''''}$$

con mayor razon se verificará la (S''').

Continuando de la misma manera, hallaremos que las condi-

ciones necesarias, sucesivas, análogas á las (S'), (S''), . . . , son

$$c_{p+4} c_{p+n-3} > c_{p+3} c_{p+n-2} \tag{S'}$$

. . . . .

$$c_{p+\frac{n}{2}} c_{p+\frac{n}{2}+1} > c_{p+\frac{n}{2}-1} c_{p+\frac{n}{2}+2} \tag{S\left(\frac{n}{2}+1\right)}$$

De la misma manera, las desigualdades análogas á las (1), (2), (3), . . . que sucesivamente obtendremos con el mismo objeto que ellas, serán

$$c_{p+3}^2 c_{p+n-2}^2 > \alpha_{p+3} \alpha_{p+n-2} c_{p+2} c_{p+4} c_{p+n-3} c_{p+n-1} \tag{4}$$

. . . . .

$$c_{p+\frac{n}{2}}^2 c_{p+\frac{n}{2}+1}^2 > \alpha_{p+\frac{n}{2}} \alpha_{p+\frac{n}{2}+1} c_{p+\frac{n}{2}-1} c_{p+\frac{n}{2}+1} c_{p+\frac{n}{2}} c_{p+\frac{n}{2}+2} \tag{\left(\frac{n}{2}+1\right)}$$

De estas desigualdades, las  $\left(S\left(\frac{n}{2}+1\right)\right)$  y  $\left(\frac{n}{2}+1\right)$  son las correlativas; y como estas son las últimas á que llegamos de deducción en deducción, tenemos que encontrar en la  $\left(\frac{n}{2}+1\right)$  los elementos necesarios para declarar cierta la  $\left(S\left(\frac{n}{2}+1\right)\right)$ . Así sucede, en efecto, pues si se simplifica la  $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ , se obtiene

$$c_{p+\frac{n}{2}} c_{p+\frac{n}{2}+1} > \alpha_{p+\frac{n}{2}} \alpha_{p+\frac{n}{2}+1} c_{p+\frac{n}{2}-1} c_{p+\frac{n}{2}+2}$$

y como esta es cierta, con mayor razon lo será la  $\left(S\left(\frac{n}{2}+1\right)\right)$ , la cual á su vez determinará la verdad de la  $\left(S\left(\frac{n}{2}\right)\right)$ ; y así sucesivamente hasta la (S), con lo que habremos demostrado lo que nos proponíamos, es decir, que *cualquier coeficiente situado á la derecha de (M) es negativo.*

*Segunda sub-division*

Vamos á demostrar aquí que todos los coeficientes que preceden al (M) son positivos.

El primer coeficiente situado á la izquierda del (M) es

$$c_{p-1} - c_{p-2} a$$

que para que sea positivo deberá tenerse

$$c_{p-1} - c_{p-2} a > 0$$

ó

$$c_{p-1} > c_{p-2} a \tag{A}$$

Si ponemos en lugar de  $a$ ,  $\frac{c_p}{c_{p-1}}$ , tendremos en virtud de la (N)

$$c_{p-1} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} c_{p-2} \frac{c_p}{c_{p-1}}$$

Como esta ambigüedad no nos conduce á nada, la haremos desaparecer.

Demostremos para esto, que seria un absurdo suponer

$$c_{p-1} < c_{p-2} \frac{c_p}{c_{p-1}}$$

ó bien

$$c_{p-1}^2 < c_p c_{p-2}$$

porque la desigualdad  $(p - 1)$  de las (P) nos dá

$$c_{p-1}^2 > \alpha_{p-1} c_p c_{p-2}$$

que hace ver que la anterior es imposible. Será, por lo tanto, cierta la

$$c_{p-1}^2 > c_p c_{p-2}$$

que demuestra lo que queríamos, es decir, la verdad de la (A).

El segundo coeficiente á la izquierda del (M), es

$$c_{p-2} - c_{p-3} a$$

que tiene que dar

$$c_{p-2} > c_{p-3} a \tag{B}$$

Sustituyamos en esta  $a$  por  $\frac{c_p}{c_{p-1}}$ , con lo que se tendrá

$$c_{p-2} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} c_{p-3} \frac{c_p}{c_{p-1}},$$

de cuya ambigüedad debe escluirse el signo  $<$  porque

$$c_{p-1} c_{p-2} < c_p c_{p-3} \tag{C}$$

es imposible. En efecto, si multiplicamos ordenadamente las desigualdades  $(p - 1)$  y  $(p - 2)$ , se tendrá

$$c_{p-1}^2 c_{p-2}^2 > \alpha_{p-1} \alpha_{p-2} c_{p-2} c_p c_{p-3} c_{p-1}$$

de donde

$$c_{p-1} c_{p-2} > \alpha_{p-1} \alpha_{p-2} c_p c_{p-3}$$

que nos dice que la (C) no existe, y que es cierta con mas razon la

$$c_{p-1} c_{p-2} > c_p c_{p-3}$$

y por consiguiente la (B).

Nos parece supérfluo detenernos á demostrar la generalidad de estos resultados, pues bastaría seguir un procedimiento análogo al usado en la primera sub-division.

Por la misma razon damos por demostradas las otras dos sub-divisiones de esta primera parte, que son las que corresponden al caso en que se dé á  $a$  un valor que satisfaga la desigualdad

$$a > \frac{c_p}{c_{p-1}}$$

¶ Asi, pues, el resultado de lo que se ha visto en esta primera parte, es el siguiente :

Cuando la ecuacion propuesta no presenta mas que permanencias, y el límite inferior de raices imaginarias suministrado por la regla tercera es  $L=0$ ; cualquiera que sea el valor positivo que se dé á la indeterminada  $a$  de la regla de Sturm, los signos del producto de la propuesta por  $x-a$ , se dividirán en dos partes: la de la izquierda, de signos positivos, y la de la derecha de negativos, y no habrá por consiguiente, mas que una variacion; es decir, que el límite suministrado por esta regla, será *cero* tambien. Queda con esto demostrada la primera parte en el caso mas desfavorable que puede presentarse; luego, *a fortiori* será cierta en los demás.

## SEGUNDA PARTE

El caso mas desfavorable para demostrar lo que nos proponemos en esta segunda parte, es aquel en que la ecuacion propuesta presenta puras variaciones, siendo el limite  $L=0$ . Vamos á ver que el producto de la ecuacion por  $x+a$  no presenta mas que una permanencia, ó lo que es lo mismo, tendrá tantas variaciones como la propuesta, con lo cual habremos demostrado que el límite inferior del número de raices imaginarias, suministrado por la regla de Sturm, será igual al que dé la tercera.

Sea la ecuacion

$$c_0 x^m - c_1 x^{m-1} + c_2 x^{m-2} - \dots \pm c_{m-2} x^2 \mp c_{m-1} x \pm c_m = 0$$

Su producto por  $x+a$ , dará

$$\begin{array}{cccccc} c_0 x^{m+1} - c_1 & | & x^m + \dots - c_{p-1} & | & x^{m-p+2} + c_p & | & x^{m-p+1} - c_{p+1} & | & x^{m-p} + \dots \pm c_m & | & x \\ + c_0 a & | & + c_{p-2} a & | & - c_{p-1} a & | & + c_p a & | & \mp c_{m-1} a & | & \pm c_m a \end{array}$$

Tomemos el coeficiente de un término cualquiera tal como el

$$c_p - c_{p-1} a \tag{M}$$

Este coeficiente puede ser negativo ó positivo, cada uno de cuyos valores dará origen á dos divisiones de la segunda parte. En la primera supondremos

$$c_p - c_{p-1} > 0$$

ó bien

$$c_p > c_{p-1} a; \tag{N}$$

y en la segunda

$$c_p - c_{p-1} a < 0$$

ó bien

$$c_p < c_{p-1} a$$

Vamos á demostrar que: 1º, en el caso de la primera division todos los coeficientes situados á la derecha del (M) son alternativamente positivos y negativos, y que el primero de la izquierda de esta série, es positivo; 2º, todos los términos situados á la izquierda del (M) son tambien alternativamente positivos y negativos, empezando por el de la derecha de ella que debe ser negativo.

En el caso de la segunda division, la única diferencia es que la permanencia que se presenta, en lugar de ser de términos positivos es de negativos, y por consiguiente los signos que se encuentran inmediatamente á la derecha é izquierda de esta permanencia, serán positivos.

Asi, pues, de esta parte, como de la primera, haremos las cuatro subdivisiones siguientes:

$$\text{Segunda parte } \left\{ \begin{array}{l} \text{1ª division. } \left\{ \begin{array}{l} \text{1ª subdivision. — Términos de la derecha.} \\ \text{2ª subdivision. — Términos de la izquierda.} \end{array} \right. \\ \text{a negativo } \left\{ \begin{array}{l} \text{2ª division. } \left\{ \begin{array}{l} \text{1ª subdivision. — Términos de la derecha.} \\ \text{2ª subdivision. — Términos de la izquierda.} \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{l} c_p > c_{p-1} a \\ c_p < c_{p-1} a \end{array} \right. \end{array} \right.$$

PRIMERA DIVISION

Primera sub-division

La condicion  $L=0$  está representada por las desigualdades siguientes:

$$(1) \quad c_1^2 \frac{1}{\alpha_1} > c_0 c_2$$

.....

$$\begin{aligned}
 (p-1) \quad & c_{p-1}^2 \frac{1}{\alpha_{p-1}} > c_{p-2} c_p \\
 (p) \quad & c_p^2 \frac{1}{\alpha_p} > c_{p-1} c_{p+1} \quad (P) \\
 (p+1) \quad & c_{p+1}^2 \frac{1}{\alpha_{p+1}} > c_p c_{p+2} \\
 & \dots \dots \dots \\
 (m-1) \quad & c_{m-1}^2 \frac{1}{\alpha_{m-1}} > c_{m-2} c_m
 \end{aligned}$$

Tomemos el coeficiente que sigue al (M), que hemos dicho debe ser positivo. Tenemos entonces que probar que

$$c_p a > c_{p+1}$$

Pongamos con este objeto  $\frac{c_p}{c_{p-1}}$  en lugar de  $a$ ; tendremos entonces en virtud de la (N):

$$c_p^2 > c_{p-1} c_{p+1} \quad (Q)$$

Pero tenemos por la (p) de las (P)

$$c_p^2 > \alpha_p c_{p-1} c_{p+2}$$

luego, con mayor razon se verificará la (Q).

Pasando al otro coeficiente, tiene que ser

$$c_{p+1} a > c_{p+2},$$

y poniendo por  $a$ ,  $\frac{c_p}{c_{p-1}}$ , tendremos

$$c_p c_{p+1} > c_{p-1} c_{p+2} \quad (R)$$

Para probar la verdad de esta desigualdad, multipliquemos entre si ordenadamente las (p) y (p + 1) de las (P). Se tendrá asi

$$c_p^2 c_{p+1}^2 > \alpha_p \alpha_{p+1} c_{p-1} c_{p+1} c_p c_{p+2}$$

ó bien

$$c_p c_{p+1} > \alpha_p \alpha_{p+1} c_{p-1} c_{p+2}$$

lo que nos dice que con mayor razon se verificará la (R).

Por un procedimiento análogo haríamos ver que el tercer coeficiente á la derecha del (M) es positivo; el cuarto negativo, y asi de seguida. Demostraremos entonces, para generalizar, que un coeficiente de orden  $2n$  hácia la derecha del primero de la izquierda de esta seccion es positivo. Una vez conseguido esto, será supérfluo

hacer ver que el coeficiente siguiente será negativo, pues bastaría para ello seguir un procedimiento análogo.

Tenemos que demostrar, pues, que es cierta la desigualdad

$$c_{p+2n} a > c_{p+2n+1} \tag{S}$$

Pongamos, con este objeto, en lugar de  $a$ ,  $\frac{c_p}{c_{p-1}}$ , y tendremos

$$c_p c_{p+2n} > c_{p-1} c_{p+2n+1} \tag{S'}$$

Multipliquemos ordenadamente las  $(p)$  y  $(p+2n)$  de las (P); tendremos

$$c_p^2 c_{p+2n}^2 > \alpha_p \alpha_{p+2n} c_{p-1} c_{p+1} c_{p-2n-1} c_{p+2n+1} \tag{1}$$

Como esta desigualdad es cierta, si en ella se verifica

$$c_{p+1} c_{p+2n-1} > c_p c_{p+2n} \tag{S''}$$

con mayor razon se verificará la (S'). Multipliquemos para esto las  $(p+1)$  y  $(p+2n-1)$ ; se tendrá

$$c_{p+1}^2 c_{p+2n-1}^2 > \alpha_{p+1} \alpha_{p+2n-1} c_p c_{p+2} c_{p+2n-2} c_{p+2n} \tag{2}$$

y si en esta sucede que

$$c_{p+2} c_{p+2n-2} > c_{p+1} c_{p+2n-1} \tag{S'''}$$

con mayor razon será cierta la (S''). Continuando de la misma manera encontraremos las condiciones necesarias siguientes :

$$c_{p+3} c_{p+2n-3} > c_{p+2} c_{p+2n-2} \tag{S^{iv}}$$

$$c_{p+4} c_{p+2n-4} > c_{p+3} c_{p+2n-3} \tag{S^v}$$

. . . . .

$$c_{p+n}^2 > c_{p+n-1} c_{p+n+1} \tag{S^{(n+1)}}$$

Las desigualdades análogas á las (1) y (2), que sucesivamente obtendremos con el mismo objeto que ellas, serán

$$c_{p+2}^2 c_{p+2n-2}^2 > \alpha_{p+2} \alpha_{p+2n-2} c_{p+1} c_{p+3} c_{p+2n-3} c_{p+2n-1} \tag{3}$$

$$c_{p+3}^2 c_{p+2n-3}^2 > \alpha_{p+3} \alpha_{p+2n-3} c_{p+2} c_{p+4} c_{p+2n-4} c_{p+2n-2} \tag{4}$$

. . . . .

$$c_{p+n}^2 > \alpha_{p+n} c_{p+n-1} c_{p+n+1} \tag{n+1}$$

Pero, como la  $(n+1)$  es cierta, con mayor razon lo será la  $(S^{(n+1)})$ , y por lo tanto la  $(S^{(n)})$ , y asi sucesivamente hasta la (S).

Queda con esto demostrado lo que nos proponíamos en la primera sub-division de la primera division.

Nos parece innecesario entrar á demostrar las otras sub-divisiones, pues observando el mismo procedimiento, se evidenciará la verdad de ellas.

Hemos satisfecho así lo que exige la segunda parte de nuestra demostración, y aún colocándonos en el caso más desfavorable. Se comprende que para cualquiera otra ecuación que no se encuentre en estas condiciones, si las dos reglas no dan el mismo resultado, como la de Sturm no lo puede dar mejor que la tercera, esta se mostrará superior.

En vista de estas conclusiones, y aparte de que la de Sturm exige mayores cálculos para su aplicación, á lo que se agrega la incomodidad de operar con una indeterminada, declaramos definitivamente que *la regla tercera es superior á la de Sturm*.

Resulta, entonces, de este estudio comparativo, que *la regla tercera queda triunfante sobre todas las que hemos sometido á prueba junto con ella*.

\*  
\* \*

Este es el fruto de nuestro estudio. Creemos con él haber cumplido con el tema de concurso, y esperamos resignados vuestro ilustrado fallo, Señores del Jurado.

Hemos llegado, pues, al fin de la jornada. ¡Quién sabe si un feliz éxito corona nuestros esfuerzos! Nos quedará, en todo caso, la conciencia de haber llenado, en la esfera de nuestros limitados conocimientos, lo que consideramos un deber para todos los que hemos sido alumnos del maestro inolvidable y distinguido Catedrático que ha promovido y costado este concurso.

Capital de la República Argentina, Junio 25 de 1886.

ARTURO ORZABAL.

## E R R A T A

En la página 126, línea 12, donde dice: *cuyas raíces eran reales é imaginarias, ó imaginarias solamente*; debe leerse únicamente: *cuyas raíces eran reales é imaginarias*.

# SESION AMENA SOBRE BACTERIOLOGIA

CONFERENCIA DEL D<sup>r</sup> SUSINI

---

Asi puede llamarse la conferencia dada anoche por el Dr. Telémaco Susini en el local de la Sociedad Científica Argentina.

El auditorio no tenia la misma composicion que en la primera conferencia del Dr. Susini, celebrada en el Círculo Médico, y por eso se explica que el tecnicismo científico haya sido sacrificado en parte en aras de la claridad, y que el conferenciante, para hacerse comprender de los legos en la materia al dar una idea general de la bacteriología, tratara la cuestion del modo mas ameno.

La concurrencia era numerosa, predominando en ella los médicos ya recibidos y siendo la minoría formada por los estudiantes y por los que ni aun siquiera se hallan iniciados en las ciencias médicas.

El doctor Zeballos, presidente de la Sociedad, espuso brevemente el objeto de la reunion y terminó agradeciendo al doctor Susini que hubiese tenido á bien honrar con su palabra aquel recinto.

En seguida comenzó la conferencia, cuyos puntos principales transmitimos al lector, identificándonos con el conferenciante.

Hay un pueblo de la microbia, como hay pueblos de seres humanos, y ese pueblo es de tanta importancia que de él depende la vida universal.

El pueblo de la microbia tiene componentes, medios y condiciones de existencia; sus individuos nacen, crecen, se desarrollan, se multiplican y trabajan, mostrándonos cómo con los elementos mas pequeños se pueden hacer las cosas mas grandes. Un bacterio es algo que por su tamaño raya casi en lo ideal; mil bacterios colocados unos tras otros no alcanzan á formar una cadena de un milímetro;

pero tómense agrupaciones ó colonias, y se verá que el sér microscópico produce una mancha viviente en cuya constitucion entran millones de microbios.

Arrojemos una mirada retrospectiva. ¿Qué es el organismo humano? El derivado de una célula, de un glóbulo de nueve milésimos de milímetro de diámetro, que la poliferacion metamorfosea y agiganta. No nos remontemos tan léjos, y preguntémonos: ¿Qué es un tumor maligno? Un conjunto de células, de elementos patológicos que se justaponen y se multiplican, como se justaponen y multiplican los microbios de una cultura, cuya solidaridad de accion es un ejemplo admirable de la unidad de un pueblo.

Háse admitido tres formas características de bacterios, que son redondos ó *cocos*, bastones ó *bacillus* y espirilas, formas cuya representacion gráfica es respectivamente una bala, un baston y un tirabuzon. Existen otras formas que carecen de importancia; ¿pero son todas ellas distintas ó son meras transformaciones? ¿Corresponden esas diversas formas á bacterios diversos?

Es esta una cuestion resuelta. Un bacterio puede ser *cocos*, *bacillus* y espirila: las formas cambian pero el micro-organismo conserva su especificidad. Asi, el *cocos* del grano malo ó carbunco no dará nunca lugar á la tuberculosis, del mismo modo que el *cocos* de ésta jamás oijinará la primera enfermedad citada.

Una vez conocidos en sus formas, preciso es saber cómo viven los bacterios. Uno aislado es invisible, pero por su multiplicacion, por su actividad, se hacen palpables á simple vista, mientras que el organismo solitario no es apercibido sinó con ayuda de los grandes aumentos que depara el microscopio.

Nuestras culturas, es decir, las poblaciones que hacemos de ellos, presentan caractéres de colorido que las distinguen.

Una cultura de bacterios es como un grupo de inmigrantes á los que se coloca en una tierra, donde forman una colonia gracias á los medios de desarrollo con que cuentan.

Nosotros tomamos tambien estos colonizadores del microcosmos, que trabajan en los terrenos en que los depositamos. Estos terrenos son caldos, licores que encierran el alimento de los pequeños operarios. Pasteur usa el caldo de vaca, mientras que Koch emplea el agar-agar, el suero y la gelatina, dispuestos ora en balones, ora en tubos apropiados, ó bien en placas que hacen posible seguir el crecimiento de la colonia con el microscopio.

No todos los bacterios se nutren de los mismos alimentos, ni re-

quieren idénticas condiciones de temperatura: el bacterio de la tuberculosis solo vive en el suero de la sangre y á una temperatura de 36°.

Cuando dos ó mas caen en el mismo terreno ponen de manifiesto la lucha por la existencia; los mas fuertes, ó sean los que mejor se desarrollan en ese medio, sofocan la generacion de los demás. A veces sin embargo pueden subsistir como buenos vecinos, cada uno toma lo que necesita, viviendo los bacterios en la mejor promiscuidad y conservando no obstante una independencia perfecta.

Colocados en un mismo tubo de cultura, el bacterio de la sarcina amarilla y el del carbunco, desarróllase solo éste; pero la saliva ofrece un ejemplo inverso, pues contiene elementos curvos y bastones.

Cuando las culturas ofrecen tipos diversos de bacterios, se dice que son impuras, siendo puras siempre que presenten una sola especie.

La primera cultura pura fué obtenida por Pasteur, que derrumbó la teoría de la generacion espontánea, ó creacion completa de un organismo vivo en un licor en ausencia de todo jérmen, destruyendo los sofismas de los heterogenistas, y de los hemogenistas y demostrando al mismo tiempo prácticamente que *omne vivum ex ovo*.

La preparacion de los medios de cultivo tiene por base, sean cuales fueran dichos medios, su esterilizacion perfecta. El agar-agar se extrae de una planta del Japon; la gelatina es simple cola de pescado á la que se agrega cierta cantidad de carne, y que despues de un largo cocimiento es filtrada. Los licores son mantenidos durante algunas horas á la temperatura de 115 grados, segun Pasteur, á la de 150 grados segun el procedimiento de Koch.

Conviene observar que esta diferencia en las temperaturas no es arbitraria, pues Koch ha demostrado que á 115 grados no mueren muchos esporios, aunque no resistan los organismos ya formados, y por consiguiente es este un calor insuficiente para la esterilizacion.

¿De dónde provienen las impurezas que enturbian comunmente los licores de cultura? Del aire ambiente, del organismo del esperimentador, de las mil circunstancias que actúan en el momento de la operacion. Estas impurezas, en lo que se refiere á la atmósfera, son escasas en las altas montañas ó en medio del mar, pero abundan de una manera asombrosa en la vergüenza de Buenos Aires, en los conventillos, mas que en ningun otro sitio de ciudades europeas.

Si tenemos en un tubo una cultura impura y deseamos aislar

cierto bacterio, se saca dos ó tres gotas del contenido de dicho tubo por medio de un ganchito de platino, previamente esterilizado al color rojo, y se depositan esas gotas en una placa de vidrio, provista del licor de cultura, y se coloca esta placa sobre la otra escavada que ha de reposar en el porta-objeto del microscopio. Se forma una colonia, dos, tres ó más, y entónces se procede á lo que en Alemania se llama *pesca de microbios*. Es esta una operacion delicada, que consiste en extraer de la placa sometida al exámen microscópico, y con un ganchito de platino, elementos de la colonia á que pertenezca el bacterio que se quiere separar, elementos que son llevados á una segunda y á una tercera placa, que poco tiempo despues ostentan culturas puras.

Es menester recordar que todos los aparatos y útiles usados en estas manipulaciones deben siempre hallarse esterilizados.

En Berlin se da al fin del curso á los estudiantes un tubo que contiene una cultura con tres ó cuatro bacterios diferentes; es esto lo que denominan la *mixtura mística*. Los estudiantes tienen que presentar mas tarde á sus maestros las culturas puras de cada uno de los bacterios.

Las papas suministran un medio precioso de cultura; en ellas, unas se elevan como copos, mientras otras son superficiales. El bacterio de la fiebre tifoidea tiene la especialidad de crecer sin que se le vea. Así, si cortamos cinco papas y sembramos cinco bacterios distintos, entre ellos el de la fiebre tifoidea, éste se desarrollará sin que la papa en que vive se altere aparentemente, aunque el microscopio revele el trabajo íntimo de que ha sido asiento.

A veces el índice de refraccion del microscopio no permite distinguir un bacterio, y es indispensable comunicarle una coloracion que lo haga fuertemente refringente. El desideratum de la ciencia á este respecto, consiste en dar á cada bacterio un color especial, pero desgraciadamente no se ha hecho mucho en dicho sentido.

Los bacterios se multiplican por division, por exciparidad y tambien por esporos. Son éstos botoncitos muy brillantes y refringentes, y que desempeñan un gran papel en las enfermedades. Un esporo se seca, resiste á la temperatura de 150°, y sin embargo conserva toda su vitalidad. Koch poseía una cultura del bacterio del carbunco que databa de once años y que no obstante guardaba toda su actividad.

No se ha encontrado esporos para todos los bacterios: el *bacillus comma* del cólera, descubierto por Koch, no los ofrecen nunca.

¿Qué importancia tienen pues los bacterios? Tanto se ha dicho, tanto se ha hablado sobre este asunto, que para el vulgo la cuestion de los bacterios es cuestion de moda, y son declamadores de oficio todos los que pregonan los últimos descubrimientos de la bacteriología. Para éstos nada significa que, verificadas repetidas veces inoculaciones con las culturas de los bacterios de la rabia, del carbunco, de la tuberculosis, estas inoculaciones dan constantemente lugar á rabia, carbunco y tuberculosis: su descreimiento implica vana presuncion ó acabada ignorancia hasta el punto de que en Francia, un clínico notable, pero ignorante en bacteriología, quiera borrar de una plumada, la gloria mayor de su patria, Pasteur.

Exajérase por otro lado la influencia de los micro-organismos, y es á éstos á quienes decimos que de los bacterios depende la vida universal, y que si las vacunaciones preventivas llegaran á disminuir los efectos perniciosos de la rábía, de la tuberculosis y de otras enfermedades específicas, aparecerían otras nuevas que viniesen á equilibrar la higiene universal, como ha sucedido con las que acabamos de citar, sucesoras de plagas que han desaparecido.

¿Y cómo es que los bacterios en general son la fuente de la vida? Los bacterios necesitan preparar sus alimentos, y para ello efectúan descomposiciones en los medios en que viven, estendiendo su influjo tanto al reino animal como al vegetal, y preparando indirectamente los alimentos de uno y otro. Los vinos son resultado de una fermentacion, la dijestion de los alimentos es tambien una fermentacion, hecho plenamente comprobado que amortigua la significacion de los jugos dijestivos en esta funcion, y en consecuencia la vida no es posible sin este proceso originado por los bacterios.

¿Se quiere prueba mas concluyente? Si no vivimos sin fermentaciones, y si estas fermentaciones son producidas por bacterios, nuestra vida depende entonces de los miembros del pueblo de la microbia, cuyo boceto hemos trazado á largos rasgos.

¿Son tan terribles los bacterios, como creen los pusilámines? No, y á pesar de que nos azoten con las mas rudas enfermedades, aún debemos agradecerles ese trabajo íntimo de que pende la existencia del mundo organizado.

Terminaremos esta reseña apuntando las diversas culturas que el Doctor Susini mostró despues de la conferencia. Consistían en los bacterios de levadura negra, muermo, pús verde, sarcina amarilla,

carbunco, segunda vacuna del carbunco, tuberculosis, asperjillus, pulmonia, leche azul.

Llamónos sobre todo la atencion la cultura del bacterio de la tuberculosis, con su aspecto caseoso peculiar. El bacterio del asperjillus aparece en el oido, constituyendo una enfermedad poco comun. La leche azul es el resultado de una fermentacion fuera del organismo.

Pero la colonia mas hermosa de los bacterios que anoche vimos, es seguramente la del *micrococcus prodigiosus* de un intenso color encarnado, cultivado en gelatina, en papas y en hostias.

Este micrococos es famoso desde largo tiempo atrás, y su descubrimiento se halla ligado á un milagro... de la iglesia católica. Un fraile italiano, de una villa ubicada en el camino de Florencia á Roma, no creía en el misterio de la transubstanciacion; pero surgió un buen dia una roja colonia del *micrococcus prodigiosus* sobre una hostia, y el sacerdote cambió de ideas, divulgó el milagro y se hizo santo.

Junto á la anterior nota cómica, agregaremos la última, que es séria: el bacterio de la erisipela ha sido inoculado con éxito como medio terapéutico para combatir sarcomas.

La leccion sobre bacteriologia queda aquí finalizada.

(*La Patria*).



# MUSEO PROVINCIAL DE ENTRE-RIOS

(CARTAS DEL PROFESOR SCALABRINI)

---

Paraná, Agosto 31 de 1886.

*Exmo. Señor Gobernador de la Provincia, General D. Eduardo Racedo.*

Continúo mis observaciones sobre los moluscos fósiles representados en la coleccion de objetos que V. E. regaló al Museo el 21 de Marzo del corriente año.

Séame permitido, Exmo. Señor, algunas consideraciones generales sobre los moluscos, antes de contraerme al asunto especial que motiva la presente comunicacion.

En muchas obras podemos apreciar los resultados de observadores laboriosos sobre el origen, el desarrollo, la filiacion de estos animales, así como su vida, por cierto, muy limitada en armonía con su organismo poco diferenciado.

Brehm en *La Creacion* ha reunido un crecido número de observaciones que ha de utilizar la Biología experimental, ciencia hoy de moda, gracias á los trabajos casi victoriosos de Pasteur, y de otros no menos competentes en el delicado y difícil asunto de la fiel y exacta interpretacion de la esperimentacion biológica.

La aparicion de los moluscos principia con la formacion del período siluriano, en donde se encuentran todos los tipos de esta numerosa clase, mientras que los vertebrados han aparecido sucesivamente, primero los peces, despues los reptiles, en seguida las aves y finalmente los mamíferos. No hay duda que en aquella remotísima época de la Historia del Planeta que habitamos, se habian constituido ya las condiciones indispensables al ser viviente: aire, luz, calor, humedad.

Los moluscos son, entre los animales fósiles, los mas abundantes, desempeñan un papel importante en la formacion de los continentes y son tambien los que se han señalado con mas frecuencia como observa Pictet en su *Paleontologia*, tomo XI, página 583.

La corologia de los Moluscos es vasta y muy interesante; viven en todas las latitudes, en los mares, en los rios, en la tierra, algunos son cosmopolitas, otros regionales, como pueden verse rápidamente en el mapa malacológico, anexo al manual de Conchiliologia de Woodward.

Lo que mas nos interesa en los moluscos, no son sus colores variados, brillantes, ni sus formas raras, ni su tamaño ya gigantesco ya microscópico, sinó su utilidad en la alimentacion y en la fabricacion.

El Paraná les debe su principal industria: nuestras piedras se componen de detritus de conchas fósiles de arcos, venus, cárdios, ostras, volutas y de otras especies en menor cantidad.

Se conocen 20.502 especies vivientes y 18.568 fósiles segun Woodward, obra citada, página 142. Diferentes sistemas se han formulado para clasificar un número tan grande de objetos.

Los principios establecidos por Lamarck en su curso de Zoología en el Museo de Paris en 1816, ampliados y confirmados en su gran obra en 11 tomos sobre los animales invertebrados han de prevalecer mas tarde ó mas temprano con aquellos perfeccionamientos que derivan naturalmente de una experiencia mas estensa y de una observacion mas prolongada.

El eminente naturalista citado ha hecho sentir la necesidad de establecer leyes fijas en Zoología, fundadas en el conocimiento completo de los seres en sus múltiples relaciones con la Naturaleza que crea, multiplica, transforma ó extingue lenta y continuamente los minerales, vegetales y animales, [no excluido el hombre con sus productos industriales, artísticos ó científicos.

En ciencia, como en todo, hay verdadera conveniencia en apreciar debidamente y seguir á los hombres de verdadero mérito que se reconocen siempre por sus obras que resisten, dentro de ciertos límites, la accion destructora del tiempo.

Por mi parte, llegando la oportunidad menciono con complacencia la autoridad de Lamarck, Darwin y Comte, que tanto descuellan y con razon por sus obras memorables.

Por lo tanto se puede leer con provecho el contenido del tomo VI, página 17 y siguientes, y tomo 7 página 393 obra citada de Lamarck.

En el Museo se conserva una valiosa coleccion de moluscos fósiles

y vivientes que representan casi todas las familias, la mayor parte de los géneros y muchas especies de diferentes regiones.

Los moluscos Argentinos, terrestres y fluviales, han sido estudiados en parte por los señores Strobel y Doering, cuyos resultados se consignan en las obras del primero y los del segundo en varias entregas del *Boletín de la Academia Nacional de Ciencias* de Córdoba.

Muy poco se ha publicado sobre los moluscos fósiles de la República.

De la formación terciaria del Paraná se han mencionado 48 especies: de las cuales 7 especies han sido descritas por D'Orbigny, que fué el primer naturalista que estudió la geología del Paraná, y 41 especies por Bravard, que las nombró en su conocida monografía sin describirlas ni figurarlas, por eso no es posible reconocerlas con exactitud.

Por mis observaciones he reconocido que los moluscos de esta localidad son tan numerosos en géneros y especies como los mamíferos, reptiles y peces.

El señor D. Toribio E. Ortiz, prepara á indicación mía, una monografía sobre estos animales.

Determino los moluscos fósiles que venian en la colección de V. E.

Genus *Ostrea* LINNEO.

1 Sp. *O. Entreriana*, BRAV.

dos grupos que se componen cada uno de tres valvas.

2 Sp. *O. strangulata*, BRAV.

dos ejemplares con sus valvas reunidas perfectamente conservadas.

3 Sp. *O. escavata*, BRAV.

un ejemplar con sus dos valvas bien conservadas.

4 Sp. *O. foliformis*, BRAV.

dos valvas, una intacta la otra un poco mutilada; del género ostrea, se conocen en el Paraná 10 especies, dos fueron establecidas por D'Orbigny y 8 especies por Bravard.

Genus *Pecten*, MOF. MULLER.

Sp. *P. Paranensis*, D'ORBIGNY.

tres valvas de diferentes tamaños bien conservadas.

Genus *Venus*, LAMARCK.

Sp. *V. meridionalis*, BRAVARD.

un molde perfecto.

Genus *Cardium*, LIN.

Sp. *C. Platense*, D'ORBIGNY.

un molde.

A la brevedad posible tendré el honor de comunicar á V. E. mis observaciones sobre los radiarios fósiles de la coleccion de V. E.

Saluda atentamente á V. E.

PEDRO SCALABRINI.

---

Paraná, Setiembre 12 de 1886.

*Excmo. Sr. Gobernador de la Provincia, General D. Eduardo Racedo.*

Despues de algunas reflexiones sobre los animales inferiores determinaré los Radiarios fósiles representados en la coleccion de V. E.

Los animales inferiores microbios, infusorios, pólipos, radiarios, etc., tan descuidados en otros tiempos, han adquirido en el dia no obstante su vida rudimentaria, resultado de su organismo tambien rudimentario, una importancia, por lo menos igual á la de los demás animales superiores.

No puede ser de otra manera, porque, como es sabido, la resolucion de los mas difíciles problemas de Medicina, Higiene, Educacion y Política depende en gran parte del conocimiento de las leyes de la vida real tal como aparece por la observacion y experimentacion, y no como se concibe generalmente por la imaginacion enferniza de espíritus superficiales. Por otra parte los naturalistas, educacionistas, estadistas, y sobre todo los médicos, han comprendido que los fenómenos fisiológicos, psicológicos y patológicos se deben estudiar caracterizando con precision su origen, desarrollo, estado normal ó anormal, primero en los organismos mas simples por ser su conocimiento mas fácil, despues, siempre gradualmente en los organismos mas complicados, y finalmente en el hombre cuyo bienestar,

como individuo y como especie se funda exclusivamente en su propio trabajo.

Esta relacion de lo mas pequeño con lo mas grande deriva de un hecho científicamente constatado : la identidad de la vida animal en sus elementos primordiales, nutricion, reproduccion, sensibilidad y movimiento. Este hecho fundamental en Biología está confirmado por los resultados sorprendentes de la Filogenia y Ortogenia, confirmados y ampliados por las experiencias decisivas de Claudio Bernard el fisiólogo mas ilustre de este siglo, como puede verse en su obra magistral *Lecciones sobre los fenómenos de la vida comunes á los vegetales y animales*. Pensadores no menos ilustres, por diferentes procedimientos llegan á las mismas conclusiones entre nosotros. Huxley en Inglaterra, Heckel en Alemania, Leydig en Norte América y Serg en Italia.

La importancia de los animales inferiores aumenta considerablemente si se tiene presente que a nuestra vista, hoy dia, se elabora una nueva teoria sobre la Etiologia de las enfermedades mas terribles que, segun Pasteur, Koch, Hallier, Cohn, son producidas por seres microscópicos conocidos con el nombre de Microbios, Bacterios, etc.

Sobre estos detestables seres el Sr. Klein de Lóndres ha publicado un libro curioso en 1885 con el título significativo : *Microbios y enfermedades*, en el que reasume con claridad los resultados de las investigaciones realizadas en este asunto que llama en estos momentos la atencion de pueblos y gobiernos que se interesan, como es natural por la salud pública.

En la República oímos, no hace mucho; en favor de la « Teoria Pastoriana » la palabra autorizada de los distinguidos sábios doctores : Wilde, Crespo, Pirovano, Susini y Davel que, gracias á sus esfuerzos plausibles y mediante la decidida cooperacion del Superior Gobierno Nacional, fundaron en la Capital Federal, el primer Instituto Microbiológico de Sud América.

Reivindico para Lamarck una parte de gloria como precursor de Pasteur.

A principios de este siglo, 66 años antes del precitado experimentador, el eminente naturalista habia presentido el origen parasitario de las enfermedades y principalmente de las contagiosas (Tomo III, página 554 y siguientes de su *Historia Natural de los animales invertebrados*).

El camino está trazado, Exmo. Señor, hay que seguirlo con ánimo

resuelto hasta alcanzar la posesion de las nuevas fuerzas que opondrán tenaz resistencia al mal y promoverán, sin duda, el bien individual y social en sus múltiples y fecundas direcciones.

El Museo posee una coleccion relativamente numerosa de Pólipos y Radiarios actuales provenientes de diferentes mares, clasificados por el señor D. Juan Ambrosetti.

Los animales inferiores están representados en la coleccion de V. E. por tres Radiarios de la familia de los Equinidos del género *Scutella*.

V. E. ha de recordar que el 10 de Abril de 1884 se dignó remitir al Museo un ejemplar de este mismo género, al que díle el nombre de *Scutella orbicularis*, segun consta en el informe que pasé al Ministerio el 1° de Diciembre del mismo año, publicado en *El Constitucional*.

Los tres ejemplares que tengo á la vista pertenecen á la misma especie, salvo el tamaño, que en el caso presente constituye diferencias individuales y nó específicas.

Lamarck, fundador del género, describe 20 especies, entre estas la *Scutella orbicularis*, obra citada, Tomo III, página 275.

Segun informes de M. Alberto Goudry, profesor de Paleontolojia en el museo de Historia Natural de Paris, en una carta que se publicó en el *Courrier de la Plata* núm. 5674 nos hace saber que Mr. Cotteau estudia la misma especie que describirá si fuera una especie nueva.

Este interesante fósil se halla en Villa Urquiza junto con las ostras *Pecten* y *Balanus*, hasta ahora no se ha observado en el Paraná.

Los restos fósiles de este grupo son muy escasos en esta formacion.

Bravard, Mon. pág. menciona una asteria hallada por Du Graty en el Salto, al Oeste de esta Capital: una parte de este objeto se conserva en el gabinete Paleontológico de la Escuela de Minas en Paris regalado por el gobierno de la Confederacion y la otra en el Museo Nacional de la Capital.

Burmeister que ha tenido la ocasion de examinarla afirma que es un *Ophiotrix*, hasta ahora no se ha descrito. Este mismo autor menciona tambien un *Spatangide*, tambien no descrito, *Descripcion Física* etc. Tomo II, página 242.

Por mi parte he encontrado un fragmento de coral semejante á el que figura Mantell en las *Medallas de creacion*, Tomo I, página 262, fig. y una preciosa especie de *Siphobia*, obra citada Tomo I, página 231, figura 4ª.

Este último objeto fué hallado en medio de una piedra calcárea de la cantera municipal, y me ha sido donado por el finado senador D. Domingo Comas, tan prematuramente arrebatado á la patria, á la familia y á los amigos que apreciaban con justicia las relevantes cualidades de tan benemérito ciudadano.

Dentro de algunos días tendré el honor de comunicar mis observaciones sobre los vegetales fósiles de la colección de V. E.

Saludo atentamente á V. E.

PEDRO SCALABRINI.

# LOS ENSAYOS DEL CEMENTO PORTLAND, ETC.

EXTRACTOS DE UN INFORME PRESENTADO

Á LA «SOCIEDAD AMERICANA DE INGENIEROS CIVILES» POR LA COMISION NOMBRADA POR LA MISMA PARA PROPONER UN SISTEMA UNIFORME PARA ENSAYAR LOS CEMENTOS

---

... El ensayo de cemento no es una operacion tan sencilla como muchas veces se cree. Se requiere mucha experiencia antes de poder manipular los materiales de manera como para obtener resultados que se aproximen á la verdad.

Las primeras pruebas de personas inexpertas, apesar de ser inteligentes y prolijas, son generalmente muy contradictorias y faltas de exactitud, siendo imposible eliminar las variaciones introducidas por las ecuaciones personales de los observadores mas concienzudos. Muchas circunstancias, aparentemente de poca importancia, ejercen sobre los resultados una influencia tan señalada, que es solamente por un cuidado especial en los detalles mas insignificantes, ayudado por la práctica y la inteligencia, que se puede conseguir ensayos fidedignos.

La prueba que determina la *resistencia á la tension* sobre una area seccional de una pulgada cuadrada, se recomienda, puesto que nos parece la mejor para uso general. En la *briqueta* chica hay menos peligro de las burbujas de aire, hay que manipular una cantidad pequeña de materia, y permite el empleo de una máquina mas liviana y de menor costo.

Esta *prueba á la tension*, verificada debidamente, sin ser perfecta, es, no obstante, una buena indicacion del valor de un cemento. El tiempo que requiere la aplicacion de esta prueba á los cementos sean naturales ó de Portland es considerable (siete dias cuando menos si se desea obtener una indicacion digna de confianza) y no siempre es posible esperar tanto sin demorar la obra. Por esta razon

pruebas de corto tiempo son permisibles en casos de necesidad, advirtiéndose que lo mas que sería posible determinar en este caso, sería el averiguar si un lote de un cemento conocido se halla en sus condiciones normales... No podemos afirmar que un cemento nuevo ó de marca desconocida resultaria satisfactorio apesar de pasar bien por los ensayos despues de un dia: solamente una série de ensayos durante un tiempo considerable, con dosis suficiente de arena, determinará el valor verdadero de un cemento cualquiera; y sería mas prudente emplear cemento de una marca conocida sin ensayarlo, que aceptar un artículo nuevo que hubiera sido ensayado sin arena y durante un solo dia.

La prueba de *resistencia á la compresion* es de mucho valor, pero los aparatos necesarios para llevarlo á cabo son algo voluminosos y caros, de manera que no nos parece conveniente incorporar esta prueba en el método uniforme que proponemos para ser adoptado en general. Sin embargo, cuando se hallan comprometidos grandes intereses, y cuando contratos de importancia dependen sobre el fallo de un ingeniero con respecto de la calidad de un cemento, se debería emplear ambas pruebas, si fuera posible conseguir los medios indispensables para su verificacion. Se puede destinar las puntas de las briquetas quebradas, reducidas á cubos de una pulgada, para ensayar su resistencia á la compresion.

La prueba de *adhesion* siendo muy variable y de resultados inciertos y por consiguiente, no siendo digna de confianza, no la recomendamos.

#### *Grosor del polvo*

La resistencia de un cemento depende mucho de su estado de pulverizacion, especialmente cuando esté mezclado con una dosis considerable de arena. Se recomienda, pues, que los ensayos se hagan con cemento que haya pasado por un tamiz del n° 100 (10000 mallas por pulgada cuadrada), de alambre n° 40. Los resultados que asi se obtienen indicarán el grado que el cemento pueda alcanzar, bajo la condicion de un polvo finísimo, mas no indicarán si se debería aceptar y emplear tal ó cual cemento ofrecido en venta. La determinacion de este punto demanda la aplicacion de las pruebas al cemento tal como se vende al público.

... La sutileza del polvo no es una indicacion segura del valor de un cemento, apesar de que todos se mejoran per una buena molienda. Cemento de los mejores grados se muelen hoy de manera que

solamente de 5 á 10 0/0 queda sobre un tamiz de 2500 mallas por pulgada cuadrada y hasta se ha molido el cemento tan perfectamente que de 3 á 10 0/0 se rechaza por un tamiz de 32000 mallas por pulgada cuadrada. Cuanto mas fino es el cemento tanto mayor es la d6sis de arena que tomará y mayor será su valor, con tal que sea bueno bajo otros conceptos.

### *Hendimiento*

Nunca se debe omitir la prueba sencilla que tiene por objeto determinar su mayor 6 menor tendencia á rajarse. Es como sigue :

Háganse dos panes de cemento puro del diámetro de 2 á 3 pulgadas, y como de  $\frac{1}{2}$  pulgada de espesor, con bordes delgados. Obsérvese el tiempo en minutos, que dichos panes, preparados con agua suficiente para darles la consistencia de una mezcla plástica, necesitan para fraguarse lo bastante para resistir la prueba recomendada por Gen. Gillmore (un alambre de  $\frac{1}{12}$  pulgada de diámetro cargado con  $\frac{1}{4}$  de libra y otro de  $\frac{1}{24}$  pulg. con carga de 1 libra). Se debe poner en agua uno de estos panes, despues de fraguado, examinándolo diariamente para ver si se disforma 6 si se presentan rajas en los bordes. Estas manifestaciones indican que el cemento no se halla *por el momento* en estado de servir. En algunos casos la tendencia á rajarse, cuando resulta de la presencia de cal en exceso, desaparecerá con el tiempo. El otro pan deberá guardarse al aire, observándose su color, el que deberia ser uniforme; la apariencia de manchas amarillentas son indicaciones de una calidad pobre: los cementos de Portland son de un gris azulado, mientras los cementos naturales son claros 6 oscuros segun el carácter de la roca que ha servido para su fabricacion.

### *Ensayos recomendados*

Se recomienda que se limiten los ensayos del cemento hidráulico á los métodos de determinar el grosor del polvo; su tendencia á rajarse; y su resistencia á tension; y para el último, en los ensayos de 7 dias 6 mas, que se emplee una mezcla de una parte del cemento con una parte de arena siendo el cemento un cemento natural, 6 con tres partes de arena con los de Portland: sin perjuicio de ensayar el cemento puro 6 sin arena. Las proporciones deberán determinarse por pesadas. Se deberán verificar los ensayos con los cementos

en el estado que tengan en el mercado. Si se obtuvieren resultados satisfactorios con la dosis máxima de arena no hay necesidad de otros ensayos. En el caso contrario, se deberá excluir las partículas gruesas por medio de un tamiz n° 100, para determinar aproximativamente el grado del cemento si fuese muy molido.

*Manera de hacer la mezcla, etc.*

Las proporciones del cemento, de la arena y del agua deberán determinarse por pesadas, mezclando en seco el cemento con la arena y echando de golpe toda el agua. La operacion deberá ser rápida y completa y la mezcla de buena consistencia y plástica se introducirá en los moldes con la cuchara, usando cierta presion pero sin golpes, nivelando la superficie en seguida. Los moldes, durante la operacion anterior, descansan directamente sobre vidrio, pizarra ú otro material impermeable. Deberá terminarse la operacion antes de que principie á fraguarse la mezcla.

En cuanto pueden resistir lo suficiente, se sacan las briquetas de los moldes, y se les tapan con un paño mojado hasta el momento de inmersión. Para mayor uniformidad, se deberá inmergir las briquetas, sean de cemento puro ó con arena, al cabo de 24 horas, salvo en el caso de los ensayos de 1 dia.

El agua que sirve para la mezcla y para la inmersión deberá ser agua comun, dulce y limpia con una temperatura entre 60° y 70° F. (15° á 21° C.)

La proporción del agua para la mezcla varia segun el grosor, edad ú otras condiciones del cemento y con la temperatura del aire, pero aproximativamente es como se indica en seguida:

Para las briquetas de cemento puro: Portland 25 % natural 30 %.

Para las briquetas de arena 1 parte, cemento 1 parte: como 15 % del peso total de arena y cemento.

Para las briquetas de 1 parte cemento, 3 pts. arena: como 12 % del peso total de arena y cemento.

Lo que se trata de obtener es una mezcla con la plasticidad de una argamasa fuerte.

Se puede hacer cinco briquetas para cada ensayo, aceptando únicamente aquellas que se quiebren en su seccion mas pequeña.

Se deberán introducir las briquetas en la máquina de ensayar y proceder á su fractura en el instante de sacarlas del agua, mante-

niéndose la temperatura de las briquetas y de la pieza donde se practican los ensayos entre 15° á 21° C.

La tension deberá aplicarse á cada briqueta uniformemente á razon de 400 libras por minuto, principiando cada vez á 0. Se recomienda una disminucion de la rapidez hasta la mitad, en el ensayo de mezclas débiles.

### *Densidad*

No hay relacion constante entre la densidad de un cemento y su fuerza.

En la práctica, la determinacion de la densidad es de poco valor como prueba considerándola aisladamente, y es innecesaria cuando se practiquen los demás ensayos, salvo en los casos cuando se desee conocer el volúmen relativo de pesos iguales de cementos.

### *Endurecimiento de los cementos*

La rapidez con que un cemento se fragua ó pierde su plasticidad no nos proporciona ninguna indicacion con respecto á su resistencia ulterior. Muestra simplemente su actividad hidráulica inicial. Conviendria adoptar para la nomenclatura de los cementos, la division en dos clases: cementos rápidos ó sean los que se fraguan en menos de media hora y cementos lentos ó sean los que necesitan un período mas largo. Los cementos naturales lentos no deberán calentarse durante su endurecimiento, pero los cementos rápidos pueden calentarse algo, siempre que no se rajen. Las rajaduras en el cemento Portland dan evidencia de un exceso de carbonato de cal y en los cementos Vicat un exceso de cal en la mezcla primitiva.

### *Modo de tomar las muestras*

Algunos ingenieros ensayan un barril en cada diez, otros uno en cinco, y otros sacan una muestra de cada uno. En general uno en cinco nos parece suficiente; pero en obras de mucha importancia, cuando la calidad de cada barril pueda afectar la resistencia de la parte de la obra en la cual se le emplee, se recomienda el ensayo de cada uno de los barriles, haciendo una briqueta con ella. Las muestras deberán tomarse del interior del envase á tal profundidad que represente fielmente su calidad y deberán conservarse en recipientes bien tapados impervios á la luz y á la humedad.

*Tamices (1)*

Para determinar la finura del cemento conviene servirse de tres tamices :

Nº 50	(2500 mallas por pulgada cuadrada)	de alambre nº 35.
Nº 74	(5476 — — )	— nº 37.
Nº 100	(10000 — — )	— nº 40.

Para las arenas se recomienda dos tamices :

Nº 20	(400 mallas por pulgada cuadrada)	de alambre nº 28.
Nº 30	(900 — — )	— nº 31.

*Arena normal*

Nos parece de mucha importancia la cuestion de una arena de calidad constante, puesto que se ha observado que se han obtenido resultados muy diversos con el empleo de arenas al parecer iguales y cernidas por los mismos tamices. Creemos que se obtendrán los mejores resultados usando el cuarzo molido que sirve para la fabricacion de papel de arena. Siendo este cuarzo en polvo un artículo comercial, que se prepara en grandes cantidades y de calidades definidas, no hay dificultad en conseguirlo á razon de \$ 5 por barrica de 300 libras.

La comision recomienda pues, el empleo de cuarzo molido de tal grosor que los granos pasen por un tamiz nº 20 y se rechazen por número 30.

*Moldes para las briquetas*

Los moldes son generalmente de fierro ó de bronce, siendo el valor de estos \$ 3 y el de aquellos \$ 20. Los moldes de madera, untados con aceite, pueden servir provisoriamente, pero muy pronto quedan inservibles para trabajos de precision.

La comision acompaña su informe con dibujos de los moldes, pinzas y máquinas para ensayar la resistencia de los cementos, y recomienda que se adopten las formas y dimensiones indicadas y publicadas en las « Transacciones de la Sociedad Americana de Ingenieros Civiles correspondientes al mes de Noviembre 1885 ».

(1) Estos tamices pueden obtenerse en Williams Globe Wire Works, 85 Fulton Street New-York.

# FUNGI GUARANITICI

AUCTORE

CAROLO SPEGAZZINI

(ITALO)

---

*Pugillus 1*

## MYXOMYCETEAЕ (Fr.). DBy.

316. TILMADOCHЕ MUTABILIS Rostaf. Sluzowc. pag. 130.

*Hab.* Ad cortices putrescentes in sylvis prope *Guarapí*, Aug. 1881 (sub n. 2805).

*Obs.* Sporangia subhemisphaerica, inferne umbilicata, nutantia, flavida, stipite aureo v. sulfureo fulta; capillitii tubuli e hyalino flavescens, tenuis, ad furcationes incrassati: sporae globosae (8-9), laeves, dilute fusco-vinosae.

317. DIDYMIUM SQUAMULOSUM (A. et S.) Fr.

*Hab.* Ad folia viva et cortices truncorum in sylvis prope *Guarapí* per annis 1880-81 (sub n. 3426-3456).

*Obs.* Forma truncicola omnibus partibus paulo quam forma foliicola major.

318. DIDYMIUM SQUAMULOSUM (A. et S.) Fr.

Var. *leucopus* (Fr.)

*Hab.* Ad folia viva *Casseberiae triphyllae* in montosis *Cordillera de Peribebuy* vocatis, Mart. 1881 (sub n. 2748).

319. DIDYMIUM EFFUSUM (Link) Fr.

*Hab.* Ad folia viva *graminacearum* repentium in pago *Paraguari*, Jul. 1883 (sub n. 3762).

*Obs.* Sporae fusco-vinosae, globosae (7-11) dense minuteque granuloso asperulae.

320. DIDYMIUM PARAGUAYENSE Speg. (n. sp.)

*Diag.* Sporangia primo globosa v. elliptico-elongata (0,5-1" × 0,5"),

sessilia rarius breviter substipitata, pulchre intenseque violacea, hypothallo mucedineo, fusco, tenuissimo, effuso insidentia laxaque adnata, dein hemisphaerica v. reniformia (1-2<sup>m</sup> long.  $\times$  0,8-1<sup>m</sup> lat.), sessilia, subrepentia, cute candido, crasso, rimose v. frustulatum dehiscente tecta, gleba fulva v. pallide cervina farcta. Capillitium tenuissimum, hyalinum, non evanescens; sporae globosae (7-8 diam.), laevissimae, dilute fusco-olivaceae v. tabacinae. Granula calcarea numerosissima, minutissima, hyalina, globulosa v. irregulariter angulosa.

*Hab.* Ad folia dejecta nec non ad cortices putrescentes *Luhaea grandiflorae* prope *Guarapí*, Nov. 1881 (sub n. 3437).

### 321. PERICHAENA ? PSEUDAECIDIUM Speg. (n. sp.)

*Diag.* Sporangia conica, cylindracea v. calyciformia (1-1,5<sup>m</sup> long.  $\times$  0,5-1 diam.), sessilia v. breviter stipitata, tunica tenuissime cartilagineo-membranacea donata, basi laevia v. minute rugulosa, apice irregulariter laciniatim v. fimbriatim dehiscentia, castanea v. fusco tabacina; gleba citrina v. flavescens. Capillitii tubuli tenuissimi (1 crass.), parce ramosi, laevissimi, hinc inde spinulis solitariis conicis v. elongato subramululiformibus ornati, flavescenti-hyalini. Sporae globosae (6-7 diam.) e mutua pressione saepe compresso-angulosulae, laevissimae, dilute flavescenti-vinosae.

*Hab.* Ad folia viva *Filicum* plurimarum nec non *Tillandsiae muscoidis* in montuosis *Sierra de Tchololo* vocatis, Jul. 1881 (sub n. 2750 a, b).

*Obs.* Species pulcherrima ac paradoxa, forma foliicola aecidium quoddam eximie simulans, facillime novi generis typum sistens.

### 322. LICEA ? GUARANITICA Speg. (n. sp.)

*Hab.* Sporangia laxe gregaria, superne obscure ochracea hemisphaerica, inferne cinerascens ac obconica (0,5-1<sup>m</sup> diam.), stipite elongato crassoque (1-2<sup>m</sup> long.  $\times$  0,2-0,3<sup>m</sup> crass.), fusco-ochraceo, basin versus incrassatulo, hypothallo sordide fusco, mucedineo, crustaceo, lateque diffuso insidente fulta, calce atque columella destituta gleba, concolori farcta. Capillitii tubuli dimorfi, alii crassiusculi (4-5 diam.), laevissimi, parce ramosi septatique, alii tenuissimi (1,5-2 diam.), dense ramoso-anastomosantes, hinc inde denticulato-nodulosi, hyalini, dense septati. Sporae

globosae v. hemisphaericae (4-8 diam.), grosse 1-guttulatae, saepe caudula (4-5  $\times$  1), tortuosula donatae.

*Hab.* Ad cortices putrescentes in sylvis prope *Guarapí*, 28 Mart. 1880 (sub n. 2756).

*Obs.* Species pulcherrima, facillime pro *Stylbi* specie sumenda, a genere *Licea* satis desciscens et melius novi generis typum.

### 323. TRICHA CHRYSOSPERMA (Bull.) DC.

Var. *turbinata* (Hds.)

*Hab.* Ad folia graminum dejecta putrescentia in sylvaticis prope *Peribebuy*, Jun. 1883 (sub n: 3858).

*Obs.* Sporangia dense constipata, obovata (0,75<sup>m</sup> alt.  $\times$  0,35-0,40<sup>m</sup> diam.) flavo-virescentia; capillitii tubuli taeniolis simplicibus spiralibus donati, apicibus liberis attenuatis, flavidi (5 crass.); sporae globosae, reticulato-areolatae (8-9 diam.), flavae.

### 324. HEMARCYRIA CLAVATA (Pers.) Rostaf. Sluzowc. p. 264.

*Hab.* Ad lignum emarcidum mucidum in sylvis prope *Guarapí*, Jul. 1881 (sub n. 2751.)

*Obs.* Sporangia fulvo-cinnamomea, cute membranaceo superne frustulatim evanido, inferne persistente anhisto, fulvo, hyalino-punctulato, ex ovato globosa (0,5-0,6<sup>m</sup> diam.), stipite recto, rigidulo, opaco, tabacino (1-1,5<sup>m</sup> long.); capillitio cinnamomeo, reticulato, tubulis tenuibus (5-6 crass.), sordide fulvescentibus composito; sporae globosae (siccae hemisphaericae) sordide diluteque flavidae (7-8 diam.), minutissime granuloso-punctulatae.

## FUNGI IMPERFECTI

### SPHAEROPSIDEAE Lév.

### 325. PHYLLOSTICTA CHAMISSOAE Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae amphigenae, orbiculares, determinatae, sparsae, majusculae (5<sup>m</sup> diam.), arescenti-pallescentes, zona fusca v. ferruginea, strictiuscula cinctae; perithecia epidermide tecta e globoso lenticularia, atra, sicca collabescentia (150-200 diam.) ostiolo rotundo latiusculo perforata, membranacea contextu minute parenchymatico, pellucido, fusco-fuligineo; sporulae ellip-

ticae v. ovoideae (9-12×3-3,5), apice infero acuto saepe curvulo, hyalinae.

*Hab.* Ad folia viva *Chamissoae celosioidis* prope *Guarapí*, Dec. 1881 (sub n. 3516).

326. *PHYLLOSTICTA HESPERIDEARUM* (Catt.) Penz.

*Hab.* Ad folia viva *Citri vulgaris* in sylvaticis prope *Guarapí*, Oct. 1881 (sub n. 3519).

327. *PHYLLOSTICTA MONESIAE* Speg. (n. sp.).

*Diag.* Maculae amphigenae, orbiculares v. irregulares (2-3<sup>m</sup> diam.), arescenti-pallescentes, determinatae, sparsae, zona nulla v. vix perspicua ac fuscescente limitatae; perithecia epidermide tecta, lenticularia (100-150 diam.), sparsa, atra, sicca collabescentia, glabra, ostiolo minuto pertusa, tenui membranacea, contextu parenchymatico, olivaceo donata; sporulae ellipticae (3,5-4×1,5-2), utrinque obtusissimae, grosse 2-guttulatae v. eguttulatae, hyalinae.

*Hab.* Ad folia languida *Monesiae* spec. in *Cerro Hu* prope *Paraguari*, Oct. 1882 (sub n. 3437).

328. *PHOMA BAMBUSINA* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae; perithecia adnato superficialia, subelliptica v. elongatula (0,2-0,3×0,15<sup>m</sup>), atra, glabra, rimose irregulariterque dehiscentia, subcarbonaceo-carnosula, contextu parenchymatico subindistinto, atro-fuligineo; sporulae ellipticae (10×3) superne acutiuscule rotundatae, inferne acutato-truncatae, nebulosae, minute 2-guttulatae, hyalinae.

*Hab.* Ad folia viva *Bambusaceae* spec., socia *Phyllachora bambusina* Speg., prope *Naranjo*, 24 Maj. 1883 (sub n. 3828).

329. *PHOMA SORDIDULA* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae; perithecia epidermide cinerascenti tecta, sparsa, lenticularia, minuta (80-100 diam.), sicca subcollabescentia, atra, glabra, tenui membranacea, contextu parenchymatico-celluloso, fuligineo donata, ostiolo parvulo, papillulato pertusa; sporulae minutae, ellipticae v. ovoideae (3-3,5×1,5-2), utrinque obtusiusculae, minute 2-guttulatae, hyalinae.

*Hab.* Ad siliquas exsiccatas *Cassiae* speciei cujusdam prope *Guarapí*, Jul. 1883 (sub n. 3803).

## 330. CHAETOPHOMA? AMPULLULA Speg. (n. sp.)

*Diag.* Perithecias superficialia globosa, brevissime subampulluliformia ex ostiolo papillulato, crassissimo, late perforato, margine fimbriatulo, minuta (60-70 diam.), membranacea, contextu parenchymatico, olivaceo fuligineo, subiculo parcissimo radiante, fibrillis atris, opacis, rectiusculis constituto, insidentia; sporulae ellipticae, utrinque obtusiusculae ( $5-6 \times 2,5-3$ ), 2 guttulatae, hyalinae v. *chlorino-fumosae*.

*Hab.* Ad folia viva plantae ignotae ejusdam (socia *Meliola dubia* Speg.) in sylvis prope *Guarapí*, Jul. 1883 (sub n. 3782).

*Obs.* Species pulcherrima peritheciis vere singularibus distinctissima.

## 331. CHAETOPHOMA? MAYDIS Speg. (n. sp.)

*Diag.* Perithecia globosa (50-90 diam.), astoma (an semper?), primo pellucida e hyalino chlorina, dein, praecipue in parte supera, atra, glabra, laevia, tenui membranacea, sparsa v. hinc inde laxe glomerulata, contextu pellucido, indistincto donata, hypothallo mucoso-granuloso, saepe per aetatem evanescente insidentia; sporulae ellipticae, utrinque obtuse rotundatae ( $2,5-3,5 \times 1,5-2$ ), hyalinae.

*Hab.* Ad folia dejecta putrescentia *Zaeae Maydis* nec non (rarius) *Sacchari officinalis*, prope *Guarapí*, Aug. et Dec. 1881-82 (sub n. 2790, 3733).

## 332. PLACOSPHERIA? SCIRRHIOIDES Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae v. hypophyllae, parvulae, lineares, ferrugineae; stromata epiphylla, longitudinalia, laxe gregaria v. sparsa, lineari-elongata ( $1-5''$  long.  $\times$   $0,20-0,25''$  diam.), recta, epidermide fissa tecta, atra, glabra; perithecia stromate immersa, globulosa e mutua pressione e latere compressa ( $150-180 \times 100$ ), ostiolo parvulo papillulato perforata, membranacea, contextu indistincto, fusco; sporulae ellipticae v. ovoideae, utrinque obtusiusculae ( $5 \times 1,5$ ), primo hyalino-chlorinae, dein *dilute fumoso-fuligineae*.

*Hab.* Ad folia viva *Bambusaceae* ejusdam, in sylva subvirginea *Caa-guazú* vocata, Jan. 1882 (sub n. 3444).

*Obs.* Species generi novi typum facillime sistens, ob sporulas per aetatem coloratas. Genus *Placosphaeria* cum genere *Melasmia*

valde affinis et limites inter duo genera, ut videtur in speciebus sequentibus, difficillime determinandi.

333. *PLACOSPHERIA? ACALYPTOSPOROIDES* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae determinatae, stromaticae, atrae, amphigenae, tenues, coriaccellae, irregulariter angulosae, majusculae (3-6<sup>m</sup> diam.), saepius secundum nervos secundarios evolutae, glabrae v. minute rugulosae; stroma intus album, loculis minutis, densissimis, labyrinthoideo-cerebrinis donatum; sporulae non visae!

*Hab.* Ad folia viva *Eugeniae* speciei cujusdam in dumetis prope *Guarapí*, Oct. 1880 (sub n. 2734).

334. *PLACOSPHERIA PARAGUARIENSIS* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae subindeterminatae, parvulae (1-2<sup>m</sup> diam.), orbiculari-irregulares, arescenti-fuscae, parum manifestae, amphigenae; stromata parvula, epiphylla, macularum centro insidentia, atra, glabra, rugulosa, prominula, 2-5-locularia, coriaccella, contextu indistincto, opaco, atro; loculi globosi v. e mutua pressione angulosi, parvuli (120-150 diam.), ostiolo minuto donati; sterigmata fasciculata, filiformia (20×1), hyalina, acrogene monospora; sporulae cylindraceae, ellipticae v. ovoideae, saepeque suballantoideae (6-7×1-2), saepe utrinque minute 1-guttulatae ac plus minusve rotundatae, hyalinae.

*Hab.* Ad folia viva *Crotonis* speciei cujusdam in sylvis prope *Paraguari*, Maj. 1881 (sub n. 2721).

335. *PLACOSPHERIA CAA-CATÚ* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae v. hypophyllae, minutae, fusciscentes; stromata sparsa, irregulariter subelliptico-orbicularia (1-1,5<sup>m</sup> diam.) vix pulvinulato-prominula, atro-fusca, glabra, rugulosa, coriaccella, contextu indistincto, opaco; loculi pauci globulosi v. e mutua pressione angulosi (100-150 diam.); sporulae ellipticae v. subnaviculares, utrinque obtusae (12-16×4-6), dense granuloso-nubilosae.

*Hab.* Ad folia viva arboris cujusdam *Caa-catú* vocatae, in sylva subvirginea *Caá-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3541).

336. *PLACOSPHERIA PESTIS-NIGRA* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Stroma parum manifestum, innatum, ramulos foliaque omnia ac tota ambiens eaque tamen vix deformans sed intense

nigrificans; loculi parenchymate immersi vix ad epiphyllum prominuli ac perspicui, minuti, globoso-lenticulares (90-110), densiuscule sparsi, non confluentes, atri, glabri, laeves; sporulae ellipticae, utrinque obtusatulo-rotundatae (2,5-3  $\times$  1) hyalinae.

*Hab.* Ad folia viva *Malpighiaceae* eujusdam in dumetis prope *Paraguari*, Oct. 1881 (sub n. 3553).

*Obs.* Status spermogonicus *Phyllachorae pestis-nigrae* Speg.

### 337. SPHAEROPSIS? CERATOPHORA Speg. (n. sp.)

*Diag.* Perithecia corticola, immersa, laxe gregaria v. sparsa globulosa (150 diam.), atra, opaca, coriacea, contextu indistincto, ostiolo nigro, elongato, exerto (1-1,5<sup>m</sup> long.  $\times$  0,1-0,2<sup>m</sup> diam.), fibroso-prosenchymatico, ex hyphis chlorino-olivaceis composito, apice perforato fimbriatuloque; fibris ostioli tenuibus (2 crass.), flexuosis, laxe septulatis; sporulae ellipticae v. ovoideae, inferne subtruncatulae (12-15  $\times$  7-8), cinnamomeae, grosse 1-2 guttulateae, strato mucoso tenui, hyalino involutae, sterigmatibus subampulluliformibus v. ovoideo-elongatis (15-20  $\times$  5) hyalinis insidentes.

*Hab.* Ad corticem emortuum ramorum in sylvis prope *Guarapi*, Jul. 1883 (sub n. 3876).

### CAPNODIASTRUM Speg. (n. gen.)

*Diag.* Perithecia globosa, olivacea, astoma, parvula, parenchymatica, subiculo helminthosporioideo innata; sporulae ellipticae v. ovoideae, simplices (an postremo didymae?), fuligineae.

### 338. CAPNODIASTRUM GUARANITICUM Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae; subiculum tenuissimum, effusum saepius hypophyllum totum obtegens, Gyroceratis speciem quamdam eximie simulans, fusco-olivaceum, pilis intertextum, ex hyphis omnibus repentibus, ramulosis, parce anastomosantibus, mucositate fusciscentis interspersis compositum; perithecia obscure olivacea, hinc inde sparsa, in subiculo abscondita, globosa (50-60 diam.), astoma, irregulariter dehiscentia, membranacea, contextu grosse parenchymatico-celluloso; sporulae ellipticae, rarius ovoideae (16-18  $\times$  9-11), dense granuloso-nubilosae, grosse 1-guttulateae, episporio laevi, crassiusculo donatae, pellucidae, obscurae fuligineae.

*Hab.* Ad folia viva *Celtidis boliviensis* in sylvis prope *Guarapí*,  
Maj. 1881 (sub n. 2727).

*Obs.* Sporulae nonnullae diblastes visae.

339. *CAPNODIASTRUM PARAGUAYENSE* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae; subiculum effusum, hypophyllum, maculas orbiculares (2-3<sup>m</sup> diam.), sparsas v. saepe confluentes olivaceas efficiens, ex hyphis ramosissimis, tortuosis, gracilibus (4-5 crass.), dense intertextis ac septulatis, subopace fuliginis compositum; perithecia ex segmento hypharum conflata, parvula, globulosa (70-80 diam.), olivaceo-fuliginea, membranacea, contextu grosse celluloso-parenchymatico, pellucido, olivaceo; sporulae ovoideae (14-16 × 7-8), nubiloso-granulosae, e strato prolifero perithecorum immediate oriundae, fuliginiae.

*Hab.* Ad folia *Celtidis* speciei cujusdam in dumetis prope *Asuncion*,  
April. 1882 (sub n. 3745).

*Obs.* Species hujus generis pluribus characteribus *Cicinnobolo* genere peraffines.

340. *ASCOCHYTA BALANSAE* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae amphigenae, orbiculares (3-5<sup>m</sup>), albae, pellucidae, determinatae, zona nulla v. strictissima obscura cinctae, sparsae; perithecia pauca, lenticularia (70-80 diam.), epiphylla, atra, glabra, tenui-membranacea, ostiolo parvulo pertusa, contextu minute parenchymatico, fusco-fuligineo; sporulae elliptico-elongatae, rectae v. curvulae, utrinque obtuse rotundatae v. subtruncatae (6-12 × 2-2,5), 1-septatae, non constrictae, hyalinae.

*Hab.* Ad folia viva *Myrtaceae* (an *Terebinthaceae*?) speciei cujusdam in sylvis prope *Guarapí*, Dec. 1881 (sub n. 3462).

341. *ACTINONEMA ROSAE* (Lib.) Fr.

*Hab.* Ad folia viva *Rosae* speciei cujusdam cultae in *Paraguari*,  
Nov. 1881 (sub n. 3561).

342. *DARLUCA FILUM* (Biv.) Cast.

*Hab.* In soris *Uredinearum* ad folia viva plantarum plurimarum in tota fere ditone paraguayensi.

*Obs.* Perithecia e globoso ovoidea (80-110 diam.), quandoque solitaria quandoque aggregata, atra, laevia, circa ostiolum carbonacea, laxe majusculeque parenchymatica fusca; sporulae fusoi-

deae, medio 1-septatae, non v. vix constrictae, utrinque minute mucoso-appendiculatae, nubilosae, hyalinae.

- a) n. 3734. Perithecia solitaria (100-110 diam.); sporulae fusoidae (10×4) rarissime septulatae.

*Hab.* In *Uredine Maydis*, Guarapi, Dec. 1882.

- b) n. 3862. Perithecia solitaria (100 diam.), sporulae ellipticae v. subcylindraceo-fusoidae (10-14×3-4), septatae, vix v. non constrictae.

*Hab.* Ad *Pucciniam tinctoriam* in *Eupatorio tinctorio*, Naranjo Jun. 1883.

- c) n. 3556. Perithecia 3-5-aggregata, globosa (65-70 diam.); sporulae ut in praecedente (12-15×2,5-3).

*Hab.* In *Uredine Gibertii* ad folia Labiatae cujusdam, Pastoreo de Cad-guazú, Jan. 1882.

- d) n. 3729. Perithecia ut in praecedente (90-100 diam.); sporulae biconicae (10-12×2-3).

*Hab.* In *Uredine Valenzueliana* ad folia *Metastelmatis* speciei, Jakan, Oct. 1882.

- e) n. 3772. Perithecia lenticularia (80-90 diam.), 3-7-aggregata, subpulvinulata, areola parvula flavescens cincta; sporulae elongato-fusoidae v. subclavulatae (12-15×2,5-3), septatae, non v. vix subconstrictae.

*Hab.* Ad hypophyllum *Polygaleae* foliorum, sine *Uredine* ulla, Peribebuy, Mart. 1883.

#### PUCCINIOSPORA Speg. (n. gen.)

*Diag.* Perithecia superficialia, globosa, astoma?, atra, subiculo parvissimo radiante foliicolo insidentia; sporulae majusculae, didymae, hyalinae.

#### 343. PUCCINIOSPORA CHUSQUEAE Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae amphigenae, ellipticae (1,5-2,5" × 1"), ferrugineae, indeterminatae, areola decolorata flavescens, strictiuscula cinctae; perithecia epiphylla, 2-5 laxae aggregata, centro macularum insidentia, globosa (120-160 diam.), atra, subverruculosa, astoma, membranacea, contextu grosse parenchymatico-celluloso, pellucido, olivaceo, hyphis paucis, repentibus, undulatis, dilute olivaceis, parce septulatis, insidenti-cincta; sporulae ellipticae v. ovoideae, superne late obtusissimeque rotundatae, inferne subcuneatae (35-36×15), diblastes v. medio 1-septatae, non con-

strictae, nubiloso-farctae, pedicello brevissimo ( $5 \times 4$ ), hyalino, appendiculatae.

*Hab.* Ad folia viva *Chusqueae tenuiglumis* prope Villa-Rica, Jan. 1882 (sub n. 3441).

344. *DIPLODIA GUARANITICA* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Perithecia lenticulari-globosa (150-200 diam.), matrice denudata plana ad medium usque insculpta, dense conferta, sed non confluentia, carbonacea, atra, laevia v. vix rugulosa, glabra, contextu indistincto, atro, opaco, ostiolo minutissimo vix papillulato perforata; sporulae elliptico-ovoideae v. subpyriformes ( $20-22 \times 10-11$ ), rectae v. vix inaequilaterales, medio 1-septatae, parce constrictae, loculo supero nonnihil majore obtusioreque, infero subconico ac minore, sterigmatibus subconicis ( $10 \times 5$ ) acrogenae, paraphysibus duplo v. triplo longioribus paucis, septulatis v. subtorulosis, subdiffluentibus obvallatae.

*Hab.* Ad corticem putrescentem arboris cujusdam prope *Carapeguá*, 24 Jul. 1883 (sub n. 3871).

345. *CAPNODIUM (Microxyphium) CHAETOMORPHUM* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Subiculum epiphyllum, crustaceum, atrum, ex hyphis repentibus densissimis torulosis, segmentibus medio constrictis ( $6-10 \times 3$ ), grosse 2-guttulatis, olivaceis compositum, hyphis paucissimis erectis cylindraceis, septatis ( $60-150 \times 6-8$ ), rigidulis donatum; perithecia sparsa v. laxa hinc inde 2-6 aggregata, cylindracea, erecta, recta v. vix flexuosula ( $250-300 \times 10-20$ ), sursum gradatim attenuata, apice vix inflatula ac subfimbriatopenicillata, atra, opaca; sporulae ellipticae, rectae v. inaequilaterales 3 (rarius 4) septatae, ad septa non constrictae, utrinque obtusatae ( $14-15 \times 4$ ), hyalinae.

*Hab.* Ad folia viva coriacea plantae cujusdam ignotae, prope *Cad-guazú*, Jan. 82 (sub n. 3452).

346. *CAPNODIUM (Microxyphium) GUARANITICUM* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Epiphyllum, densissime crustaceum, tenue, album, ex hyphis omnibus repentibus, dense ramoso-intricatis, torulosis, loculis subglobosis v. subellipticis, e mutua pressione angulosis ( $4-10 \times 4-5$ ), grosse 1-guttulatis, olivaceis, compositum; perithecia cylindracea, saepe basi nodulosa ( $250-400 \times 15-20$ ) sursum non v. vix attenuata, atra, opaca, apice vix pellucida, prosenchymati-

ca, non inflata nec fimbriata; sporulae cylindraceo-elongatae, utrinque obtusiusculae ( $15-22 \times 3,5-5$ ), 3-septatae, hyalinae.

*Hab.* Ad folia juniora plantae praecedentis in sylva *Cad-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3452).

*Obs.* Inter perithecia descripta adsunt perithecia minora, ovoidea v. elongato-ovoidea ( $40-50 \times 20$ ), prosenchymatica, atra, opaca, sporulis minimis, ellipticis, utrinque subtruncato-rotundatis ( $2,5-3 \times 1$ ), hyalinis fereata.

347. *CAPNODIUM (Microxyphium) PARAGUAYENSE* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Epiphyllum, effusum, saepe totum folium occupans, crustaceo-velutinum, aterrimum: hyphae repentes dense ramoso-intricatae, toruloso-articulatae, articulis subrotundis v. subellipticis (5 crass.) e mutua pressione angulosis, grosse 1 v. 2-ocellatis, olivaceis; perithecia atro-olivacea, subopaca cylindraceo-fusoida ( $200-300 \times 20-40$ ), inferne subnodulosa, sursum attenuata, apiceque hyalino-fimbriata ac dehiscencia, prosenchymatica; sporulae elliptico-elongatae, utrinque obtusae ( $10-12 \times 4$ ) rectae v. vix curvulae, 3-loculares, hyalinae.

*Hab.* Ad folia viva *Compositae* arborescentis ejusdam in sylvis prope *Villa Rica*, 18 Jan. 1882 (sub n. 3453).

348. *SEPTORIA? BAMBUSSELLA* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae amphigenae, ellipticae, subindeterminatae, ( $1-2'' \times 0,5-1''$  diam.), ferrugineae; perithecia epiphylla, *superficialia*, globulosa ( $120-140$  diam.), subverruculosa, glabra, atra, substoma, 2-3-aggregata, crassiuscule membranaceo-coriacella, pellucida, contextu olivaceo grosse parenchymatico-celluloso; sporulae bacillari-subfusiformes, sursum attenuatae acutae, saepeque subcurvulae, deorsum minus attenuatae ac subtruncatae ( $30-60 \times 2-3$ ), 3-5-septatae, hyalinae.

*Hab.* Ad folia viva *Chusqueae tenuiglumis* socia *Pucciniospora* prope *Villa Rica*, Jan. 82 (sub n. 3441).

*Obs.* Species pulchella facile typum novi generi sistens.

349. *SEPTORIA BALANSAE* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae parum manifestae, indeterminatae, effusae, centro fuscescentes, pallescenti-areolatae ( $3-10''$  diam.), subamphigenae; perithecia in maculis laxè aggregata, lenticularia ( $90-100$  diam.), atra, subepidermica, membranacea, ostiolo rotundo

pertusa, contextu subindistincte parenchymatico fusco-olivaceo; sporulae lineares, utrinque acutiusculae, falcatae v. hamatae ( $12-18 \times 0,5-1$ ), hyalinae non v. obscure pluriseptatae.

*Hab.* Ad folia viva *Bidentis helianthoidis* (sub n. 3560), et *Verbesinae* speciei (sub n. 3790), prope *Pirayú* et *Paraguari*.

350. *SEPTORIA CAA-GUAZÚENSIS* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae epiphyllae, determinatae, irregulariter angulosae, aridae, griseae, facile frustulatim secedentes; perithecia sparsa, atra, lenticularia (80-90 diam.), membranacea, ostiolo impresso zona coriacea cincto pertusa, atra, contextu parenchymatico, olivaceo pellucido; sporulae cylindraceo-elongatae, utrinque obtusae ( $16-20 \times 1,5$ ), subindistincte 2-3-septatae, nubilosae, hyalino-chlorinulae.

*Hab.* Ad folia viva *Myrtaceae* cujusdam in sylva subvirginea *Caá-guazú*, Jan. 82 (sub n. 3472).

351. *SEPTORIA HU* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae v. pallescentes, effusae, indeterminatae, amphigenae; perithecia sparsa v. aggregata, lenticularia (100 diam.), atra, membranacea, ostiolo papillulato pertusa, contextu grosse parenchymatico, pellucido, olivaceo; sporulae cylindraceo-elongatae ( $18-20 \times 2$ ), utrinque subtruncato-rotundatae, rectae v. curvulae, medio 1-septatae, non constrictae, hyalinac.

*Hab.* Ad folia emortua dejecta in colle *Cerro hú* vocato prope *Paraguari*, Oct. 1881 (sub n. 3436).

352. *ZYTHIA LONCHOSPERMA* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Perithecia subiculo compactiusculo, albo, ex hyphis rectis non v. ramosis (2 crass.), hyalinis, septulatis, composito, insidenti-aggregata, globulosa v. subovata (200-250 diam.), carnea-aurantia, glabra v. minutissime squarruloso-puberula, membranacea, contextu indistincto circa ostiolum hyalino, caeterum sanguineo; sporulae lanceolatae ( $28-30 \times 4-5$ ), nubilosae, sursum attenuato-acutissimae, deorsum sub-attenuatae, truncatae, pedicello parvulo a matrice secedente auctae, hyalinae.

*Hab.* Ad *Cocci* emortui speciei cujusdam in foliis putrescentibus *Laurineae* indeterminatae, prope *Peribebuy*, Jul. 1883 (sub n. 3867).

353. *ZYTHIA LANCISPORA* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae v. vix manifestae, fuscæscentes; perithecia epiphylla, globulosa, majuscula (250-300), adnato-superficialia, fusca v. fulvescentia, glabra, rugulosa, carnosula, mycelio asteromaceo, parum evoluto insidentia, contextu indistincto, circa ostiolum papillulatum vix manifestum nigrescente, caeterum fulvo; sporulae lanceolatae (12-14  $\times$  2,5-3), rectae v. vix curvulae, sursum attenuato-acutae, deorsum attenuato-truncatae, nubilosae, pedicello a matrice non secedente brevi acrogenae, hyalinae.

*Hab.* Ad folia viva *Bambusaceae* cujusdam prope *Naranjo*, 24 Maj. 1883 (sub n. 3829).

354. *ZYTHIA NECTRIOLA* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae amphigenae, parvulae (2-3<sup>m</sup> diam.), indeterminatae, pallescentes, parum manifestae; perithecia hypophylla, sparsa, globosa, minutissima (60-80 diam.), griseo-alba, tenuissime membranacea, astoma, rugulosa, subiculo mucoso, hyphis exillimis parum manifestis efformato insidentia; sporulae ellipticae v. subcylindraceae (4-6  $\times$  1), utrinque rotundatae, rectae v. inaequilaterales, hyalinae.

*Hab.* Ad folia languida *Commelinae* speciei cujusdam, in sylvis valleculae *Yakan* vocatae, inter *Paraguari* et *Valenzuela*, Mart. 1883 (sub n. 3765).

355. *LEPTOTHYRIUM GLOMERULATUM* Speg. = Fung. Arg. pug. III, p. 37, n. 129.

*Hab.* Ad corticem vivum ramulorum *Ipomeae gossypoidis* prope *Paraguari*, Febr. 1881 (sub n. 2752).

*Obs.* Perithecia vere dimidiato-scutata.

## ASTEROSTOMELLA Speg. (n. gen.)

*Diag.* Perithecia dimidiato-scutata, subiculo fumagineo insidentia, radiato-dehiscentia; sporulae simplices, fuligineae. Status stylosporicus generis *Seynesiae* Sacc.

356. *ASTEROSTOMELLA PARAGUAYENSIS* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae; subiculum amphigenum, laxè radians, plagulas fusco-atras, orbiculares (2-3<sup>m</sup> diam.), saepe confluentes ac totum folium obtegentes efficens, ex hyphis laxè ramoso-in-

tricatis, omnibus repentibus, dense septatis, gracilibus (2,5-3,5 crass.), fuliginis compositum; perithecia orbicularia, dimidiato-scutata, parvula (50-90 diam.), atra, glabra, laevia, per acetatem centro radiatim laciniato-dehiscencia, rigidule membranacea, contextu prosenchymatico-radiante, pellucido, olivaceo, fuligineo, margine plus minusve fimbriatulo-appendiculata; sporulae ovoideae, non v. grosse 1-guttulatae (14-20  $\times$  8-14), fuligineae, in sterigmatibus brevibus, hyalinis mox diffluentibus acrogenae.

*Hab.* Ad folia viva plantarum in tota fere ditione paraguayensi per annis 1881-83.

*Obs.* Specimina nonnihil inter se mensuris discrepant et facile varietates distinctas sistunt:

- a) sub n. 2740. Perithecia 50-80 diam., margine definite fimbriata; sporulae inferne acutato-subtruncatae 14-20  $\times$  10-11, grosse 2-guttulatae v. diblastes. In Cestri specie.
- b) sub n. 3809. Perithecia 80-90 diam., margine non v. vix fimbriata; sporulae inferne acutato-rotundatae 20  $\times$  12-14, minute 1-v. 2-guttulatae. In Rutacea.
- c) sub n. 3841. Perithecia 50-60, margine non v. vix fimbriata; sporulae inferne acutato-rotundatae 15-18  $\times$  8-10, non guttulae. In Cestri specie altera.

#### LASMENIA Speg. (n. gen.)

*Diag.* Peritheciorum characteres *Melasmiae*, sed sporulae fuligineae v. coloratae, simplices.

#### 357. LASMENIA BALANSAE Speg. (n. sp.)

*Diag.* Stromata hypophylla, minuta (0,3-0,6 diam.), irregularia, subepidermica, densiuscule sparsa, nunquam confluentia, atra, laevia, glabra; loculi 1 v. 2 in quoque stromate, irregulares, albo-farcti; sporulae ellipticae, utrinque obtusae (15-20  $\times$  8-9), non v. grosse 1-guttulatae, fuligineae, muco subfilamentoso, immerso-obvallatae.

*Hab.* Ad folia viva *Eugeniae* speciei in *Cerro Hu*, prope *Paraguari*, Nov. 1882 (sub n. 3750).

*Obs.* Species pulchella excrementa aphidum v. muscarum eximie simulans, ad *Melanconideas* nonnihil vergens.

#### 358. LASMENIA GUARANITICA Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae hypophyllae, indefinitae suborbiculares (2-3<sup>'''</sup> diam.) arescenti-fulvescentes, centro nigro-papillatae; stromata epiphylla, atra, irregulariter suborbicularia, pulvinatula, parvula (1-3<sup>'''</sup> diam.), glabra, sublaevia v. undulatula, coriacella; loculi pauci in quoque stromate, laxe constipati, hemisphaerico-angulosi (150-200 diam.), nucleo fusco farcti; sporulae discoideae (5-7 diam.) e latere compressae (2-2,5 crass.) saepeque concavinsculae, grosse 1-guttulatae, fuliginiae, inferne subangulato-apiculatae, ibique saepe caudicula (apice sterigmatum) hyalina auctae; sterigmata conoideo-elongata v. subampulluliformia (7-8 × 1), hyalina, apice secendentia.

*Hab.* Ad folia viva *Achatocarp*i speciei cujusdam in sylvis prope *Paraguari*, Jul. 1883 (sub n. 3785).

### 359. MELOPHIA ANONAE Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae v. epiphyllae, minutae (0,5-1<sup>'''</sup> diam.), obscure ferrugineae; stromata epiphylo innata, atra, macularum centro insidentia, vix prominula, parvula (0,5-0,7<sup>'''</sup> diam.), atra, glabra, laevia, irregulariter elliptica, loculi in quoque stromate pauci v. solitarii, subdiffformes, nucleo albo farcti; sporulae aciculares v. fusoides lineares, rectae v. subflexuosae, utrinque acutiussculae (15-20 × 0,7-0,8), hyalinae.

*Hab.* Ad folia languida *Anonaceae* speciei cujusdam in sylvis prope *Paraguari*, Dec. 1881 (sub n. 3440).

### 360. MELOPHIA PHYLLACHOROIDES Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae; stromata amphigena, minuta (0,3-0,6<sup>'''</sup> diam.), sparsa, atra, laevia, glabra, coriaceo-subcarbonacea, duriuscula; loculi pauci, irregulares, ostiolo majusculo donati, nucleo albo farcti; sporulae aciculares v. lineari-fusoides, leniter subfalcatae, non v. medio 1-septatae (25-32 × 2-2,5), utrinque acutatae, apice magis acuminatae, nubuloso farctae, hyalinae.

*Hab.* Ad folia viva *Oplismeni* speciei minutae prope *S. Tomas*, Nov. 1882 (sub n. 3737).

### 361. MELOPHIA NIGRIMACULA Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae epiphyllae, sparsae, majusculae (3-6<sup>'''</sup> diam.), suborbiculares, subdeterminatae, centro nigro, areola, fulva linea fuscescente marginata, cincto; stromata parte centrali nigra macularum insidenti-innata, non pulvinata, vix rugulosa (2-4<sup>'''</sup>

diam.), coriacea, contextu indistincto, fusco-olivaceo; loculi sparsi, minuti, subglobosi (70-80 diam.), albo farcti; sporulae fusoidae v. aciculares, utrinque acutae (16-18  $\times$  1), hyalinae.

*Hab.* Ad folia coriacea viva *Myrtaceae* speciei cujusdam in dumetis prope sylva *Caá-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3498).

362. *MELOPHIA NITENS* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae; stromata epiphylla subcarbonacea, atra, nitentia, sparsa, minutissima (0.3-0.5" diam.); loculi 1-2 in quoque stromate, subglobosi (150-200 diam.), nucleo albo farcti; sporulae, lineari-subfusoidae, falcatae, utrinque acutae (12-15  $\times$  1), hyalinae.

*Hab.* Ad folia viva *Eugenie* speciei cujusdam, in sylva subvirginea *Caá-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3483).

363. *MELOPHIA RUPRECHTIAE* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae amphigenae, indeterminatae, suborbiculares (2-3" diam.), areola pallescenti saepe cinctae; stromata centro macularum inidentia, irregulariter suborbicularia (1-2 " diam.), vix v. non prominula, fusco-ferruginea, intus alba; loculi hemisphaerici, angulosi, dense constipati, minuti (80-90 diam.), nucleo melleo farcti; sporulae filiformi-clavulatae, utrinque acutiusculae, subfalcatae v. undulatae (20  $\times$  1), hyalinae.

*Hab.* Ad folia viva *Ruprechtiae polystachyae* Gr. in *Pastoréo de Caá-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3538).

364. *PROTOSTEGIA PLEROMATUM* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae v. effusae saepeque totum folium occupantes; perithecia atra sparsa, epidermide nigrificata velata, primo hemisphaerico-prominula, dein 3-4-laciniato-fissa, disculo concavo, contextu crassiusculo, subcarosulo, minutissime ac subindistincte celluloso-parenchymatico, olivaceo-fuligineo; sporulae lineari-filiformes, non v. vix subfusoidae-clavulatae (75-80  $\times$  1-2), subindistincte 1-5-septatae, utrinque obtusiuscule acutatae, hyalinae.

*Hab.* Ad folia viva *Pleromatis* speciei cujusdam in sylva subvirginea *Caá-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3448).

365. *DINEMASPORIUM GRAMINUM* Lév.

*Hab.* Ad culmos dejectos putrescentes *Sacchari officinarum*, prope *Guarapí*, Maj. 1881 (sub n. 2811).

*Obs.* Sporulae cylindraceae (10-15  $\times$  1,5-2), nubilosae, hyalinae, utrinque rotundato-inaequilaterales, setula tenuissima aequilonga auctae.

MUNKIA Speg. (n. gen.)

*Diag.* Stromata globosa v. lenticulari-hemisphaerica, ramulicola, pleurogena, majuscula, punctulata, intus suberoso v. floccoso compacta, alba, cortice vix distincto; loculi stromate infossi, subcupulato-aperti, hyphis penicillatim exilientibus faretis; hyphae simplices, cylindraceae, rectae, sporulae globosae, simplices, hyalinae, in hyphis pleurogenae.

*Obs.* Genus perquam singulare, nullo alio affine, ad interim hoc loco in sistemate inscripta, facile inter *Nectrioideas* recensenda, ac status *Hypocreellae* cujusdam stylosporium sistens.

Genus viri sapientissimi, scientiae martyre, Eberhardt Munk von Rosenscheld memoriae dicatum.

366. MUNKIA MARTYRIS Speg. (n. sp.)

*Diag.* Stromata globoso-lenticularia (6<sup>m</sup> diam.  $\times$  4-5<sup>m</sup> crass.), dura coriacella, ramulis pleurogene adnata, ibique irregulariter applanata v. rimula parum profunda percursa, ramuloque non v. vix incrassato et infuscato, extus sordide grisea, tota (basi v. parte infera excepta) punctulis densiusculis albis tomentellis dense inspersa, intus alba, flocculoso-compacta; loculi subglobulosi (200-300 diam.) spatio duplo separati, numquam confluentes, parum insculpti, ostiolo latissimo (150-200 diam.) donati, hyphis fasciculatis longe ex eo penicillatim exilientibus; hyphae liberae totum cavum loculorum implectentes, longissimae, graciles (450-600  $\times$  2,5), cylindricae, inferne non v. vix attenuatae, simplices, rectae, non v. remotissimae septulatae, apice truncato-evanidae, parte loculis inclusa laevi, exerta autem papillis minutissimis laxè ornata; sporulae globosae v. inferne nonnihil depressae (2,5-3,5 diam.), grosse 1-guttulatae, hyalinae, papillis pleurogenis hypharum solitarie fultae.

*Hab.* Ad ramulos hornotinos *Bambusaceae* in paludosis prope *Guarapi*, 1881 (sub n. 2787).

## MELANCONIEAE Berk.

367. *GLOEOSPORIUM AMPELOPHAGUM* (Pass). Sacc.

*Hab.* Ad baccas vivas *Vitis viniferae* in cultis prope *Paraguari*, Nov. 1881 (sub n. 3478).

368. *GLOEOSPORIUM GUARANITICUM* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae amphigenae determinatae, repando-orbiculares (2-6<sup>m</sup> diam.), subaercentes pallideque fulvescentes, determinatae, zona obscuriore strictissima, vix perspicua limitatae, saepius centro cinerascetes; acervuli epiphylli sparsi, subcutanei, vix pulvinatuli, parvuli (80-100 diam.), fulvescentes; sporulae elliptico-inaequilaterales v. cymbaeformes, utrinque rotundatulae (7-8 × 1,5), hyalinae, in sterigmatibus, e strato prolifero subindistincte sinuoso-parenchymatico. tenui, fusco exurgentibus, filiformibus (10-15 × 0,5-0,7), hyalinis solitarie acrogenae.

*Hab.* Ad folia viva *Sapindaceae* speciei cujusdam in sylvis prope *Guarapi*, Jan. 1880 (sub n. 3562).

369. *GLOEOSPORIUM?* *ACHATOCARPI* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae amphigenae, orbiculares (1-2<sup>m</sup> diam.), determinatae, primo fuscae, dein griseo-aercentes, areola nigrescente stricta cinctae, postremo frustulatim deciduae ac folium perforatum relinquentes; acervuli subcutanei, lenticulares, centro macularum laxè insidentes, fusciduli, vix perspicui (50-60 diam.), epiphylli; sporulae e strato prolifero fuscidulo immediate oriundae, cylindraceae, utrinque rotundato-truncatae (an primo catenulatae?), parvulae (5-7 × 1), hyalinae.

*Hab.* Ad folia viva *Achatocarp*i speciei cujusdam prope *Villa Rica*, Jan. 1882 (sub n. 3450).

370. *GLOEOSPORIUM AECIDIOPHYLUM* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae epiphyllae v. ramulicolae, minutae (0,5-1<sup>m</sup> diam.), fuscescentes vix manifestae, effuso-indeterminatae, saepius aecidia circumdantes; acervuli 2-5-stipati, e globoso diffformes (80-90 diam.), pulvinatuli, epidermide velati, vix perspicui; sporulae ellipticae, rectae v. inaequilaterales (10 × 2,5), utrinque subtruncato-rotundatae (an catenulatae?), hyalinae, in

sterigmatibus filiformibus, crassiusculis ( $12-20 \times 1,5-2$ ), hyalinis acrogenae.

*Hab.* Ad folia viva *Hyptidis* speciei cujusdam, socio *Aecidio Gibertii* Speg., in dumetis prope *Arroyo-Guazú* in sylva *Cad-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3563).

*Obs.* Species ad *Tuberculinam* Sacc. satis vergens, ac in *Aecidio* videtur parasita!

### 371. GLOEOSPORIUM FULVELLUM Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae hypophyllae, sparsae, parvulae ( $1-2''$  diam.), effuso-indeterminatae vix manifestae, fulvella v. subferrugineae; acervuli subcutanei 3-8 macularum centro insidentes, lenticulari-pulvinatuli ( $150-200$  diam.), fulvi v. pallide ferruginei, sporulae ellipticae ( $5-6 \times 2-2,5$ ), utrinque rotundatae, nubilosae, hyalinae; sterigmata non visa.

*Hab.* Ad folia viva *Rhamneae* speciei cujusdam prope *Peribebuy*, Jun. 1883 (sub n. 3860).

### 372. GLOEOSPORIUM MARGINALE Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae strictae ( $0,5''$  lat.), plus minusve longe folia marginantia, determinatae, albo-griseae, zona rugulosa obscure fulvescente limitatae; acervuli dense sparsi, atri, subcutanei, orbiculares ( $120-150$  diam.), saepe confluentes; sporulae ellipticae v. ovoideae ( $10-13 \times 5-5,5$ ), utrinque latissime rotundatae, hyalinae, nubilosae, sterigmatibus papillaeformibus ( $5-6 \times 3-4$ ), e strato proligero, parenchymatico, fuscidulo oriundis, hyalinis acrogenae.

### 373. MARSONIA LORENTZII Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae amphigenae atrae, stromaticae, coriaceae, determinatae, minutae ( $0,5-0,7''$  diam.), sparsae; acervuli in quoque macula saepius solitarii, subcutanei, per aetatem lacero-erumpentes, fusei, lent culares ( $100-120$  diam.); sporae cylindraceo-clavulatae ( $17-18 \times 3,5$ ) sursum obtuse rotundatae, inferne truncatae, medio 1-septatae, non constrictae, hyalinae, in sterigmatibus papillaeformibus, vix prominulis acrogenae.

*Hab.* Ad folia viva *Quebrachiae Lorentzii* in sylvis prope *Yaguaron*, Dec. 1881 (sub n. 3476).

*Obs.* Species ad *Sphaerioideas* v. *Leptostromaceas* notis nonnullis accedens.

374. *PESTALOZZIA VERSICOLOR* Speg. (n. sp.)Var. *guaranitica*.

*Diag.* Maculae irregulares; determinatae (3-5<sup>m</sup> diam.), sordide griseo-aridae, per aetatem frustulatim deciduae; glomeruli epiphylli, dense sparsi, lenticulares (90-100 diam.); sporulae fusoido-ellipticae, medio tumidulae, utrinque acutae (20-25×12-16), 5-loculares, loculis duobus extremis hyalinis, duobus intermediis fusco-flavescentibus, intimo autem olivaceo opaco, apice saetulis 2 simplicibus oppositis, crassiusculis (20-22×1) coronatae, basi pedicello tenuissimo (8-10×0,5), hyalino fultae.

*Hab.* Ad folia viva *Myrtaceae* foliis crasse coriaceis donatae in sylva *Caá-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3472).

375. *CYLINDROSPORIUM ? AUREUM* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae epiphyllae, indeterminatae, parum manifestae, fuscescentes, latiusculae (3-15<sup>m</sup> diam.), saepe totum folium ambientes, irregulariter effusae; acervuli laxè in maculis aggregati, parvuli (80-90 diam.), lenticulares, epidermide infuscata centroque ostiolato-perforata (an perithecium rudimentale scutiforme?) tecti; sporulae in cirrhis aureis protrudentes, subfusoido-lineares, hamatae v. falcatae; utrinque acute rotundatae (12-15×1), continuae, hyalinae.

*Hab.* Ad folia viva *Tecomae* speciei cujusdam in sylvis prope *Guarapí*, Dec. 1882 (sub n. 2726).

*Obs.* Species pulchella mox distincta ob matricem cirrhis subpulveraceis aureis inspersam, facile ad *Melophiam* v. *Septoriam* transferenda perithecii rudimentali causa.

## HYPHOMYCETEA Mart.

## MUCEDINEAE Fr.

376. *HELICOMYCES ? LARVAEFORMIS* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Subiculum latissime effusum, crassiuscule pulvinatum (0,5-1<sup>m</sup> crass.), gossypino-v. arachnoideo -pulverulentum, friabilimum, amoene pallideque carneum v. subaurantio-roseum; hyphae non visae; conidia arcuata, hippocrepica v. anulato-

incurva fusoides, antice attenuata, postice subcuneata, utrinque obtusiuscule acutata, guttulis ventralibus, 3 v. 5 cuboideis v. subconicis donata (20-25×10), hyalina.

*Hab.* Ad *Strychnodaphnis suaveolentis* ramulos hypertrophicos (microphyti v. caecidii causa), nec non ad ejusdem baccas exsiccatas prope *Mbatobi* et *Guarapí*, per ann. 1882-83 (sub n. 3758 et 3779).

*Obs.* Species pulchella facile novi generis typum sistens; conidia ventre visa subtrisinuata, e latere *anguillula* v. *hirudine* contracta simillima.

### 377. OIDIUM ERYSIPIHOIDE Fr.

*Hab.* Ad folia viva *Sinapis nigrae* (sub n. 3757), *Acanthaceae* ejusdam (sub n. 3813), et *Cassiae* speciei ignotae (sub n. 3812) vulgatum per totum *Paraguay* per ann. 1882-83.

### 378. CEPHALOSPORIUM ACREMONIUM Cda.

*Hab.* Ad caespitulos *Cercosporae* speciei ejusdam in foliis *Commelinae* in sylva *Caa-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3531).

### 379. ASPERGILLUS GLAUCUS Lk.

*Hab.* Ad cortices putrescentes fructuum *Citri aurantii* prope *Guarapí*, Jan. 1883 (sub n. 3895).

### 380. ASPERGILLUS PHAEOCEPHALUS Dur. et Montg.

*Hab.* Ad flores masculos putrescentes *Olyrae* speciei in sylva *Naranjo*, Jun. 1883 (sub n. 3859).

### 381. PENICILIUM GLAUCUM Lk.

Var. *Crustaceum* Fr.

*Hab.* Ad cortices putrescentes fructuum *Citri Aurantii* prope *Guarapí*, Jan. 1883 (sub n. 3895).

### 382. SPOROTRICHUM PERIBEBUYENSE Speg. (n. sp.)

*Diag.* Pulvinuli hypophylli, adnato-superficiales, lineares, sparsi v. hinc inde laxe aggregati, majusculi (1-5<sup>m</sup> long. × 0,5-1<sup>m</sup> crass.), pulvinulati, gossypino-tomentosuli, compactiusculi albi v. pallidissime rosei; hyphae omnes repentes, dense intricato-ramosae, crassiusculae (5-5,5 crass.), densiuscule septatae, sterigmatibus papillaeformibus, sparsis, minutissimis hinc inde ornatae,

hyalinae; conidia globosa, laevia (an per aetatem ruguloso-asperula?), majuscula (6-8 diam.), nubiloso-guttulata, hyalina.

*Hab.* Ad folia viva *Setariae* speciei elatae in montuosis *Cordillera de Peribebuy* vocatis, Mart. 1881 (sub n. 2749).

*Diag.* Species pulchella *Ramulariae*? *roseae* Speg. Fung. Arg., pug. IV, n. 385 habitu simillima.

383. RHINOTRICHUM CANESCENS Speg. = Fung. Arg., pug. II, n. 162.

*Hab.* In acervulis *Cercosporae sphaeroideae* ad folia *Cassiae* speciei in sylvis prope *Villa Rica*, Jan. 1882 (sub n. 3527).

*Obs.* Hyphae fertiles erectae, breves, simplices, cylindratae, apice minute laxaque denticulatae; conidia globosa (3-4 diam.) non v. inferne angulato subapiculata (an catenulata?), 3-8 in quoque ramulorum apice pleurogene adnata.

384. RHINOTRICHUM CANESCENS Speg.

Var. *speciosulum* Speg.

*Diag.* Mycelium laxissimum, arachnoideum, vix manifestum, album; hyphae steriles repentes, gracillimae, dense ramulosae, continuae v. remote sep. ulatae; hyphae fertiles (2-3 crass.), adsurgenti-erectae, continuae, saepius 2-3 ramosae; ramis saepe ramulis et ramululis oppositis donatis, hinc inde constrictis, apiceque dense aspero-sterigmatosis; conidia in ramulorum apice 3-30-adnato subcapitata, minuta, globosa v. ovoidea (3-4×2-3), inferne angulato-acutata, hyalina.

*Hab.* In coespitulis *Cercosporae sphaeroideae*, ad folia viva *Cassiae* speciei prope *Guarapí*, Jun. 1883 (sub n. 3805).

385. RHINOTRICHUM GOSSYPINUM Speg. (n. sp.)

*Diag.* Mycelium arachnoideo-effusum, tenuissimum, vix manifestum, album; hyphae steriles repentes, continuae, graciles (2-3 crass.), laxe ramoso-intricatae; hyphae fertiles erectae, hinc inde in hyphis sterilibus, densiuscule exurgentes, cylindraco-conicae, breviusculae (12-15×1), rectae, continuae, hyalinae, apice acutae, laeves; conidia in apice hypharum fertilium, acro-pleurogena, densiuscule aggregata, sessilia, elliptico-l' moniformia (2,5-3×1,5-2), utrinque acuta v. apiculata, hyalina.

*Hab.* In acervulis *Cercosporae caricae* Speg. ad folia *Caricae papayae* prope *Posta-cué*, Jun. 1883 (sub n. 3855).

386 *MONILIA MICROSPORA* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Acervuli amphigeni, sparsi, maculas depresso-pulvinatulas, majusculas (2-5<sup>m</sup> diam.), irregulares, crustaceo-pulveraceas, sordide albo-flavescentes, hinc inde efformantes; hyphae omnes repentes, continuae v. remotiuscule parcissimeque septulatae, graciles (2-3 crass.), subdiffuentes, dilutissime flavescentes, dense ramosae, ramululis breviu-culis, subadsurgentibus, subflexuoso-geniculatis, hinc inde irregulariter laxissimeque noduloso-papillulatis, donatae; conidia ex papillis ramulorum oriundae, cylindracco-ellipsoideae, utrinque late truncatae (4-5×2,5-3), laeves, catenulatae pallide flavescentes.

*Hab.* Ad folia dejecta putrescentia *Citri aurantii* prope *Guarapi*, Jul. 1883 (sub n. 3869).

387. *SPICARIA ELEGANS* (Cda.) Harz.

Var. *macrostachya* Speg.

*Diag.* Acervuli latissime effusi, primo gossypino-tomentosuli, dein pulverulento-difformes, candidi; hyphae fertiles erectae, simplices, rectae (50-80×5), hyalino-continuae, apice capitato-ramulosae; ramuli densiusculi, primarii arcuato-adscendentes, cylindrici, vix sursum attenuati, opposito-decussati, ad apicem secundarios cylindracco-ampuliformes, utrinque rotundatos (10×2), continuos, 4-6-verticillato-aggregatos gerentes; conidia in ramulis secundariis aeterna, spicas praelongas, cylindraccoas, rectas, erectas (160-180×10) efficientia, cylindraccoa v. elliptica, utrinque obtuse rotundata v. subtruncata (4-5×1,5-2) hyalina, eguttulata.

*Hab.* Ad legumen plantae ignotae putrescens in montuosis prope *Peribebuy*, Mart. 1883 (sub n. 3777).

*Obs.* Forma perpulchra et facile species autonoma sistens.

388. *CEPHALOTHECIUM MACROSPORUM* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Mycelium laxe arachnoideum, adnato-effusum, tenuissimum, album; hyphae steriles repentes densiuscule ramosulae, continuae v. parcissime septulatae, crassiusculae (3-5 crass.), hyalinae; hyphae fertiles hinc inde laxissime adsurgentes, continuae v. saepius 3-5-septatae, cylindraccoae, breviusculae, erectae, graciles (35-60×1-2), rectae v. vix flexuosulae, sursum sensim attenuatae, apice minute abrupteque noduloso-sterigmatophorae, hyalinae; sterigmata minutissima, vix per-

spicua 6-10 aggregata; conidia in sterigmatibus acrogena, subcapitata, elliptica v. elliptico-subclavulata, elongatula (10-18  $\times$  2,5), utrinque obtusiuscula, medio 1-septata, non constricta, loculo infero quam supero saepius crassiore, hyalina.

*Hab.* Ad stromata viva *Schneepiae guaraniticae* Speg. in foliis *Styracis* speciei in valle *Ja-kan* vocata, Mart. 1883 (sub n. 3763).

389. *CERCOSPORELLA GOSSYPI* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae; mycelium hypophyllum, candidum, plagulas effuso-pulverulentas, parvulas (1-2<sup>m</sup> diam.), saepe confluentes, irregulares efficiens; hyphae in coespitulos laxè aggregatae, simplices, erectae, rectiusculae, laxè parèque nodulosae, apice obtusiusculae (35-40  $\times$  3), hyalinae (an longitudinaliter rugosae?); conidia cylindræo-elliptica v. subclavulata, medio 1-septata (rarius 2), non v. vix subcoarctata, utrinque acutiuscula (18-25  $\times$  3-4), hyalina.

*Hab.* Ad folia *Gossypii* speciei cujusdam prope *Paraguari*, Maj. 1883 (sub n. 3856).

390. *CERCOSPORELLA PSEUDOIDIUM* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae epiphyllae, pallescentes, indeterminatae, suborbiculares, parum manifestae; mycelium hypophyllum, tenuissimum, adnatum, laxè arachnoideum, effusum, plagulas albas, suborbiculares, saepe totum folium ambientes efficiens; hyphae steriles repentes, dense intricato-ramosae, parè septulatae, graciles (5 crass.), hyalinae; hyphae fertiles, hinc inde adsurgentes, erectae, rectae v. modice parèque noduloso-subgeniculatae, apice nodulosae (30-80  $\times$  5), continuae v. 2-3-septatae, hyalinae; conidia clavulata v. vix inaequilateralia, nubilosa v. granulosa, hyalina.

*Hab.* Ad folia viva *Manihot utilissimae* prope *Mbocaiatá*, Mart. 1882, et prope *Cad-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3533-3781).

DEMATIAE Fr.

391. *ZYGODESMUS GUARAPIENSE* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Acervuli primo epidermide tecti, dein, eaque tabescenti-evanescente, nudi ac superficiales, majusculi (2-5<sup>m</sup>  $\times$  1-1,5<sup>m</sup>), eliptici

v. confluenti-lineares atque longissimi, longitudinales, crassiusculi (0,2-0,3<sup>m</sup> crass.), compacto-pulverulenti, suberustacei, margine non v. vix repandi, obtusi, atri; hyphae paucae, parum ramosae, repentes, rectiusculae septatae, graciles (1,5-2 crass.), laxe noduloso-tuberculatae, hyalinae; conidia tuberculis hypharum adnata, numerosissima, globosa v. e mutua pressione angulosa v. elongata (5-9×3-5), saepeque utrinque acuta ac inferne subapiculata, opaca, olivacea, laevissima.

*Hab.* Ad culmos dejectos putrescentes *Saccharum officinarum* L. prope *Guarapi*, Maj. 1881 (sub n. 2776).

### CORDELLA Speg. (n. gen.)

*Diag.* Hyphae fuscae, bifformes; steriles elongatae, fertiles breves v. vix evolutae, monosporae, omnes e strato prolifero tenuissimo, contextu parum distincto donato, submucedineo oriundae; sporae globosae v. ellipticae, fuligineae, simplices in hyphis fertilibus acrogenae.

Genus habitum *Torulae* v. *Helminthosporii* eximie referens.

### 392. CORDELLA CONIOSPORIOIDES Speg. (n. sp.)

*Diag.* Acervuli superficiales lineares, saepe longissimi ac dense aggregati, saepius tenues, vix pulvinulati atro-subvelutini; hyphae e strato prolifero submucedineo, subindistincte parenchymatico oriundae; steriles numerosissimae densissimeaque, conoideo-elongatae (15-24×1,5-4), continuae, basi inflatulae, sursum attenuatae saepeque flexuosulase, obtusae, simplices, laeves, fuligineo-atrae, pellucidae; fertiles parvissimae, hinc inde sparsae, minutae, globosae v. subangulosae (5-8 diam.), laeves, hyalinae v. fuscidulae, monosporae, saepe cum sporis secedentes; conidia globosa (11-17 diam.), rarius obtuse angulosa, episporio tenui, nubilosa, laevia, obscure fuliginea, pellucida.

*Hab.* Ad folia et culmos dejectos putrescentes *Bambusae* speciei cujusdam, prope *Guarapi* et *Cad-guazú* per ann. 1881-82 (sub n. 2804, 3505, 3735).

### 393. CORDELLA SPINULOSA Speg. (n. sp.)

*Diag.* Pulvinuli hispidovelutini, ozoniaceis, latissime effusi, superficiales, arcte matrici adnati, fuligineo-atri; hyphae e strato prolifero crassiusculo, indistincte parenchymatico oriundae; steriles densissimae, graciles, longissimae (500-800×3), erectae,

rectae v. vix flexuosae, cylindratae, densiuscule septulatae, obscure olivaceo-fuligineae, apice subclavulatae obtusissimae (5-8 crass.) atque pallidiores; fertiles numerosae, brevissimae, cylindratae-flexuosae, continuae, apice obtusae (18-20×2,5), obscure fumosae; conidia elliptica v. ovoidea, recta v. navicularia utrinque acuta, saepeque subapiculata (18-20×13-15), non v. grosse 1-guttulata, laevia, opace fuliginea.

*Hab.* Ad cortices ramorum truncorumque putrescentes in sylvis prope *Guarapí*, 1881 (sub n. 2793 et 2796).

394. *MYXOTRICHUM CHARTARUM* Kze.

*Hab.* Ad chartam putrescentem dejectam in Paraguay (*Lév.* Champ. exot., Ann. Sc. Nat. Ser. II, vol. 3, pag. 66).

395. *FUSICLADIUM? DUBIOSUM* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae parvulae (0,5-1,5<sup>m</sup> diam.), orbiculares v. ellipticae, saepe confluendo elongatae, flavescenti-albae, subdeterminatae, saepius areola rubescente cinctae, amphigenae; coespituli centro macularum insidentes, dense constipati, minutissimi, velutini, olivacei; hyphae erectae, cylindratae saepeque e latere compressae, apice leniter cuneato-acutatae (40-80×5), 2-3-septatae, ad septa non v. vix constrictae, sordide obscureque fumosae; conidia clavulato-pyriformia (15×7), 1-septata, leniterque constricta, loculo supero brevi depresso obtusissimoque, infero conico triplo longiore acuto, nubilosa, subhyalina.

*Hab.* Ad folia viva *Digitariae* speciei cujusdam prope *Guarapí*, Dec. 1882 (sub n. 3517).

396. *CLADOSPORIUM HERBARUM* Lnk.

*Hab.* Ad folia dejecta *Nicotianae tabaci* (sub n. 3890) prope *Peribebuy*, et *Sacchari officinarum* (sub n. 2790 et 3733) prope *Guarapí* per ann. 1881-82.

*Obs.* Conidia in specimina guaranítica magnitudine ludentia, saepius elliptico-limoniformia ac continua, initio dichotomice catenulato-proligera!

397. *HELMINTHOSPORIUM CAAGUAZUENSE* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae; epiphyllum, laxissime arachnoideo-effusum, tenuissimum, atrum; hyphae steriles repentes, longe remoteque ramoso-intricatae, parce septatae, subgraciles (4 crass.), olivaceae; hyphae fertiles hinc inde sparse exurgentes, erectae, sub-

flexuosulae, crassiusculae ( $200-250 \times 7-7,5$ ), densiuscule septatae, saepeque subnodulosae, fuligineae, apice rotundatae, non v. vix attenuatae, dilutiores; conidia elongato-subfusoidea ( $50-60 \times 8-9$ ), recta, 5-7-septata, non constricta, sursum attenuato-rotundata, deorsum subcuneato-truncata, fuliginea.

*Hab.* Ad folia viva *Bambúsaceae* cujusdam in *Pastoreo de Caá-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3445).

### 398. HELMINTHOSPORIUM BALANSAE Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae; amphigenum, laxissime arachnoideo-velutinum, atrum; hyphae steriles repentes mucedineo-subevanescentes, fuscae, parum manifestae; fertiles densiuscule hinc inde aggregatae, erectae, cylindratae, rectae v. vix flexuosulae, apice obtusae, parce irregulariterque septulatae, non v. vix constrictae ( $100-120 \times 4-5$ ), olivaceo-fuligineae, pellucidae; conidia cylindrata-elliptica, utrinque acutiuscule obtusata ( $20-30 \times 6-8$ ), 3-septata, non constricta, olivaceo-fuliginea pellucida.

*Hab.* Ad folia viva *Bambusaceae* cujusdam in sylvá *Naranjo*, Maj. 1883 (sub n. 3829).

### 399. HELMINTHOSPORIUM PARAGUAYENSE Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae; epiphyllum laxe arachnoideo-velutinum, plagulas fuscas, effuso-orbitales ( $2-4^m$  diam.) efficiens; hyphae steriles mucedineo-evanescentes, repentes, parum perspicue; fertiles hinc inde penicillatim aggregatae, a basi liberae, erectae ( $100-150 \times 4$ ), cylindratae, septulatae, flexuosae v. geniculatae, olivaceae, apice obtuse rotundatae ac pallidiores; conidia fusoida v. fusoido-clavata, recta v. vix curvula, superne acutata, inferne subtruncata ( $18-25 \times 4$ ), 3-septata, non v. vix constricta, oculis duobus internis obscure olivaceis, duobus extimis, pallidioribus, chlorinis.

*Hab.* Ad folia viva *Bignoniae* speciei cujusdam in sylvá subvirginea *Caá-gaazú*, Jan. 1882 (sub n. 3497).

*Obs.* Species haec descriptae sub n. 397, 398, 399 statum conidicum *Meliolae* cujusdam ignotae sistunt.

### 400. HELMINTHOSPORIUM GUARANITICUM Speg. (n. sp.)

*Diag.* Corticolum, laxe tenueque velutinum, plagulas majusculas, effusas, irregulares, olivaceas efficiens; hyphae cylindratae

erectae, longissimae crassiusculaeque (500-1000 $\times$ 10-11), densae, rectae v. vix flexuosulae, septulatae, deorsum atrae, sursum sensim dilutiores, apice vix v. non subinflatulae ac truncatae; conidia fusoido-clavata v. hirudinea, majuscula (100-120 $\times$ 19-20), 11-13-septata v. nucleata, fuliginea, vertice rotundata, basi truncata.

*Hab.* Ad ramulos dejectos emortuos prope *Carapeguá*, Jul. 1883 (sub. n. 3826).

401. *HETEROSPORIUM* ? *CALLOSPERMUM* Spég. (n. sp.)

*Diag.* Pannoso-effusum, irregulariter subpulvinulatum, olivaceum; hyphae molliusculae repentes, dense intricato-ramosae, laxe remoteque septulatae, sursum suberectae, simplices v. brevissime 1-2-ramulosae v. noduloso-geniculatae (subinflatulae), apice obtuse rotundatae (4 crass.), dilute olivaceae; conidia e geniculis v. apicibus hypharum oriunda, elongato-elliptica, recta v. leniter inaequilateralia (30-60 $\times$ 12-13), utrinque obtusiuscule rotundata, episporio laevi donata, 3-5-locularia v. nucleata (septis parum v. non perspicuis), loculis v. nucleis 1-3-centralibus eximie cruciformibus, 2 extimis subconicis, dilute olivacea.

*Hab.* Ad spicas vivas *Sporoboli* speciei cujusdam in pratis prope *S. Barbara* et *Villarica*, Jan. 1882 (sub n. 3512).

*Obs.* Haec species vulgata etiam in agro montevideense secundum specimina a Cl. J. Arehavaleta mihi missa, nec non in provincia argentina Missionum a Cl. C. v. Gülich lecta.

402. *CERCOSPORA CUCURBITINA* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae amphigenae minutae (0,5-1,5<sup>m</sup> diam.), arescenti-albae, irregulariter orbiculares, saepe angulosae v. confluyendo diffformes, eximie determinatae, non v. rarius zona fuscescenti parum perspicua cinctae; acervuli epiphylli rarius amphigeni, centro macularum insidentes, penicilliformes (150-180 $\times$ 40-50), fusci, solitarii v. sparsi, ex hyphis inferne subcoalescentibus, apice liberis, simplicibus erectis, densiuscule septulatis, gracilibus (3-4 crass.), dilute olivaceis, rectis, apice rotundatis v. 2-3-cicatricosis; conidia cylindraceo-elliptica, utrinque obtusiuscule rotundata, 3-5-septata, non constricta (30-40 $\times$ 4), chlorina.

*Hab.* Ad folia viva *Cyclantherae*? speciei in sylva *Caá-guazú*,  
Jan. 1882 (sub n. 3514).

403. *CERCOSPORA SOLIMANI* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae amphigenae, fuscescenti-atrae, suborbiculares (1-3<sup>m</sup> diam.), determinatae, rigido-coriaceae; acervuli centro macularum laxe insidentes, subpenicillati (80-150 × 3-3,5), ex hyphis gracilibus, elongatis (70-150 × 3-3,5) olivaceis, remote septulatis, basi subcoalescentibus, superne liberis compositi; conidia cylindraceo- v. fusoido-clavulata, (30-40 × 4), fumosa v. chlorina, utrinque acutiuscule rotundata, 3-5-septata, non constricta.

*Hab.* Ad folia viva v. languida *Leguminosae* ejusdam cultae, vulgo *Soliman*, prope *Caá-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3492).

404. *CERCOSPORA MYRTICOLA* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae epiphyllae majusculae (3-5<sup>m</sup> diam.), fusco-atrae, subindeterminatae, repando-angulosae; acervuli epiphylli laxe ac subseriate aggregati, olivacei, subhemisphaerici (20-30 × 20-90) ex hyphis brevibus, continuis?, gracilibus (2-2,5 crass.), rectis v. subcurvulis, basi coalescentibus, obscure ac subopace olivaceis, sursum liberis et fumosis compositi; conidia cylindraceo-fusoidea v. fusoido-clavulata (20-75 × 2-2,5), saepius 3-septata v. multiguttulata, utrinque obtuse rotundata, chlorina.

*Hab.* Ad folia viva *Myrtaceae* ejusdam in sylva *Caá-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3472 et 3473).

405. *CERCOSPORA VITIS* (Lév.) Sacc.

*Hab.* Ad folia viva et languida *Vitis viniferae* prope *Paraguari*, an. 1880 (sub n. 3461).

406. *CERCOSPORA BALANSAE* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae hypophyllae, effusae, indeterminatae, olivascentes, saepe totum folium ambientes; acervuli in maculis laxe sparsi, ex hyphis liberis rectis v. saepe nodulosis v. geniculatis (50-100 × 5), parce septatis, olivaceis compositi; conidia cylindracea, utrinque obtusissime rotundata, 1-3-septata (20-35 × 5), dilute olivacea.

*Hab.* Ad folia viva *Evolvuli* speciei ejusdam in sylva *Caá-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3524).

407. *CERCOSPORA LEPROSA* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae v. hypophyllae, pallescentes, effusae, inde-

terminatae; acervuli hinc inde glomerulati, subvelutini, olivacei, ex hyphis liberis basi tantum fasciculatis, erectis, rectis, flexuoso-geniculatis, ad geniculos nodulosis, 1-3-septatis ( $60-80 \times 5-6$ ), olivaceis compositi; conidia elongato-subfusoides, clavulata, superne acuta, inferne obtusato-subtruncata ( $40-75 \times 3.5-5$ ), recta v. leniter subfalcata, 3-5-septata, nubilosa e hyalino fumosa.

*Hab.* Ad folia languida *Tecomae* arboreae cujusdam in sylvis prope *Paraguari* et *Peribeby* per ann. 80-83 (sub n. 3509 et 3865).

*Obs.* Species oculo nudo facillime pro *Cladosporio herbarum* Lk. sumenda.

#### 408. CERCOSPORA VASCONCELLIAE Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae v. amphigenae, pallescentes, parum manifestae, effusae, indeterminatae; acervuli hypophylli, hinc inde densiuscule aggregati, plagulas parvulas ( $0,5-5^m$  diam.), sparsas v. confluentes, irregulares, olivaceas, velutinas efficientes, ex hyphis cylindraceutis, dense stipatis, sed non coalescentibus, breviusculis ac crassiusculis ( $50-80 \times 7-8$ ), 2-3-septatis, ad septa constrictis, apice obtusissime rotundatis v. subtruncatis, articulis superis verruculoso-rugulosis, guttulatis, olivaceis compositi; conidia fusoides v. elliptico-clavulata ( $20-30 \times 6-7$ ), fere subpyriformia, 3-4-septata, loculo infero saepius longiore angustioreque, ad septa non v. vix constricta guttulata, olivacea, loculis centralibus obscurioribus.

*Hab.* Ad folia viva *Caricae* (*Vasconcelliae*) *quercifoliae* in sylvis prope *Guarapi*, Jan. 1883 (sub n. 3857).

#### 409. CERCOSPORA? CARICAE Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae amphigenae, pallescentes, subdeterminatae, minutae ( $0,5-1^m$  diam.), acervuli hypophylli, maculas totas occupantes, centro excepto, circinatim v. concentricè dispositi, dense aggregati, globosi ( $50-70$  diam.), obscure e fuligineo olivacei, ex hyphis basi in sporidochio hyalino minute parenchymatico coactis, superne tantum liberis ac unilocularibus, articulo elliptico v. fusoides-clavulato ( $20-30 \times 7-8$ ), apice obtusato, saepeque subtruncato, ad angulos cicatricoso, pallide vinoso-chlorino donatis, compositi; conidia elliptica v. pyriformia, continua non v. 1-guttulata v. medio 1-septata, non constricta ( $10-20 \times 7-10$ ), episorio minute (saepè subimperspicue) ruguloso-papilluloso donata, pallide rubiginoso-olivacea, in hyphis solitaria v. 2-3-acrogena.

*Hab.* Ad folia viva *Caricae Papayae* prope *Guarapí* (sub n. 2739) et prope *Posta-Cuè* (sub n. 3855) per ann. 1881-83.

*Obs.* Species pulcherrima structura generi *Epicoccum* Link. peraffinis: an novi generis typum?

410. *CERCOSPORA STYLOSANTHIS* Spég. (n. sp.)

*Diag.* Maculae fusco-rubiginosae, orbiculares v. confluendo repando-irregulares, majusculae, saepius ramulos ac ochreas totas ambientes, squamuloso-pustulosae; acervuli olivacei, hinc inde in maculis densiuscule erumpentes, compactiusculi, ex hyphis cylindraceutis, continuis, rectis v. vix flexuosulis ( $35-50 \times 5$ ), apice truncatulis, rubiginosis, asperulo-rugulosis efformati; conidia cylindraceuto-clavulata, recta v. vix flexuosa, 3-5-septata, nubilosa, rubiginosa, utrinque obtusiuscula ( $35-45 \times 4-5$ ) laevia.

*Hab.* Ad caules vivos *Stylosanthis* speciei cujusdam in sylva *Cad-guazú*, Jan. 82 (sub n. 3528).

411. *CERCOSPORA PERSONATA* (B. et C.) Ell. et Evrh.

*Hab.* Ad folia *Arachidis hypogaeae* in cultis prope *Guarapí*, Maj. 1883 (sub n. 3806).

*Obs.* A typo recedit hyphis 2-3-septatis nec continuis ( $20-25 \times 4-5$ ), olivaceis, ac conidiis 3-5-septatis ( $35-40 \times 6-7$ ), olivaceis.

412. *CERCOSPORA SPHAEROIDEA* Speg. = Fung. Arg. pug. II, n. 148.

*Hab.* Ad folia *Cassiae* speciei prope *Villa Rica* et *Guarapí* per ann. 1882-83 (sub n. 3527 et 3804).

*Obs.* Specimina guaranítica a typo nonnihil recedunt et inter se etiam discrepant; an varietates v. species distinctae?

N. 3527. Maculae pallescentes, indeterminatae, orbiculares, amphigenae, majusculae (3-5<sup>m</sup> diam.), sparsae; acervuli amphigeni maculas totas ambientes, subglobosi, ex hyphis cylindraceutis brevibus, sursum rotundatis, basi innato-truncatis, parvulis ( $20-30 \times 4-5$ ), curvulis, liberis, continuis, olivaceis efformati; conidia elongato-cylindraceuta v. clavulata ( $30-60 \times 3-4$ ), recta v. curvula, utrinque obtuse rotundata, intense chlorina v. fumosa.

N. 3804. Maculae amphigenae, sordide fuscae, coriaceo-arescentes subindeterminatae; acervuli amphigeni maculas totas obtegentes, olivacei, non v. irregulariter turbinato-globosi, ex hyphis rectis v. flexuosulis, non v. 1-3-septatis, cylindraceutis liberis, apice acutiusculis ( $12-25 \times 2-2,5$ ), olivaceis compositi;

conidia cylindracea non v. subclavulata, gracilia ( $7-35 \times 2$ ), recta, 1-3-septata, fumosa v. chlorina.

413. *CERCOSPORA BIGNONIAECOLA* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae amphigenae, irregulares, saepius confluentes, griseo-arescentes, determinatae, per aetatem frustulatum deciduae ac folia eroso-perforata relinquentes; acervuli in margine macularum sparsi, minuti, subimperspicui, olivacei, ex hyphis cylindraceis, densiuscule septulatis, rectis ( $80-160 \times 7$ ), apice non v. vix subincrassatulis, fuliginis compositi; conidia fusoido-clavulata ( $40-7$ ), apice acutiuscule obtusata, postice cuneato-subtruncata, 3-5-septata, chlorina v. olivacea.

*Hab.* Ad folia viva *Bignoniae* in sylva subvirginea *Cad-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3497).

414. *CERCOSPORA GUARANITICA* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae minutae ( $0,5-1,5''$  diam.), amphigenae, intense et pulchre purpureae v. violaceae, hinc inde sparsae, indeterminatae, saepius centro albo-arescentes; acervuli hypophylli rarius amphigeni, pauci, olivacei, ex hyphis cylindraceo-compresulis, ad quartum inferum subcoalescentibus denseque septulatis, caeterum liberis atque continuis, rectis v. vix flexuosis ( $50-100 \times 3-3,5$ ), apice obtuse rotundatis, chlorinis compositi; conidia cylindraceo-elongata v. vix subclavulata ( $50-80 \times 4$ ), utrinque obtusa, continua pallidissime chlorina.

*Hab.* Ad folia viva *Seguierae guaraniticae* Speg. in dumetis prope *Cad-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3442).

415. *STEMPHYLIUM PARAGUAYENSE* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae; acervuli laxi sparsi, minuti punctiformes, atro-olivacei, hypophyllum totum pulverulento-granulosum efficientes; hyphae chlorinae v. fumosae, bifformes; steriles repentes, effusae, dense ramoso-intricatae, laxi septulatae, graciles ( $2-3$  crass.); fertiles hinc inde exsurgentes, rectae, breviusculae ( $20-50 \times 2-2,5$ ), 1-5-septulatae; conidia acrogena, solitaria, e pyriformi-trigona v. turbinato-globosa ( $20-25 \times 18-20$ ), 3-horizontaliter septata, loculo uno alterove septo unico vel duplice verticali donato, olivacea.

*Hab.* Ad folia viva arboris ignotae in montuosis prope *Peribebuy*, Jul. 1883 (sub n. 3837).

416. *MACROSPORIUM GUARANITICUM* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Acervuli penicilliformes olivacei, dense aggregati ac matricis superficiem totam minute velutino-puberulam efficientes; hyphae erectae, cylindratae, rectae ( $70-80 \times 5$ ), 3-7 septatae, apice obtusae, a basi liberae, olivaceae; conidia clavata, 5-7 septata, leniter constricta, loculis 5 superis turgidis, 1-2 verticaliter septatis, 2-3 inferis gracilibus cylindratae omnibus, olivaceis, episporio laevi donata ( $30-50 \times 10-15$ ).

*Hab.* Ad siliquas exsiccatas *Cassiae* speciei prope *Guarapí*, Jun. 1883 (sub n. 3802).

## STILBEAE Sacc.

417. *COREMIUM VULGARE* Cda.

*Hab.* Ad cortices putrescentes fructuum, aurantiacearum praecipue, vulgatissimo per toto Paraguay.

418. *STILBUM AURANTIO CINNABARINUM* Speg. = Fung. Arg. pug III, n. 346.

*Hab.* Ad corticem truncorum putrescentium in sylvis prope *Guarapí*, per ann. 1881 (sub n. 2797).

*Obs.* Stipites nonnihil graciliores ac capitulo fere concolores; conidia elliptica, recta v. inaequilateralis, utrinque rotundata, ( $5 \times 2,5$ ), 2-guttulata, hyalina.

419. *ISARIA GRACILIS* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Effusa, crustaceo-tomentella, matrice totam externe atque interne ambiens, candida, hinc inde ramulos tenuissimos, concolores, erectos, rectos, simplices ( $9-10'' \times 0,1-0,2''$ ) emittens; ramuli ex hyphis gracillimis (1,5-2 crass.), densissime constipatis ac subcoalescentibus, apice tantum liberis efformati; conidia in hypharum apicibus divaricatis acrogena, elliptica, utrinque acutiuscule rotundata ( $3-4 \times 1,5$ ), non v. minute guttulata, hyalina.

*Hab.* Ad coleoptera (*Cassis* spec.) emortua putrescentia, in rimis corticis truncorum loco *Cerro de S. Thomas* vocato, Jan. 1885 (sub n. 3760).

420. *GRAPHIUM VERTICILLIOIDE* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Stromata dense aggregata, matrici infuscata ac subieculo

tenuissimo arachnoideo-pulverulento, parum manifesto vestita insidentia, parvula (1-2" alt.  $\times$  0,3-0,4" crass.), erecta, recta, cylindracea apice simplicia ac obtusa rarius acutata ac fesso subramulosa, libera v. saepe 2-3 basi connata, coriacea, deorsum glabra, fusco-atra, sursum puberula sordide rubiginosa; pubescentia ex hyphis pallidissime rubiginosis liberis, ramoso-intricatis, hinc inde adsurgentibus, rectiusculis, remote septatis, non v. vix constrictis, saepeque 2-3 subverticillato-ramulosis efformata; ramuli secundari hypharum v. earumdem apices 1-3 ramulosi; ramululi (tertiarii) lanceolati (15  $\times$  2,5), hyalini, dense granulosi; conidia elliptica (4-5  $\times$  2-5), utrinque acutiuscule rotundata, hyalina in ramululorum granulosis densissime adnato-pleurogena, non concatenata.

*Hab.* Ad ramenta lignea putrescentia in sylvis prope *Guarapí*, Nov. 1881 (sub n. 3425).

*Obs.* Haec species *Hypoxyli* cujusdam statum conidicum sistit.

#### 421. GRAPHIUM? GIGANTEUM Speg. (n. sp.)

*Diag.* Stromata hinc inde dense subfasciculato-aggregata, saepeque basi breviter confluentia, maxima (5-10" alt.  $\times$  0,2-0,5" diam.), erecta, recta, subcylindracea v. compressiuscula, simplicia, apiceque subcapitulato-incrassatula v. laciniato-ramulosa, deorsum atra, glabra, sursum puberula, fusco-rubiginosa; pubescentia ex hyphis dense intricato-ramulosis, hinc inde adsurgentibus (50-60  $\times$  3), parce septulatis, apice laxe ramulosis, fumoso-chlorinis composita; ramululis extremis apice saepius subcapitulatis denticulatisque, subhyalinis; conidia non catenulata, elliptica v. ovoidea (4-6  $\times$  2-2,5), recta v. vix inaequaliteralia, utrinque obtusiuscula, hyalina.

*Hab.* Ad corticem truncorum putrescentium in sylvis prope *Guarapí*, Jul. 1881 (sub n. 2806).

### TUBERCULARIEAE Fr.

#### 422. TUBERCULARIA GUARANITICA Speg. (n. sp.)

*Diag.* Sporidochium sub epidermide crustaceo-effusum, eaque hinc inde fissa, suberumpens, non v. vix pulvinulatum, applanatum, undulatum, difforme, magnitudine maxime ludens (0,5-5"

diam.), acute marginatum, glabrum, pallide aurantio-roseum v. aurantium; basidia filiformia ( $15-20 \times 1-1,5$ ), cylindracea, coalescentia, apice cuneato-attenuata, acutata, libera, hyalina, monospora; conidia ovoidea, rarius elliptica ( $5-6 \times 2-2,5$ ), hyalina.  
*Hab.* Ad corticem putrescentem ramorum in sylvis prope *Guarapí*, Jun. 1881 (sub 2788).

423. *TUBERCULARIA PARAGUAYA* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Sporidochia sparsa, innato-erumpentia, vix pulvinulata, repando-orbicularia v. confluendo difformia, mediocria ( $0,5-1''$  diam.), superne appanata v. vix convexula, rosea, margine pallidiora; basidia cylindraceo-clavulata ( $20 \times 2,5-3$ ), apice obtuse rotundata, hyalina; conidia e globoso-elliptica ( $4-6 \times 2,5-4$ ), hyalina.

*Hab.* Ad corticem putrescentem truncorum in sylvis prope *Paraguari*, per ann. 1879 (sub n. 2792).

424. *VOLUTELLA PARAGUAYENSIS* Speg. (n. sp.)

*Diag.* Sporidochia hinc inde sparsa, globoso-depressa v. sublenticularia, minutissima ( $150$  diam.), mellea, non v. vix substipitata, margine longe laxaque ciliata; saetulae cylindraceae, sursum sensim attenuatae, parce remoteque septulatae, laeves ( $150-200 \times 5-8$ ), hyalinae; contextus sporidochii carnosum, tenuissime ac subindistincte prosenchymaticum; conidia papillis epithecii aërogena, cylindracea ( $5-6 \times 1$ ), utrinque truncato-subrotundata, non v. minute 1-guttulata, rarius subincrassatula, hyalina.

*Hab.* Ad legumen dejectum putrescens in montuosis prope *Perribeby*, Mart. 1883 (sub n. 3777).

*Obs.* Species a *V. ciliata* (A. S.) Fr. recedens saetulis septatis, conidiis gracillioribus, utrinque truncatis.

*GUELICHIA* Speg. (n. gen.)

*Diag.* Conidia fusioidea, continua, hyalina in basidiis solitarie aërogena; basidia filiformia, inferne coalescentia, superne libera, sub apice 6-setigera, setulis 3 adscendentibus, 3 minoribus descendentes; sporidochia disciformia, margine tomentoso-ciliolata.

*Obs.* Genus Cl. Carolo von Gülich, amico meo carissimo, botanicae amantissimo libenter dicatum.

## 425. GUELICHIA PARADOXA Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae; sporidochia epiphylla, hinc inde sparsa, rarius 3-9-aggregata, superficialia, majuscula (0,3-1<sup>m</sup> diam.), cupulata, albo-tomentosula, disco melleo; setulae marginales densiusculae, molliusculae, flexuosulae, cylindratae (100-250 × 6-7), sursum sensim attenuatae, apice non v. vix subincrassatulae ac obtusiusculae, remote parceque septulatae, hyalinae; contextus sporidochii carnosulus, dense imperspicueque prosenchymaticus, pallide fulvellus; basidia hyalina cylindrata (40-50 × 2), in parte dimidia infera coalescentia, in dimidia supera libera ac lenissime subfusioideo-incrassatula ac rugulosa, sub apice (sub 10 μ) 6 ciliis concoloribus donata, 3 superis longissimis, subfalcato-divaricatulis (40-50 × 1,5), linearibus medio nonnihil crassioribus apice acutissimis, tribus inferis rectiusculis (14-15 × 1-1,5), obtusiusculis; conidia in basidiis solitarie acrogena, fusioidea (25-30 × 3,5-4), continua, hyalina, utrinque obtusiuscula.

*Hab.* Ad folia viva *Rhamneae* speciei cujusdam prope *Paraguari*, Jun. 1883 (sub n. 3864).

*Obs.* Species pulchella *Cyphellae albo-violascentis* (A. S.) Karst. habitu simillima.

## 426. FUSARIUM GIGAS Speg. (n. sp.)

*Diag.* Mycelium tenuissimum, effusum, vix perspicuum, arachnoideum, e hyalino albo-roseum; hyphae repentes, laxe ramoso-intricatae, remotissime septulatae (3-4 crass.), hinc inde ramululos brevissimos, simplices, monosporos, erectos emittentes; conidia cylindrato-fusioidea, utrinque attenuato-acutata (100-130 × 7-8) apice tantum inaequilaterali-subfalcata, 9-11 septata, non constricta, hyalina.

*Hab.* Ad culmos dejectos *Bambusaceae* cujusdam, socio pyrenomycetete sterili, prope *Arroyo-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3471).

*Obs.* Extremitate infera conidiorum saepius appendice minuta nodulosa donata.

## 427. FUSARIAM GAUDEFROYANUM Sacc. = Mich. v. II, p. 132.

*Hab.* Ad folia dejecta putrescentia *Sacchari officinarum* prope *Guarapí*, Dec. 1882 (sub n. 3733).

*Obs.* Specimina guaranitica nonnihil a typo recedunt mycelio effu-

so, tenuissime arachnoideo; conidia 3-5 septata ( $25-45 \times 3$ ), hyalina. An melius *Fusario graminum* Cda adscribendum?

428. MICROCERA? CLAVARIELLA Speg. (n. sp.)

*Diag.* Maculae nullae; sporidochia cylindracea, minuta (250-500 alt.  $\times$  50-80 crass.), simplicia, apice obtusa, erecta, ceracea tenacella, rigidula flavidula v. carnea, solitaria v. saepius 2-10 aggregata, e nucleo lenticulari ( $0,5 \times 1^m$  diam.) concolori, subepidermico, parenchymate innato oriunda, glabra; basidia sporidochii superficiem totam obtegentes (an apices ejusdem hypharum?) clavulata, apice obtusata v. acutata, dense ruguloso striata ( $10-15 \times 3$ ), hyalina, monospora; conidia clavulata, curvula, 3-5-septata non constricta ( $20-27 \times 1,5-2$ ), utrinque, acuta, hyalina.

*Hab.* Ad folia viva *Eugeniae* speciei, socia *Phyllachora* inaevoluta, prope *Cad-quazú*, Jan. 1882 (sub n. 3483).

429. EPICOCUM PURPURASCENS Ehrh.

*Hab.* Ad folia dejecta putrescentia *Sacchari officinarum* prope *Guarapí*, Dec. 1882 (sub n. 3733).

BOMPLANDIELLA Speg. (n. gen.)

*Diag.* Sporidochia globosa e basidiis simplicibus, olivaceis coalescentibus, apice liberis ac in appendice gracile productis composita; conidia globosa in appendicibus basidorum dense pleurogena chlorina, non catenulata.

Genus inter *Tubercularieas* et *Dematieas* nutans.

430. BOMPLANDIELLA GUARANITICA Speg. (n. sp.)

*Diag.* Sporidochia hinc inde laxe aggregata, hypophylla, superficialia, globosa (150-180 diam.), obscure olivacea, puberula, matrici arcte adnata; basidia cylindracea, coalescentia olivacea, apice abrupte cuneato-rotundata ( $65-70 \times 3-4$ ), ac in appendice cylindracea ( $5-20 \times 2-3$ ), denticulato-nodulosa, subhyalina producta; conidia elliptico-globosa (1,5 diam.), pallide olivacea v. fumosa, in parte media appendicis basidorum dense 10-20-pleurogena (rarius 2-3 acrogena).

*Hab.* Ad folia viva *Sapoteaceae* cujusdam, socia *Phyllachora pulchra* Speg., *Paraguari*, Oct. 1881 (sub n. 3557).

## 431. MYROTHECIUM? PULCHELLUM Speg. (n. sp.)

*Diag.* Sporidochia amphigena, sparsa, discoideo-repanda, minuta, (100-300 diam.), tenuia, intense viridi-olivacea, applanata, zona alba, tomentosulo-radiante marginata, matrici arcte adnata; contextus prosenchymaticus; basidia cylindracea, breviuscula, gracillima ( $20-25 \times 1$ ), in conidiis catenulatis apice producta; conidia cylindracea, utrinque truncata ac minute 1-guttulata  $12-13 \times 1,5$ ), laevia, dilutissime chlorina.

*Hab.* Ad folia exsiccata adhuc, pendula *Luhae grandiflorae*, in sylvis prope *Guarapí*, Jul. 1883 (sub n. 3868).

## 432. CHAETOSTROMA NIGRICANS Speg. (n. sp.)

*Diag.* Sporidochia amphigena, densiuscule sparsa atro-olivacea, e turbinato globosa, minutissima (40-70 diam.), sessilia, margine parce ciliata; ciliis minutis, rigidulis, cylindraceo-attenuatis, apice obtusiusculis, basi subbulbosis, ( $50-85 \times 3-5$ ), fuliginis, 5-10 septatis, non constrictis, contextu tenuissime membranaceo, olivaceo, anhisto; basidia cylindracea ( $7-8 \times 4$ ), basi coalescenti-evanida, apice cuneato-acute, pallide chlorina; conidia cylindracea, utrinque rotundata ( $12-15 \times 4-4,5$ ), continua hyalina.

*Hab.* Ad folia languida v. emortua adhuc pendula *Smilacis* speciei in sylva *Caá-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3469).

## MYCELIA STERILIA

## 433. SCLEROTIUM ERSIPHIOIDE Speg. (n. sp.)

*Diag.* Globosum parvulum (200-300 diam.), atrum glabrum, laeve, hypophyllum, sparse in tomento albo foliorum subasconditum; cortex crustaceo-coriaceus, contextu indistincto, ater; pulpa alba, ex hyphis dense constipatis, tortuoso-angulosis, hyalinis, hinc inde guttulis concoloribus oleosis inmixtis composita.

*Hab.* Ad folia viva *Myrtaceae* cujusdam in sylva *Caá-guazú*, Jan. 1882 (sub n. 3498 et 3820).

*Obs.* Species perpulchra habitu *Phyllactiniae suffultae* (Reb.) Sacc. simillima; an status inaevolutus cujusdam Erysipheae?

## 434. SCLEROTIUM CACTORUM Speg. (n. sp.)

*Diag.* Globosum v. subturbinatum, superne saepius rotundatum atque centro minute papillulatum, parvulum (200-300 diam.),

atrum, subrugulosum, dense aggregatum, plagulas repando orbiculares majusculas (5-10<sup>m</sup> diam.) v. confluendo difformes hinc inde per superficie matricis efformans; cortex coriaceo-carbonaceo contextu, indistincto, pulpa alba, minute parenchymatica faretum.

*Hab.* Ad ramos vetustos *Opuntiarum* nec non *Cereorum* in sylvis prope *Pirayú*, Jul. 1879 (sub n. 2780).

435. SCLEROTIUM CLAVUS DC.

*Hab.* Ad cariopsides *Olyrae* speciei cujusdam in sylva *Naranjo*, Jun. 1883 (sub n. 3859).

*Obs.* Breviusculum, elliptico-turgidum, deorsum atrum laeve, sursum roseum farinosum. An species distincta?

# MUSEO PROVINCIAL DEL PARANÁ

---

Paraná, Octubre 5 de 1886.

*Exmo. Señor Gobernador de la Provincia, General D. Eduardo Racedo.*

Antes de determinar los vegetales fósiles y vivientes representados en su coleccion, me permito, alentado por la benevolencia de V. E., formular algunas consideraciones sobre la Botánica.

Todas las ciencias positivas, concretas ó abstractas, tienen, sin duda, en sí, un valor propio, ya por las leyes naturales que establecen, ya por los procedimientos lógicos que elaboran, ya por los materiales que preparan para la industria, ya porque emancipan la razon individual ó colectiva de viejas y heredadas preocupaciones, de las que aún no se ven libres del todo los pensadores mas enérgicos de nuestros dias.

Precisar el valor absoluto y relativo de cada ciencia, es un problema de gran interés para los que se dedican á su estudio y sobre todo para la educacion, cuya organizacion definitiva y sistemática, segun mi modo de ver, estriba principalmente en la determinacion prévia del valor teórico y práctico de cada una de ellas y de su puesto jerárquico en el organismo del saber positivo.

Con este criterio es fácil establecer la importancia teórica de la Botánica, bastando para ésto indicar someramente las cuestiones que plantea y que resuelve con seguridad. Estudia los elementos, los tejidos, los órganos y la estructura morfológica de las plantas en la Anatomía vegetal; sus funciones vitales en la Fisiología; sus enfermedades en la Nosología; su distribucion geográfica en la Corología; su origen, evolucion y filiacion en la Etiología; el desarrollo del embrión desde la fecundacion hasta la constitucion individual del vegetal en la Ontogenia; clasifica las plantas por sus analogías

y semejanzas en la Taxonomía; las describe en la Fitografía; dá á cada especie su nombre en la Nomenclatura.

La importancia teórica de la Botánica se nos presenta con mas evidencia si se tiene en cuenta que las leyes fundamentales del reino orgánico: renovacion material, destruccion individual y conservacion específica dentro de ciertos límites, principian con los vegetales, se desarrollan en los animales y se completan en el hombre.

La Botánica es, por tanto, la base experimental y racional de la Biología, que, á su vez, tiene señalado por la misma Naturaleza el procedimiento que debe seguir en sus investigaciones, es decir, estudiar los diferentes fenómenos anatómicos, fisiológicos, nosológicos, filogenéticos y ontogenéticos, que se manifiestan en los vegetales mas simples primero, ascendiendo gradualmente hasta los más compuestos, en seguida estudiará estos mismos fenómenos, á no dudarlo, más complicados, pero de la misma naturaleza, en los animales inferiores, en los superiores y finalmente en el hombre.

V. E. puede ver estas mismas cuestiones tratadas con la competencia del génio en las obras magistrales de Augusto Comte: *Filosofía Positiva*, tomo III, pág. 269 y siguientes; *Política Positiva*, tomo I, página 564 y siguientes.

La utilidad de los vegetales es apreciada debidamente por todos; son muy conocidas sus múltiples y variadas aplicaciones á la economía doméstica, á la alimentacion animal, á la higiene, á la medicina, á la química, á la navegacion y á la administracion.

Sería de desear que los Médicos dedicaran parte de su actividad intelectual al estudio de las propiedades medicinales de nuestros vegetales que el pueblo usa con éxito desde tiempo inmemorial para combatir muchas de sus dolencias.

Entre las doscientas Tesis doctorales regaladas á la naciente Biblioteca Científica del Museo por el Dr. Francisco Tamini, profesor de la Facultad de Medicina de la Capital Federal, me ha llamado la atencion la del Doctor D. Domingo Parodi, profesor tambien de la misma Facultad, con el título modesto y significativo de «Ensayo de Botánica Médica Argentina»: de la que extracto las siguientes líneas:

«No creo yo que deba aumentarse el fárrago ya enfadoso de las drogas inútiles; bien al contrario, que se deben condenar al ostracismo un sin número de sustancias que abultan sin provecho alguno el bagaje farmacológico; pero pienso á la vez que tampoco debemos por pereza ó indiferentismo ser tan escépticos que condenemos lo que

nos es desconocido. Cerner despues de cosechar, esto es práctico y lójico. De consiguiente opino que el estudio de los vegetales útiles indígenas debe cultivarse con dedicacion y esmero».

El Dr. Parodi tiene razon y piensa lo menos mal posible por razones fáciles de explicar.

Me parece oportuno, en esta mi última comunicacion sobre los restos orgánicos de la coleccion de Vuestra Excelencia, decir algunas palabras sobre el origen y evolucion de los seres vivientes.

Los vegetales y los animales mas simples, iufusorios y algas, ó mejor, los Protistas de Hæckel, que segun Huxley constituyen una zona neutra, derivan del reino orgánico por generacion espontánea, vivificándose la materia inerte cuando las fuerzas físico-químicas, de que está dotada, actúan en determinadas circunstancias favorables á la difícil y delicada transicion de la composicion molecular fija á la renovacion molecular; caracterizando la primera la materia inorgánica y la segunda la orgánica.

Aún no se conoce bien el cómo; pero el hecho es indudable por dos razones decisivas: 1ª La composicion química del protoplasma muestra su origen inorgánico segun los múltiples análisis que se han hecho de él.

Que el protoplasma sea la materia viva indiferente y amorfa de donde derivan todos los seres orgánicos, lo prueba, entre otros, clara y evidentemente, Claudio Bernard, por medio de los excitantes y anestésicos que ejercen la misma accion sobre el protoplasma, que sobre las plantas y animales en sus diferentes tejidos.

2ª La geología muestra tambien que, durante una série incalculable de años, el estado gaseoso de la tierra y su alta temperatura eran radicalmente incompatibles con la vida y sus gérmenes.

Por otra parte, hasta ahora no se han encontrado ni se hallarán seguramente restos orgánicos en aquellas remotísimas épocas geológicas, en las que el planeta que habitamos elaboraba lenta y sucesivamente sus principales elementos mineralógicos, el aire, el agua, la tierra, y, en el centro, el fuego.

Los descubrimientos paleontológicos han destruido, para siempre, la teoría de la invariabilidad de la especie de la escuela clásica representada por Lineo, Cuvier, Agassiz y Burmeister, la que afirma con mas ó menos reservas que los tipos específicos han aparecido con los caracteres que conservan en la actualidad; tampoco ha podido resistir, ante los progresos de la Paleontología, la teoría mas moderna de los períodos biológicos sucesivos representada por D'Orbigny y otros.

Nos queda la teoría de la Evolucion que nos explica satisfactoriamente la aparicion del reino vegetal á través de las épocas geológicas.

En seguida de la formacion Lauréntica y Hurónica, sigue el período primario ó Paleofítico, Silúrico, Devónico, Carbonífero, Pérmico, en el que dominan las Criptógamas; en seguida el período Secundario ó Mesofítico, Triásico, Jurásico y Cretáceo, en el que dominan las Gimnospermas y finalmente el período terciario ó Neofítico, eoceno, oligoceno, mioceno y plioceno, en el que dominan las Angiospermas.

Así, pues, se vé claramente que los primeros vegetales que aparecen son los mas simples: Algas, Hongos, Líquenes, Hepáticas, Musgos, Helechos, etc.; relacionados entre sí por la herencia y diferenciados por la adaptacion.

El Transformismo ó Darwinismo que considero parte integrante del Positivismo, con las modificaciones del caso, se afirma y confirma cada dia con mas vigor por los trabajos memorables de Laporta, Wallace, Hooker y Darwin mismo en Botánica; de Lamarck, Darwin, Hæckel, en Zoología; de Lyell, en Geología; de Jaeger, Vogt, Dessor, Schimper y Ameghino en Paleontología; de Wagner en la Emigracion de las Especies; de Laney Fox en la Agricultura; de Virchow en Patología; de Schleicher y Bleek en Filología; de Ecker, Büchner, Bageot Dumond y J. Evans en Historia y Política; de Herbert Spencer, Taine, Dumont, Sergi en Psicología; de John Fiske en Filosofía cósmica, y de Huxley en Filosofía científica.

Dedicaré algunas palabras á las clasificaciones botánicas.

El número de las especies conocidas es muy considerable y aumenta de dia en dia por las exploraciones que se realizan en todos los continentes por sociedades científicas y particulares bajo los auspicios de gobiernos ilustrados y previsores.

Se hace sentir la necesidad de una clasificacion natural precisa, concisa, que sea un auxilio y no un estorbo para los que aman las cosas mas que sus nombres, máxime si éstos, como sucede con harta frecuencia, son largos, mal construidos, inarmónicos y difíciles de pronunciar.

Una acertada formacion de familias naturales bien determinadas, colocadas gerárquicamente por medio de principios fijos, determinando, á la vez, los caracteres del género y de la especie, son las operaciones preliminares indispensables para construir una clasificacion mas lógica.

Esta opinion no me impide admirar los esfuerzos meritorios y los resultados recomendables de Turnefort (1694) que funda su clasificacion en la constancia y forma del tallo y en la existencia ó ausencia de la corola; de Lineo (1737), en los caracteres de los órganos sexuales; de Magnol (1689), que introduce en botánica el nombre de «familias naturales»; de Antonio Lorenzo Jussieu y Bernardo Jussieu que establecen las familias naturales que se mantienen hasta ahora en las ciencias; de Adanson (1763) y de Candolle que introducen, reformas notables en las clasificaciones.

El número de familias naturales en 1789 era de cien, descritas por Jussieu; en 1840 Endlicher publicó su obra *Genera Plantarum* en la que dá á conocer doscientas ochenta y cuatro familias.

La Flora de la República es numerosa en géneros y especies en armonía con su vasto y fértil territorio; su conocimiento completo está reservado á los futuros naturalistas; algo empero se ha hecho y como principio es de un valor inestimable.

Los señores Bumbory, de Mendoza, y Gillies, de Buenos Aires, hicieron las primeras colecciones y en las obras de los viajeros D'Orbigny, Darwin, Miers y Strobel se hallan algunas noticias; Grisebach publicó dos obras sistemáticas sobre las plantas recogidas por Lorentz y Hieronymus de 1870 á 1876; en el *Boletín de la Academia Nacional de Ciencias de Córdoba*, tomo II, entrega 2ª y tomo 4º, se han publicado trabajos originales por los prenombrados botánicos.

Lorentz publicó una monografía sobre la vegetacion de Entre Rios y redactó con Niederlein la parte botánica del informe oficial de la Comision Científica agregada al Estado Mayor General de la expedicion al Rio Negro, realizada en los meses de Abril, Mayo y Junio de 1878 á las órdenes del actual Presidente de la República, General Julio A. Roca y en la que V. E. tomó parte, segun los documentos oficiales y el diario de viage de V. E. que publicó «La Opinion de Entre Rios».

En la coleccion de V. E. venian:

1º Dos hongos leñosos, que comparados con los ejemplares que existen en la coleccion de criptógamas del Museo, son el *Polyporus Lucius* de Fritz, de los cuales uno es notable por sus dimensiones;

2º Dos trozos de madera fósil, cuya determinacion no es posible por la falta de caracteres genéricos.

Los vegetales fósiles han desempeñado un papel importante en la formacion de los continentes y sus restos; Turba, Hulla, Lignito, etc., son el combustible necesario de la industria moderna.

En la República se ha señalado la existencia del carbon en varias localidades: Burmeister, *Descrip. Física*, tomo 2º, y en las cartas del Doctor Moreno publicadas en «La Nacion».

La formacion Terciaria de Entre Rios, como la de Patagonia, encierra materiales preciosos para el estudio de la Botánica fósil.

El primero que descubrió estos vegetales fósiles en la República fué Darwin: Dicotiledoneas en los alrededores de esta ciudad; Coníferas y Dicotiledoneas en Santa Cruz, y Araucarias en el paso de Uspallata en Mendoza.

El Señor Roberto Brown practicó un estudio microscópico de algunos fragmentos de troncos recogidos por Darwin y reconoció que pertenecian á las coníferas con algunos caractéres de las Araucarias y otro muy particular de la familia de los Tejos.

Ultimamente Convent escribió una monografía «sobre algunos árboles fósiles del Rio Negro» en el *Boletín de la Academia de Ciencias Exactas de Córdoba*, Tomo VII, entrega 4ª.

A la brevedad posible tendré el honor de comunicar mis observaciones sobre los 34 minerales de la coleccion de V. E.

Saludo atentamente á V. E.

*Pedro Scalabrini.*

(*El Constitucional*, del Paraná).

# SOBRE ÁPIDOS NÓMADAS

DE LA REPÚBLICA ARGENTINA

POR EL

D<sup>OR</sup> EDUARDO LADISLAO HOLMBERG.

---

Hace unos pocos años, apénas en Octubre de 1879, publiqué mi primer trabajo sobre Apidos Argentinos, y no pensaba entónces que iba á colocar la piedra fundamental de una obra que hoy alcanza proporciones respetables, no tanto, es cierto, por las publicaciones hechas en el país al respecto, cuanto por el rico material reunido desde aquella fecha, ó, para ser más exacto, aumentado por mis amables colaboradores y por mí mismo.

Citaba en ese primer artículo (1), y como antecedente al respecto, los géneros señalados en la República Argentina por el Dr. BURMEISTER en su *Reise durch die La Plata-Staaten* (2), y, poco despues (3), los otros trabajos (casi nada) que nos permitian formar una idea, lo más incompleta posible, de la Melisofauna de estas comarcas. Publicaciones ulteriores en estos *Anales* (4) y en las *Actas de la Academia Nacional* (5), me han permitido dar á cono-

(1) *Sobre las especies del género Bombus, halladas en la República Argentina.* — An. Soc. Cient. Arg.; VIII, pág. 154, 1879.

(2) *Melipona, Trigona, Bombus, Anthophora, Eucera* (?), *Xylocopa, Centris, Megachile, Anthidium, Nomada* y *Cæliorys.* — En el momento de escribir estas líneas conozco ya más de cincuenta géneros de Apidos Argentinos.

(3) *Ojeada sobre la Fauna de la Provincia de Buenos Aires.* — *Bibliografía Zoológica*, Capítulo VII, de «El Censo de la Provincia de Buenos Aires, 1881», pág. 49, 1882.

(4) *Sobre algunos Himenópteros de la República Oriental del Uruguay.* — An. Soc. Cient. Arg. T. XVIII, pág. 201-228, 1884.

(5) Himenópteros, en *Viages al Tandil y á La Tinta*, Act. Acad. de Ciencias de la República Argentina, *Abejas*, T. V. pág. 117, 1886.

cer nuevos tipos, y espero que, dentro de poco, podré dar comienzo á la impresion de una Monografía general que, desde hace años, me preocupa.

Entretanto, se me ocurre anticipar, por esta breve reseña, lo que hasta ahora sé de nuestros Nomádidos, grupo que, si no contiene las especies más brillantes por sus tintes, encierra las figuras más esbeltas y graciosas de toda la familia. No es ésto, seguramente, un título de consideracion, pero hay además entre ellas ciertos caracteres diferenciales que facilitan, más que en cualquier otro grupo, la tarea del toxónomo, y no sé por qué habría de esperar un momento perdido en lo que vendrá para señalar, á los que en ello se interesan, un aspecto de esta interesante Fauna.

Como este artículo no es otra cosa que una noticia prévia, no me detendré en largas discusiones sobre las especies, ni sobre los géneros, tarea que procuraré realizar en otro trabajo á que he aludido, pero haré una revista suficientemente clara, de modo que los especialistas se encuentren en condiciones de agregar nuestros propios géneros y especies, dentro del grupo, á la materia general.

Las colecciones de que dispongo son ricas si se considera la Fauna Argentina, y pobres con relacion á la Universal, pero, asimismo, no son tan exiguas que me imposibiliten para hacer una que otra alusion á géneros exóticos.

He hallado un caracter sobre el cual deseo llamar la atencion de los Melisólogos que se dediquen á los Nomádidos, caracter que, sin ser de grande importancia bajo el punto de vista de la organizacion, me parece muy apreciable como sistemático: me refiero á las relaciones de la célula medial con la submedial de las alas anteriores, como ya lo han hecho TASCHENBERG y otros entomólogos en diversos grupos. Para no extenderme ahora más que lo que exige una simple noticia, remito al lector al Tomo V. de las *Actas de la Academia de Ciencias de la República Argentina*, pág. 119, fig. 6, y pág. 152, fig. 17, referentes á los géneros *Melissoptila* y *Doeringiella*, en las cuales podrá comparar lo que á ambas células corresponde.

Si en este cuadro no quedan comprendidos todos los géneros del grupo, es porque me faltan algunos, y, aunque podría haber hecho mis averiguaciones en las figuras, he preferido no tomarlas en cuenta, porque no siempre se puede contar con su fidelidad. Las descripciones, por otra parte, rara vez incluyen todos los caracteres de una especie.

## SINÓPSIS DE LOS GÉNEROS ARGENTINOS

**I.** Con tres cubitales.

**A.** La célula radial tiene su ápice en la misma nervadura costal.

**a.** Seis artejos en los palpos maxilares. Las bandas claras, si las hay, son tegumentarias. 1. **Nomada.**

**aa.** Cinco artejos en los palpos maxilares. Sobre el color de fondo hay bandas marginales de pelos apretados que ocultan el color del tegumento. Piernas más cortas y robustas que en *Nomada*. 2. **Brachynomada.**

**AA.** El ápice de la célula radial se halla separado de la nervadura costal.

**b.** El nervio transverso-medial nace antes de la terminación de la célula submedial.

**c.** El espolón de las tibiae intermedias es simple.

(**d.** Una espinita en medio del escudete hacia atrás; célula radial paralela, oblonga, — g. exótico). 10. **Melecta.**

**dd.** Sin tal espinita.

**e.** Antenas del ♂ más largas que el cuerpo; coloración verde brillante. 14. **Ctenioschelus.**

**ee.** Antenas normales.

**f.** Abdómen muy alargado y agudo; el aguijón muy largo y dirigido generalmente por arriba hacia adelante (Facies de *Cælioxyis* con base del abdómen redondeada). 16. **Osiris.**

**ff.** Abdómen más ó ménos del largo de la cabeza y el tórax, oval-lanceolado.

**g.** Coloración del cuerpo uniforme, todo negro (Facies de *Melecta* y algo de *Bombus*). 9. **Hopliphora.**

**gg.** Abdómen con bandas transversas claras de pelitos asentados.

**h.** Porción libre de la célula radial menor que la que ocupan las cubitales (Facies de *Nomada* y de *Epeolus*). 5. **Doeringiella.**

**hh.** Porción libre de la c. r. mayor que la que ocupan las cubitales (Facies de *Nomada* y de *Epeolus*). 4. **Trophocleptria.**

**cc.** El espolon de las tibiae intermedias es bifurcado en el extremo.

**i.** La 2ª célula cubital es mayor que la 1ª (Palpos maxilares de un solo artejo nodoso. Escudete con dos largas prolongaciones planas dirigidas hácia atrás). 13. **Mesocheira.**

**ii.** La 2ª c. cubital es menor que la 1ª (Palpos maxilares de 3 artejos. Escudete bigiboso — podría decirse 4-giboso — La longitud mayor de la célula submedial apenas se marca por la quebradura á su favor del nervio longitudinal). 12. **Melissa.**

**bb.** Los nervios transversos medial y submedial nacen en el mismo punto, ó la submedial es mas corta que la medial.

**j.** La célula submedial es igual á la medial, porque los nervios transversos nacen en el mismo punto (Cuerpo negro, abdómen verdoso, sedoso; 4 artejos en los palpos maxilares. Facies de *Melecta*). 11. **Melectoides.**

**jj.** La célula submedial es mucho mas corta que la medial (Cuerpo con manchitas blancas de pelos).

**k.** Borde cubital de la 2ª célula cubital menor que el mismo borde de la 3ª; primer recurrente inserto casi ó en el ápice de la 2ª cubital. 7. **Epeolus.**

**kk.** Borde cubital de la 2ª c. c. mayor que el mismo de la 3ª; 1º recurrente inserto poco despues del medio de la 2ª cubital (Facies de *Epeolus*).

6. **Leiopodus**

**II.** Con dos cubitales.

**I.** El ápice de la c. radial pegado á la costal. Las células medial y submedial terminan en el mismo punto. (Facies de *Nomada*).

3. **Hypochrotaenia.**

**II.** El ápice de la c. radial separado de la nervadura costal.

**m.** Abdómen corto, elíptico ú oval-lanceolado; su segmento mas ancho no es el primero.

**n.** Las dos células cubitales casi iguales; la 2ª recibe el 1º recurrente despues del ángulo basal y el 2º ántes del apical. Entre ambas inserciones hay un vestigio de 2º transverso. Radial oval, oblonga, casi paralela, de ápice redondeado. La c. submedial mucho mas larga que la medial (Facies de *Epeolus*). 8. **Pseudepeolus.**

**mm.** La 1ª c. cubital doble mas grande que la 2ª; el 1º recurrente se inserta al fin de la 1ª ó en el 1º transverso, y el 2º en medio de la 2ª cubital muy estrechada hácia la radial visiblemente apendiculada. Células medial y submedial iguales (Facies de *Prosopis*).

15. **Cænoprosopis.**

**mm.** Abdómen cónico, completamente truncado en la base: su segmento mas ancho es el 1º.

17. **Coelioxys.**

Muchas veces ciertos caracteres, en extremo variables en tales ó cuales géneros, se muestran fijos en otros, y por esta razon sólo es permitido decidirse cuando se posee un rico material. Así, por ejemplo, las relaciones de la célula medial con la submedial son constantes en la mayor parte de las Nomadinas que figuran en la sinopsis anterior; pero, á veces, pierden su valor taxonómico y es menester acudir á otro carácter más seguro.

En conciencia, no hay en la Naturaleza orgánica un solo caracter fijo, porque, si lo hubiera, nadie discutiría los tipos ambíguos que, ora se inclinan á esta forma, ora á tal ó cual otra. Siempre recuerdo un género fundado por un distinguido zoólogo amigo mio. Haciéndole notar, en una ocasion, que el carácter diagnóstico establecido por él faltaba en el mayor número de mis ejemplares, que él mismo consideraba como del citado género, terminó diciendo, despues de una discusion, que aquel carácter era bueno, pero que era *un carácter incipiente para un género fijo en el porvenir*.

¿Es posible determinar el grado de variabilidad de un carácter? Sí, por cierto; pero no somos nosotros, los que estudiamos en este país, casi siempre con materiales escasos, los que podremos limitar semejante variabilidad.

No pasaré adelante en este terreno; pero quiero anticipar que no soy muy crédulo respecto á la existencia de entidades orgánicas.

g. 1. **NOMADA**, FABR. pt., AUT.

Este género, cuya distribucion geográfica es tan vasta, tiene algunos escasos representantes en la República Argentina.

Al principio, concediendo mayor importancia, que la que realmente tienen en este caso, á las relaciones de las nervaduras trans-

versas medial y submedial, procuré establecer un signo diagnóstico entre las Argentinas y las Europeas; pero no valió. En unos casos la célula submedial termina en el mismo punto que la medial; en otros, la submedial es más larga.

Citaré aquí varios ejemplos, tomando en cuenta algunas especies de *Nomada* cazadas en 1871 por el Dr. ADOLFO DOERING en Alemania y determinadas por él mismo según SCHENCK y otros autores.

I.	II.
La célula submedial es más larga que la medial.	Células submedial y medial iguales.
<i>Nomada Marshamella</i> , ILL., K.. 4 ej.	<i>Nomada solidaginis</i> , Pz., ILL..... 2 ej.
» <i>succincta</i> , Pz..... 2 ej.	» <i>Roberjeotiana</i> , Pz..... 4 ej.
» <i>sexfasciata</i> , Pz..... 1 ej.	» <i>Jacobææ</i> , Pz..... 2 ej.
» <i>fucata</i> , Pz., ILL., K.... 1 ej.	» <i>albuguttata</i> , Pz..... 1 ej.
» <i>lineola</i> , ILL., Pz..... 1 ej.	
» <i>zonata</i> , Pz., ILL..... 1 ej.	
» <i>flava</i> , K., Pz..... 8 ej.	
» <i>lateralis</i> , Pz..... 1 ej.	
» <i>Fabriciella</i> , ILL..... 3 ej.	
» <i>minuta</i> , H-SCH..... 3 ej.	
» <i>borealis</i> , ZETT..... 1 ej.	
» <i>guttulata</i> , SCHENCK..... 1 ej.	

Aunque en casi todos los casos las especies mayores pertenecen al primer grupo, no se puede señalar la influencia de la magnitud como de importancia, porque, por ejemplo, la *N. Fabriciella* y la *N. minuta*, que también pertenecen á ese grupo, son de las menores.

En su obra *British Bees*, SCHUCKARD ha dado una lista de las especies británicas (p. 250) que divide en dos grupos: § *Con antenas filiformes* y §§ *Con antenas sub-clavadas*, y es singular coincidencia que en su lista figuren las especies *N. Jacobææ. solidaginis* y *Roberjeotiana* en el grupo §§, las mismas que, con la *N. albo-guttata*, también de PANZER, como aquellas, forman mi grupo II.

#### 1. *Nomada pampicola*, HOLMB., n. sp.

♀. *N. capite thoraceque ferrugineis, nigro luteoque variegatis; pedibus ferrugineo-fuscis; abdomine piceo-subferrugineo, segmentis 1°, 2° et 4*

*ante marginem posticum fasciola angusta albido-lutea, 5° fascia latiore in medio interrupta, ornatis.*

♀ *Caput nigrum, punctatum, postice argenteo-breviterque-villosum, antice longius sparsiusque: orbitis antice et postice late ferrugineis, dimidio infero verum prope clypeum luteis; clypei dimidio apicali, labro mandibulisque ferrugineis, ultimis apice fusco, extus ad basin macula ferrugineo-lutea munitis; antennis ferrugineis, apicem versus subtus sensim fuscescentibus, supra sensim nigricantibus. Thorax niger profunde subdenseque punctatus, albo-villosulus, fere omnino ferrugineus, nigro luteoque tamen variegatus: pronoti margine postico calloque humerali ferrugineis, illo tamen anguste transverseque flavescente; mesonoto ferrugineo margine antico nigro vittaque media nigra retrorsum ampliata longitudinaliter percurso; scutelli partibus tumidulis ferrugineis, p. depressis, nigris; postscutello luteo; metathorace ferrugineo ad basin nigro densius breviusque albo-villoso; mesopleuris macula longitudinali, irregulari, sordide lutea, ferrugineo-circumfusa, ornatis; tegulis fulvescenti-ferrugineis, margine dilutiori, punctatis, nitidis; alis fuscis nebula subhyalina in disco ornatis; venulis piceis; carpo lutescente; cellulis submediali et mediali in eodem puncto terminatis; pedibus ferrugineis, tarsis apicem versus fuscescentibus, calcaribus sordide albidis; tibiis II ferrugineo-piceis, coxis II antice lutescenti-ferrugineis; coxis III nigris extus lutescentibus; femoribus III subtus et postice fuscis, tibiis antice fuscis; unguiculis ferrugineo-piceis. Abdomen subferrugineo-piceum, dense subpunctatum, nitidulum, albido-hirtulum, segmentis 1° et 2° ante marginem fasciola angusta albido-lutea utrinque sensim ampliata atque antrorsum abeunte donatis; 1° praeterea dimidio basali rufescenti-maculato; 3° haud fasciato; 4° fasciola angusta in medio paulo interrupta parciusque ad latera sensim ampliata albido-lutea; 5° fascia latiori fortius interrupta albido-lutea ante marginem quoque ornato, hoc dense ad apicem et ultimo pilis dilute fuscescentibus vestitis; ventre ferrugineo-piceo, segmentis 2° ad marginem, 1°, 2° et 3° ad basin saturate ferrugineis, reliquis ad marginem parcius, 5° longitrorsum carinato, apice fusco-villoso.*

*Long. (capite haud extenso): 8½ mm.; alarum exp.: 16½ mm.; ala: 7 mm.; antenna: 3½ mm.*

Var. *b.*—*Abdominis segmento 3º ad marginem lateralem striola lutea; pronoti nodo vel callo luteo. Lg. : 9 mm.*

Esta especie fué descubierta en el *Baradero* (Provincia de Buenos Aires) por FÉLIX LYNCH ARRIBÁZAGA, en 1878. Su ejemplar, que me ha regalado, ha servido para la descripción. «Escarso».

Mas tarde, MANUEL OLIVEIRA CÉSAR halló otro ejemplar (Var. *b.*) en *Arrecifes*, distante unas 13 leguas al WSW. del punto anteriormente indicado.

## 2. *Nomada bonaërensis*, HOLMB., n. sp.

♂. *Fusco-niger, orbitis, mandibulis, pronoti margine scutello abdominis-que segmentis 1º et 2º dorsi fascia ante marginem, luteis; scapo, callo, tegulis pedibusque ad partim saturate ferrugineis.*

♂. *Caput punctatum, subnitidum, pilis brevissimis, albidis, conspersis, munitum; nigrum; orbitis antice vitta curvata, ad clypeum abeunte, lutea; clypei disco testaceo-maculato, ejusdem apice piceo, nitido; mandibulis piceis macula lutea ad basin extus ornatis, prope maculam alteram marginis oralis; pone oculi segmentum superum striola orbitali lutea; antennis piceis supra nigris, scapo antice flagelli que segmentis primis ferrugineis. Thorax dense punctatus, nigricanti-piceo, albido-breviterque supra dilute fuscescenti-villosulus; pronoti margine postico luteo, callo ferrugineo; scutelli partibus tumidis supra saturate ferrugineis; postscutello luteo; tegulis saturate ferrugineis; alis dimidio costali fusco, altero fere hyalino; venulis piceis, carpo testaceo-ferrugineo; cellulis submediali et mediali in eodem puncto terminatis; alis posticis limpidis dimidio antico dilutissime fuscescente; pedibus albido-villosulis: I sordide ferrugineis, coxis nigris; II magis infuscatis antice parcius; coxis nigris, antice ad apicem puncto ferrugineo; trochantere fere fusco; femore vitta postica ferruginea; III piceis, tibiis ad basin saturate ferrugineis, tarso dilutiori; calcaribus omnibus sordide albidis, unguiculis piceis; scopulis sordide albidis, vel dilute auratis, sericeo-micantibus. Abdomen fusco-nigrum vel piceum, dense minuteque punctatum, supra dilute breveque fuscescente, subtus albido-sericeo-villosum, segmen-*

*tis omnibus margine parce dilutioribus, 1° et 2° dorsi paulo ante marginem cingulo luteo (vel fascia) ornatis, in 1° tamen, latera versus, cingulo sensim antrorsumque ampliato atque in segmenti carina laterali abrupte abbreviato.*

*Long. (cap. haud ext.): 8  $\frac{1}{2}$  mm.; alar. exp.: 15 mm.; ala: 6  $\frac{1}{2}$ ; antena: 3  $\frac{1}{4}$  mm.*

*Var. b. — Abdominis segmentis reliquis in medio angustissime subobsoleteque flavo-fasciatis.*

Descubrí esta especie en Diciembre de 1874 en los alrededores de Buenos Aires (Var. *b.*), y conservo el ejemplar que es un poco menor que otros de mi coleccion cazados en 1882 por MANUEL OLIVEIRA CÉSAR en *Arrecifes*.

Todos son machos; pero, como no sé hasta qué punto puede llegar la variabilidad en estas especies, no me he atrevido á formar casal con la anterior. Puede ser que mas tarde, con materiales más abundantes, sea posible ducidirse al respecto.

## n. g. 2. BRACHYNOMADA, HOLMB.

Deriv.: βραχύνος, corto; y *Nomada*.

*Caput rotundatum, postice obtuse carinatum, inter antenas parce elevatum, thorace fere æque latum, angustius tamen.*

*Ocelli in linea curvata dispositi (lateralium tangente antica alteri secante).*

*Antennae filiformes; capite extenso scutelli basin tantum attingentes; scapo segmentis reliquis crassiore, flagelli segm. 1° nodoso, 2° 3° vix vel non longiore.*

*Labrum latius quam longius, utrinque ad basin paulo latiore tumidulum, apice truncatum.*

*Clypeus antice truncatus, lateribus deflexus, fere planus atque breviter protrudens.*

*Mandibulae simplices, oculos attingentes.*

*Palpi maxillares 5-articulati, filiformes, dimidiam maxillam apice*

*haud attingentes, segmento basali reliquis crassiore, 2º reliquis longiore, ultimo graciliore, omnibus hac longitudinis ratione: 1º: 13; 2º: 34; 3º: 15; 4º: 17; 5º: 21.*

*Palpi labiales 4-articulati, segmento 1º secundo duplo longiore; 3º obconico, brevi, ad apicem obliquum 3<sup>i</sup> inserto, 4º oblongo, paulisper brevior et angustior.*

*Paraglossae brevissimæ, acutæ, ad apicem sensim angustatæ, longitudinem palporum segmenti 2<sup>i</sup> haud attingentes.*

*Lingua robusta, labio duplo, palpis labialibus fere tertio longior, apicem versus gradatim attenuata, imo apice obtuso parceque ampliata.*

*Thorax æque fere longus atque latus et altus, parce verum longior, postice declivi, breviter villosulus; scutellum gibosum; postscutellum brevissimum ab scutello quasi obtectum.*

*Alae anticae cellulis cubitalibus clausis 3: 1<sup>a</sup> reliquis conjunctim æquante rhomboidali; 2<sup>a</sup> ad radialem dimidio constricta, nervulum recurrentem primum in medio accipiente; 3<sup>a</sup> fere æquali nervulum rec. secundum in medio quoque ferente; c. radialis lanceolata, ante medium latior, ad apicem cum v. costali coalitum acutiuscula, parte e cubitalibus libera quam altera longiore; v. transverso-medialis recta; c. submedialis medialem superans. Alarum posticarum venulae cubitalis exsurgentiæ distantia longitudinem venulae transverso-analis triplo superans, lobulum basale ut in Doeringiella.*

*Pedes normales, breves, robusti, parce villosuli, calcaribus brenibus.*

*Abdomen breve lanceolatum, dimidio longius quam latius, thorace æque latius; segmentis 2º ad apicem et 3º ad basin partibus reliquis latioribus, 1º supra ad basin depressiusculo et longitrossum canaliculato; segmentis appresse breviterque marginatis; epipygium ♂ duplo longius quam latius, ad apicem rotundatum.*

*Facies Epeoli et Nomadæ (N. Fabriciella ♀).*

*Mores: mihi ignoti, nam fæminam singulam quondam in solo prope nidos speciei cujusdam gen. « Sphecodes » reperi.*

*(Continuará).*

## LA NOCHE CLÁSICA DE WALPURGIS.

---

### AL LECTOR!

El trabajo que hoy publico fué leído en la Conferencia celebrada por la « Sociedad Científica Argentina » en la noche del 28 de Julio de 1885, con motivo del aniversario de su fundacion.

Todo lo que ahora se estampa ha sido presentado al auditorio; pero muchos de los que componian éste se sorprenderán al reconocer aquí la falta de numerosos fragmentos que he suprimido del manuscrito ó que no escribí despues de improvisarlos — y, para consuelo de las letras y de la oratoria, muy bien suprimidos.

Confieso que el tema se cierce sobre mi espíritu entusiasmado como la sombra inmortal de HOMERO sobre las generaciones de nombres debiles en los mármoles de Clío; pero tambien abrigo la esperanza de que más de un lector encontrará, en las páginas siguientes, la expresion más pura, la más sincera prenda de respeto por el coloso cuya obra se ha rozado al pasar, como besan las aguas del Nilo, en sus desbordes, los flancos de las mesetas en que las Pirámides apoyan su planta inmóvil, tranquila y secular.

Todos tenemos nuestras predilecciones íntimas en el caudal mas ó menos crecido de lecturas que el tiempo avaro concedió á la razon ó al entusiasmo; todos sabemos por qué causa constituimos la gerarquía de las glorias en el fondo bullidor en que la memoria guarda las imágenes inmortales del pasado, y nuestras suscepti-

bilidades formadas por la trama congénita en que la educacion dispone las flores de la vida, vibran ó se aletargan á medida que la fantasía destella ó se apaga.

Las delicias de ese mundo interior ¿ con qué se compran ?

Adormecerse por un instante para la vida real con todas sus miserias; sustraerse voluntariamente á todo lo que no sea la contemplacion del conjunto y penetrar sin vacilaciones en aquel ámbito de sombras... hé ahí el precio !

Lo externo reacciona sobre nuestros sentidos y prepara la unidad mental; y de las sensaciones de todos los momentos surge poco á poco la aptitud que nos habilita para ser afectados de diversa manera, segun las condiciones de tonalidad en que se encuentre el cerebro. Pero hay un momento de perfecto equilibrio de las facultades en el que todas parecen apaciguarse. Una dulce calma reina entre ellas; un suave reposo las domina; y el pensamiento se expande en perfecta armonía, con la blandura de un coro místico.

Tal es la impresion que causa la lectura de los poetas clásicos, y en particular HOMERO.

Todas las bellezas de la *Iliada* ajenas á los combates no bastan para ocultar las fúrias de la matanza que ensangrienta el poëma y sin embargo, hay tanta majestad en el estro, que el espíritu se siente subyugado por los cantos y remonta en un éter luminoso, como llevado por alas impalpables.

No sé que exista algo, en cuanto pueda impresionarnos, que calme más el pensamiento que aquella lectura. La idea de un bálsamo es demasiado plástica como término de comparacion. Pero creo poder comunicar al lector semejante estado de ánimo, engastando, en mi ruda aleacion, una joya arrancada al brillante tesoro de Madame de STAEL.

« La versification de Werner est pleine des admirables secrets de l'harmonie, « et l'on ne saurait donner en français l'idée de son talent à cet égard. Je me « souviens, entre autres, dans une de ses tragédies tirées de l'histoire de Pologne, « de l'effet merveilleux d'un chœur de jeunes ombres qui apparaissent dans les « airs : *le poëte sait changer l'allemand en une langue molle et douce* que ces « ombres fatiguées et desintéressées articulent avec des sons à demi formés; tous « les mots qu'elles prononcent, toutes les rimes des vers, sont, pour ainsi dire, « vaporeux. Le sens aussi des paroles est admirablement adapté à la situation; « *elles peignent si bien un froid repos, un terne regard; on y entend le reten-*

« *tissement lointain de la vie; et le pâle reflet des impressions effacées jette sur toute la nature comme un voile de nuages.* » (1)

No podía escapar á GOETHE la característica de la poesía de HOMERO, que alcanzó á delinear con mano maestra en uno de los periodos mas brillantes de su génio.

Fué durante su viaje á Italia.

De regreso de Sicilia, y ya en Nápoles, escribe á HERDER :

« En cuanto á Homero, le veo ahora con otros ojos; sus descripciones, sus comparaciones son de una verdad imponente, y los acontecimientos más extraños, los más fabulosos, tienen algo de natural que hace considerarlos reales. Permíteme comunicarte mi pensamiento en pocas palabras: *Los antiguos representan la existencia, mientras que nosotros representamos sus efectos; pintan ellos lo terrible, nosotros pintamos terriblemente; ellos describen lo agradable, nosotros agradablemente, etc.* Y hé ahí por qué caemos con tanta frecuencia en la exajeración, en el amaneramiento, en lo pretencioso, en lo ampuloso, porque cuando sólo se trabaja buscando el efecto, se cree no poderlo producir jamás de un modo bastante sensible » (2).

¡ Cuántas veces he comparado las escenas patéticas de los autores modernos con el reconocimiento de Telémaco y de Ulises en el canto XVI de la *Odisea*, por ejemplo, y cuántas veces también he sentido la profunda verdad y la justa apreciación de GOETHE al imponer el sello de su génio á la más elocuente de las críticas!

Sentir la naturaleza como la sentía el sabio poeta alemán; penetrar en lo íntimo de la forma y del pensamiento helénico; identificarse por una singular predisposición los elementos estéticos de una época ya tan lejana y traducir fielmente las vibraciones de su cerebro poderoso sin hacer traición á esa unidad singular de sus conceptos... hé ahí lo que, en parte, constituye la gloria imperecedera de GOETHE.

Estudiar esta brillante personalidad que vincula dos siglos y desata con una palabra las dos grandes formas del pensamiento literario, no es tarea de un instante.

El Barón de BURY le ha dedicado los mejores años de su vida, y sin embargo ¡ cuán lejos se está de conocer á GOETHE por la obra de aquel!

(1) DE STEAL, *De l'Allemagne*, chap. XXIV, ed. Garnier frères (1885?) p. 317.

(2) *Memoires de Goethe*; trad. fr. de la Baronne A. DE CARLOWITZ, ed. Charpentier, 1872, p. 177 (18 mai 1787).

Talento múltiple, no se sabe cuál es la más rutilante de sus facetas y sólo se puede conceder que hay en él suficiente brillo para despertar el entusiasmo en los que procuran conocerle siquiera sea de lejos.

*German y Dorotea* respira un perfume suave y realiza el poema épico, en lo moderno, con los materiales del idilio de todos los tiempos; *Ifigenia*, sin la forma, transporta el pensamiento á un tiempo y á un medio en los que el oído se siente deleitar con las sonoridades del idioma de HOMERO, y en los que la pálida imagen de Orestes se levanta viva á través del humo del sacrificio. Esa impresion singular que el Ciego de Chios deja en el ánimo, GOETHE la encarna, y cual un Fénix inesperado renace griego en las brumas del Norte y devuelve al mediodía, donde bebió la inspiracion y absorbió el calor de su extraña metempsicosis, entregando á la admiracion de los que le siguieran todas las bellezas del *Segundo Fausto*.

GERARD DE NERVAL, que poseía bien el idioma alemán, consideró adornos teatrales los coros celestes que complementan ó dan cuerpo á la estética casi mística del final del poema, y no los tradujo. « *Das ewig weiblich* », últimas palabras de la obra, son toda una síntesis poética y fisiológica, y si es verdad que arrojan un velo misterioso sobre aquella, no lo es menos que el traductor francés nombrado no ha sido aquí fiel en su tarea. Y lo cito porque es el que más circula.

BURY, que le ha dedicado mas tiempo y atencion, ha elevado un monumento digno de la gloria de GOETHE; pero el génio de su idioma es demasiado distinto del del alemán para que no se reconozca al punto cuánto cambian los elementos poéticos al expresarse con otras voces, otras entonaciones, y otro espíritu.

De todos modos, nada hay en castellano que nos dé una idea del *Segundo Fausto*, y, por lo mismo, BURY puede guiarnos hábilmente, como que el suyo es natural eslabon entre ambas lenguas.

En cuanto á los Alemanes mismos, han escrito más sobre el *Fausto* que los Españoles sobre el *Quijote*, y es singular cuánto discrepan los juicios. Leyendo la obra de HEINRICH DUENTZER, *Goethes Faust* (1), he hallado motivos, en más de una ocasion,

(1) Leipzig, ed. Wartig, 1879.

para pensar si era sobre una misma obra que los autores, por él citados, emitian sus opiniones.

Por lo que respecta al idioma, me parece difícil colocarse en un terreno tan imparcial que no se me acuse de parcialidad por el que usó GOETHE. Ya están algo retirados los motivos congénitos que podrían arrastrarme á un entusiasmo ciego por el del original del *Fausto*. Lo muy escaso que de él poseo ha sido una conquista puramente racional; pero me será permitido, sin dejar de reconocer la magnificencia de nuestro castellano, cuando lo usan el poeta QUINTANA, DONOSO CORTÉS, JOAQUIN M. LOPEZ, CERVANTES, y tantos otros esclarecidos ingenios, que eso no basta para cerrar el entendimiento y el corazon á las bellezas del aleman. No es un idioma pretencioso como el nuestro, pero es infinitamente más rico en su plasticidad y en su intencion, y á veces adquiere tales modulaciones que invita al canto. Un ejemplo:

*Ariel*: Wenn der Blüten Frühlingsregen  
 Ueber alle schwebend sinkt,  
 Wenn der Felder grüner Segen  
 Allen Erdgebornen blinkt:  
 Kleiner Elfen Geistergrösse  
 Eilet, wo sie helfen kann;  
 Ob er heilig, ob er böse,  
 Jammert sie der Unglücksman.

(*Faust* II, Act I.)

Cierto dia en que conversaba con un distinguido español dejó escapar éste una carcajada porque, emitiendo una opinion, como cualesquiera otras, dije que el inglés de MOORE me parecía tan dulce á veces como el italiano, y que, en más de un caso, había recibido impresiones de eufonía que sólo recordaba de la lectura del PETRARCA. Una carcajada puede representar una opinion, y no me sorprendería que las estrofas de Ariel fuesen saludadas de igual manera.

No hay uno que no arguya con la opinion de CÁRLOS V; pero, ni el aleman de CÁRLOS V era el de GOETHE ó el de WERNER, ni las bellezas de un idioma se pueden juzgar cuando una laringe ruda lo emplea sólo para comunicarse con su caballo; ni era sorprendente que el glorioso Emperador tuviera tan mala opinion de él, cuando lo hacía familiar en tan extraña Academia.

\*  
\* \*

El siguiente trabajo es un boceto más que un ensayo concluido; pero temo alejarme demasiado de otras tareas de mayor urgencia si retardo su publicacion, porque entónces me veré obligado (bastante lo comprendo!) á profundizar el tema, á proceder con toda la severidad tudasca en la investigacion bibliográfica y á presentar al lector una obra quizá más séria, pero, seguramente, nó tan espontánea como la encuentro ahora.

Que no se vea en él otra cosa que un rasgo de mi entusiasmo por el sábio poeta aleman.

Si al llegar á la última línea piensa el lector que ha perdido su tiempo, él y yo sabremos que mi afliccion sólo podrá compararse con el esfuerzo que he hecho para no causarle pena.

Buenos Aires, Setiembre de 1866.

E. L. H.

## CLASSISCHE WALPURGIS-NACHT.

*Der Mensch ist ungleich, ungleich  
sind die Stunden.*

(*Faust* II, Act I. — Die Parzen).

### I.

Señores!

Cuando una teoría general está bien formulada, todos los hechos nuevos correlativos se encuadran en ella como si hubieran sido tomados en consideración para elaborarla, de modo que su importancia se consolida y su verdad se manifiesta tanto más cuanto mayor es el número de comprobantes que recibe.

Los que están habituados á aceptar una, cualquiera que sea su objeto, para guiarse en no importa qué género de investigaciones, no rechazan por cierto la idea de que pueda no comprobarse siempre y que otra mas perfecta y completa la sustituya.

Entretanto, mientras no surjan las discrepancias, mientras los hechos anormales ó aberrantes no se presenten, la teoría será aceptada y seguida, y debe serlo, porque el espíritu humano, en su poder sintético, inherente á las mismas armonías cerebrales que se desenvuelven de una manera fatal, y obedeciendo al juego natural de sus componentes, — se halla imposibilitado para desligar, ni siquiera por un esfuerzo de la abstracción, los fenómenos análogos.

Si en presencia de una série de hechos de la categoría señalada brota en el entendimiento el lazo que los une; si la opinión, con todos sus fulgores, ilumina el cuadro; si esa opinión se comprueba en la série de nuevas adquisiciones ¿por qué no aceptarla? ¿Debe-

mos aferrarnos á una anterior que no satisface los anhelos de la razon? Las nuevas opiniones no son otra cosa que el efecto de las nuevas perspectivas de la inteligencia; porque ésta, sujeta siempre á la renovacion del cosmorama que le ofrece sus múltiples cambiantes, dominada por el mundo externo que la modela y enriquece, sensible, dócil á los elementos que la generan, no puede fijarse en un punto inmóvil, mientras haya plasticidad en el órgano maravilloso que la contiene.

Conocer que una opinion es falsa, que todo la destruye, que nada la comprueba, cuando existen otras más perfectas é inconmovibles, y aceptarla, sin embargo, como guia de conducta mental, es arrancar al entendimiento propio su única dignidad, su único tesoro: la personalidad; porque si hay algo que caracteriza esencialmente un espíritu bien constituido, es precisamente esa aptitud para variar de objetivo sin alterar en lo mínimo la intensidad de su funcion.

Pueden los lábios mentir; puede el rostro hábil para enmascarse ocultar á excelentes observadores el pensamiento que no expresaron los palabras; pero la mentira subjetiva es imposible.

El libre exámen, la muerte del *magister dixit*, son conquistas del sentimiento de personalidad, y nunca somos tan libres, nunca nos sentimos tan dignos á nuestros propios ojos como cuando nuestros actos responden á nuestra conciencia, ó se desenvuelven bajo su imperio.

Así, señores, hemos llegado á esta época de gloriosa libertad mental en la que todas las cuestiones son sometidas al crisol de la crítica, para que el fuego consuma lo que haya de perecedero en ellas, y sólo se conserve la materia fija, como evapora el químico el agua de la tierra, ó la materia orgánica, para examinar solamente las proporciones de mineral que han de servir de matriz á la semilla del arroz ó del trigo.

## II.

Al presentaros hoy este trabajo, me he dejado guiar, como siempre, por tales ideas, y si os parece que la magnitud de la empresa escapa por completo á los alcances de una inteligencia vulgar como la mia, os suplico escuchéis un breve instante y entónces me

ayudareis á pensar que no es menester llevar un gran nombre, ni ser un gran crítico, para realizar un pensamiento de GOETHE :

« Pienso que, hasta este momento, una buena inteligencia » — dijo el eminente poeta sábio — « y un sentido recto y penetrante tendrán bastante que hacer para darse cuenta de todo lo que hay de secreto en el Fausto. »

No me hubiera atrevido, ciertamente, á llamar vuestra atencion por un instante sobre un tema al parecer inaccesible, y en el que han escollado brillantes críticos, si no estuviera persuadido de las verdades elementales que he consignado al comenzar, porque la *Noche clásica de Walpurgis* no es, á mi juicio, una de tantas « fantasias encantadoras » uno de tantos « juegos de la imaginacion » como se ha dicho, sinó un simbolismo fácil y penetrable, como lo son todos los arcanos cuya interpretacion poseemos — y no me hubiera atrevido, porque habría pensado que todo se perdería al señalar una série de pasajes aislados que no se adaptaran á la opinion; pero una vez que ésta se hubo iniciado, apénas surgió el rayo de luz que coloraba el hondo misterio del libro genial, aquellos pasajes que debieran oponerse, si no fuera exacta, parecian como evocados expresamente para agruparse en torno de su centro natural.

El tema que motiva esta lectura es, á no dudarlo, uno de los más interesantes que pueden ofrecerse á un conjunto de personas ilustradas, sea cual fuere la competencia del orador que va á procurar desarrollarlo valiéndose de no importa qué lenguaje ó recursos literarios, — sea cual fuere tambien la cantidad de malicia ó de benevolencia con que se vá á escuchar la palabra que contribuye á aquel desarrollo.

Y estoy persuadido de ello, porque pienso que en cualquier parte del mundo en que se pronuncie el nombre de GOETHE, cualquiera que sea el caudal de instruccion superior de los que tal nombre escuchen, se hará manifiesto el respetuoso entusiasmo que sólo saben despertar las glorias indiscutibles y con mayor razon en nuestro país, donde se puede tener una idea expresada en hipérbolos mas ó menos ámplias respecto de glorias efímeras, pero donde siempre, tambien, se ha tributado un verdadero culto al poder del génio, esa colosal entidad indefinible, que, como todas las cosas superiores, se impone al corazon y al entendimiento agigantándose en proporcion al esfuerzo que se hace para comprenderla, é indefiniéndose á medida que se créé alcanzar mas profundamente su significado.

Pero temo ir mas allá de los límites que he señalado á mi tarea, y de los que puede ofrecerme vuestra benevolencia, y por ésto me será permitido entrar de lleno en el desenvolvimiento de aquella, no sin recordar algunos datos explicativos de mi empeño, y que, si bien de poca, de ninguna importancia con relacion al immortal poema, la tienen con lo que podriamos llamar lo que aquí pensamos ó sabemos del *Fausto*.

De todos modos, me anticipo la satisfaccion de que mi trabajo será de vuestro agrado, aunque sólo sea por la magnitud y magnificencia del tema y porque vuestra mayor atencion significará para mí que no pensais como esa turba impía de mediocridades petulantes y vanas que entienden que la dedicacion á la especialidad cierra el corazon á los mas nobles afectos de patria y familia y la inteligencia á la contemplacion de todas las bellezas de la ciencia y del arte, ora nos arrebate ésta con el ritmo soberbio de una estrofa, ora nos dulcifique un instante la vida con la riqueza del color, ora nos ofrezca un rayo de esperanza palpitando en la nota.

Pero vuestra expectativa sería vana si pensarais que todos los problemas que aquel tema os ha ofrecido van á quedar resueltos despues que haya terminado esta lectura, y que la del *Fausto* será, de hoy en adelante, tan simple como la de un cuento de hadas; — nó — no voy á llamar vuestra atencion, por un instante, sinó sobre un fragmento: «*La Noche clásica de Walpurgis*» y nó sobre toda ella, sinó sobre una parte.

### III.

Ante todo, señores, deseo que se tenga presente que no escribo para los críticos superiores, y que, al abordar este punto, he pretendido, más bien, hacer algo familiar, algo así como para nosotros, sin preocuparme de las exigencias magistrales respecto de la crítica, de modo que, sin esfuerzo, sin violencia, sin citar textos, podamos llegar á un resultado.

Por otra parte, aquí conocemos la obra de diversas fuentes :

El *Fausto* de ANASTASIO EL POLLO.

El *Fausto* de GOUNOD.

El *Petit Faust*.

El *Fausto* de GOETHE traducido al Castellano por LLORENTE.

El *Mefistófeles* de BOITO.

El *Fausto* de GOUNOD es el *Primer Fausto* de GOETHE; el de ANASTASIO EL POLLO no es más que la narracion que un gaucho hace á otro de los que ha visto en el teatro, al ver el *Fausto* de GOUNOD. El *Petit Faust* es una caricatura infame, pero muy divertida. La traduccion de LLORENTE es muy apreciable, pero no pasa del *Primer Fausto*. En cuanto al *Mefistófeles* de BOITO, poco puedo decir con imparcialidad. Todavía resuenan en mi oido sus acordes dóricos; evoco por su reciente estímulo rítmico la imágen de Helena y procuro individualizar siquiera las melodias del gran poema musical. Pero hago un esfuerzo para olvidarlo ahora.

Nada de ésto es lo que va á ocuparnos por un momento.

#### IV.

Y tambien, ántes de comenzar, quiero presentaros algunos datos personales, que repetiré, sólo porque pienso que, en mas de un caso, podreis aplicarlos — ya que, por regla general, se lee antes el libro que su crítica séria y, más aún, antes que eso, se oye manifestar una que otra opinion respecto de él, opiniones que muy frecuentemente preceden á todo conocimiento formal del hecho, lo que les dá un carácter absolutamente sentimental, esa peor guia de cualquier investigacion concienzuda.

Hace algunos años, un poeta argentino, de fina inspiracion y agudo ingenio, hacía popular entre nosotros el *Fausto* de GOETHE, comenzando su trova con décimas chispeantes :

En un overo rosao  
Flete nuevo y parejito....

Y su libro, presentado al público bajo tres firmas que estimamos altamente, JUAN CARLOS GOMEZ, CARLOS GUIDO y RICARDO GUTIERREZ, adquirió bien pronto la circulacion que sólo corresponde á esas obras que, por algun motivo, hieren vivamente la curiosidad del público.

Uno de los padrinos del libro dirijía estas palabras al autor: — « Podrá Vd. decir á un aleman: he leído el *Fausto* — y el aleman mirándole con sonrisa compasiva, dirá: está bien, pero Vd. no lo ha entendido! »

En mi candor, entónces infantil, pensé que el alemán era un patrimonio exclusivo de los alemanes.

Y con esa buena fé de Mateo el de La Novia del Hereje, y de los Inquisidores, que acusaban respectivamente de *bozales* á los Ingleses y de *herejes*, porque hablaban, para tímpanos españoles, un idioma que nadie entendía, « del diablo », decían, se me ocurrió que nó se entendía porque estaba escrito en alemán. Y como tenía una idea bien clara respecto de cierto derecho á aquel patrimonio, y como no me faltaban motivos mas ó menos fundados para estimar el nombre de GOETHE, resolví estudiar el alemán para leer el *Fausto*, y quién sabe si con algun otro objeto tambien. De ésto hace más de diez años, seguramente, y más de quince tambien.

A medida que avanzaba, nuevos horizontes se ofrecían á mi entendimiento y poco á poco llegué á comprender que no era el idioma lo que hacía del *Fausto* un libro ininteligible y hoy, casi á punto de exclamar con DANTE :

Nel mezzo del camin di nostra vita...

se me ocurre pensar otra vez, pero no ya con candor infantil: ¿entienden los alemanes el alemán? ¿Y cómo no? ¿Y entienden el *Fausto* todos los que entienden el alemán?

Hace unos diez años, un gentil escritor Argentino anunciaba la publicacion de un librejo sin importancia y sin intencion, vituperando al autor cierta nebulosidad propia de los escritores alemanes y decía, entre otras cosas muy finamente buriladas, estas palabras, refiriéndose, entre otros, al *Fausto* de GOETHE: — « Se lee con delicia el diálogo de Margarita y se pasa como por sobre áscuas en la *Noche clásica de Walpurgis* ».

« ¡Oh! » exclamé, « ha leído el *Fausto*! » Pero entónces yo pensaba que era necesario saber el alemán.

Sus palabras, sin embargo, me causaron una viva impresion. *Noche clásica de Walpurgis!* No sabía lo que era, y he pasado diez años sin saberlo.

## V.

Noche de Navidad! Noche de San Silvestre! Noche de Walpurgis! He asistido más de una vez á esa fiesta simpática que los ale-

manes celebran en la noche de la Cristiandad, que cantan los poetas del Norte pulsando las cuerdas de sus mejores liras, y cuyos misterios celebrados por DICKENS le harían inmortal, aunque pereciera *Pickwick* el *Quijote* inglés. Dicen algunos que es un pretexto para regalar juguetes á los niños, y un motivo mas ó menos plausible para que los grandes beban *Liebfrauenmilch*, cierto vino del Rhin cuyo nombre no puede traducirse con propiedad á ningun idioma.

Y cuando observaba las caras gozosas de los alemanes; cuando este levantaba su copa y brindaba sonriendo por la amistad no desmentida, y aquel llamaba á un angelito rubio para mezclar, con su tierna sangre purísima, la sangre de las viñas de Wodan; cuando en traje de Walkyrie una figurita coronada de rizos dialogaba con su muñeca ofreciéndole no sé qué paraísos, y humediciéndole con vino los lábios de porcelana; y cuando el viejo amigo, trémulo ya por los años, se sentía renacer á la vida en presencia del cuadro de la familia, — parecíame que la metempsicosis no era un sueño. Y al volver á mi casa convertido en un optimista casi tan perfecto como Pangloss, pensando en existencias anteriores, cavilando con antepasados rubios de ojos azules que cortaban los cedros de sus montañas para regalar á sus niños los tesoros pupéicos de Nürenberg; — cuando desfilaban, evocados por la fantasía, Freya y Thor, Cristo y las aghjas del templo medieval, y solicitaba del sueño un bálsamo á las emociones despertadas por el panorama, sentía golpes estrepitosos y repetidos en la puerta de calle, determinados por buenos cuerpos de buenas almas que pasaban deséandome buenas noches — y me dormía diciendo: « Se acabó La Noche de Navidad.... empieza La Noche Buena! »

No conozco los misterios de la Noche de San Silvestre.

Sabía solamente que en tal noche perdió su reflejo un personaje de HOFFMANN — y hubiera pensado siempre que en esa noche se pierde el reflejo, si no hubiese sabido que los alemanes se despiden del año celebrando fiestas domésticas, sin cedro con muñecas. Pero, hace cuatro años, un aleman me refirió, en una noche de San Silvestre, los argumentos de las óperas de WAGNER y desde entónces adquirí uno de los muchos reflejos que me faltan, porque me preparé á escuchar, cuando pudiera, las gloriosas armonías del *Lohengrin*, como había escuchado los acordes soberanos del *Tanhäusser*. No sé más de San Silvestre, sinó que se celebra el 31 de Diciembre. Ignoro por completo si se le

saluda con cedulillas de novios ó de compadres; pero se me asegura que en tal noche se le ocurrió á un alemán un pensamiento soberbio: « Cuando bebo un vaso de cerveza me siento otro hombre; ¿por qué ese otro hombre no ha de tomar otro vaso de cerveza? »

En esta trinidad nocturna se destaca con colores sombríos *La Noche de Walpurgis*. En 1837 el Gobierno de Hanover dió un decreto prohibiendo las manifestaciones hostiles contra las brujas y los diablos en las montañas del Harz — porque los paisanos, persuadidos de que en esa noche, que es la de Santa Walpurgis (1° á 2 de Mayo — que vivió allá por el siglo IX) los diablos y las brujas salían de los antros tenebrosos de las montañas y celebraban el Sabbah (que es como si dijéramos una feria de brujas) encendían antorchas y quemaban paja para ahuyentarlos. Esto producía un verdadero escándalo, como aquí, entre nosotros, los golpes de llamador en Noche Buena, costumbre que desaparecerá á medida que nos vayamos convenciendo de que vale tanto como entre los Indios patagónicos el lanceamiento del Hualichu — reliquias todas de un fanatismo absolutamente primitivo.

Pero ésta no es la noche *clásica* de Walpurgis, de la cual voy á ocuparme luego.

## VI.

En una palabra y sintetizando lo que precede, comprendí que no era el idioma alemán lo que se necesitaba, sinó el conocimiento de GOETHE mismo, de sus preocupaciones, de los grandes problemas de su época, para lo cual no bastaba una instrucción general, sinó una preparación especial en ciertos ramos, y, no siendo alemán, un poco de barniz siquiera del espíritu alemán, del *Deutsche Geist*, como le llaman ellos en su hermoso idioma.

Creeréis, probablemente, que al hacer esta afirmación pretendo haber alcanzado esas condiciones. Sería mucha insolencia de mi parte y os suplico, como nunca, que no prejuzguéis. Un conjunto de circunstancias, una casualidad, me ha ofrecido la llave de un secreto de GOETHE. Si lo he interpretado bien, atribuidlo á esa casualidad — la vida es corta, pero aquel no es

el único problema interesante que se presenta. No he hecho estudios profundos sobre la materia, y, al confesarlo, declaro, cuando menos, que soy sincero. Otro más hábil para captarse vuestras simpatías, hubiera estudiado menos y os habría dicho que había llegado á ese resultado despues de largas y penosas investigaciones. Vosotros y yo le hubieramos tratado de farsante, pero vosotros y yo no somos sinó una parte mínima de esa inmensa totalidad que compra el elíxir de Dulcamara.

Hace tres años, con motivo de la velada literaria en honor de DARWIN, tuve que ocuparme de GOETHE un poco más seriamente que lo que puede hacerlo un individuo que no es crítico, ni biógrafo. Pero ese estudio es, en parte, la fuente de éste.

Siendo GOETHE uno de los precursores de DARWIN, se me ocurrió que algo debería saber de las células, y que los trabajos de OKEN, de TREVIRANUS, y tambien la Teoría celular de SCHLEIDEN y SCHWAN tendrian en él una de las muchas fuentes necesarias, ya que MALPIGHI y otros, mucho ántes, las habian estudiado.

Pero, para ver las células, es necesario el microscopio. ¿Lo había usado GOETHE? No tenia tiempo para leer todos sus trabajos, que son muchos, pero tenía casualmente á mano uno de ellos, publicado en 1790, y titulado *Verzuch die Metamorphose der Pflanzen zu erklären*. Con paciencia, encontré un pasaje que puede traducirse así (p. 72): « Si tomamos para nuestra ayuda el microscopio, podemos ver mayor número de nervaduras » etc. Pero parece que GOETHE, hasta entónces, no había visto las células, lo que indicaría el uso de un microscopio simple de muy poca fuerza, y, si las vió, no les atribuyó importancia. Es conveniente no olvidar este detalle.

Que estas cuestiones científicas interesaron siempre á GOETHE, sus biógrafos nos lo dicen, si acaso no lo conocemos ya al estudiar sus obras.

Es muy popular su diálogo con SOREL á propósito de la revolucion de 1830 y en el que su interlocutor alude á la política y GOETHE á la de GEOFFROY-SAINT-HILAIRE y JORGE CUVIER en la Academia Francesa.

Un poco de barniz en materia de anatomía nos recuerda siempre, al estudiar el cráneo, que fué GOETHE quien descubrió su derivacion de las vértebras, así como lo que se refiere al hueso intermaxilar del hombre.

No hay duda alguna de que más tarde hizo uso de mejores

microscopios de poder, pero era más tarde, era ya tarde. En 1802 y 1809 OKEN formulaba de una manera categórica la transformación de los organismos, procediendo todos de ciertas vesículas, las cuales, á su vez, no eran otra cosa que derivados de una materia colóide (el *protoplasma* en nuestros días), la cual se había formado en el mar á expensas de la materia inorgánica. Esto es, la generacion espontánea de la materia orgánica, su modelacion, su complicacion ulterior y, por fin, su evolucion completa hasta llegar al hombre. Si OKEN hubiera creado los nombres de Moneras, Amibos, Mórulas, Gástrulas etc., mi honorable auditorio pensaría bien, si pensara en ello, que ciertas discusiones científicas serían imposibles hoy.

Llamará la atencion que tanto me preocupe este punto, y que sea precisamente al nombrar á OKEN. Pero, si es preferible el de TREVIRANUS, me es completamente lo mismo. Sólo deseo consignar que no fué GOETHE quien descubrió el protoplasma, ó, para ser más exacto dentro de la verdad histórica, quien concibió esa materia colóide, convertida luego en vesículas y mas tarde en organismos superiores.

## VII.

No había cumplido GOETHE 40 años cuando hizo su viaje á Italia. Cierta mañana huyó de Weimar sin anunciarlo á sus amigos ni á su Gran Duque.

El *Fausto*, el primero, el que termina con la prision y muerte de Margarita, ese *Fausto*, digo, no estaba publicado, pero estaba algo más que bocetado, porque GOETHE mismo era en parte el protagonista de su obra, y convertir en estrofas cada beso y cada lágrima de su candorosa *Federica* no era una gran tarea para aquel estudiante de Estrasburgo, vivo, movable, elegante y genial, que dedicaba al amor, al romanticismo y al clasicismo, tanto ingenio como esfuerzo para sus estudios sérios de Anatomía, Botánica, Derecho, Dibujo, y aún Teología, Alquimia y Astrología.

¿Qué busca esa cabeza en tan extraño conjunto? ¿qué persigue? ¿qué rastro vá siguiendo en el dédalo de sus investigaciones, sin eslabon que las una, sin unidad que las contenga, sin causa aparente que las motive?

¿No hay nada de esto en su libro?

No quisiera considerar en GOETHE al literato que modela sus pensamientos en estrofas de distinto metro, y que prefiere este para el diálogo del Eterno con Mefistófeles en la apuesta celebrada entre coros de ángeles y arcángeles, ó aquel para los lamentos de Margarita ó las horripilantes visiones del Sabbah en las quebradas sombrías del Harz, en la *Primera Noche de Walpurgis*; — quisiera ver en él solamente al jóven estudioso que va á buscar el mamotreto empolvado de los viejos archivos y arranca de éstos la leyenda medieval (1) que ha de servir de fundamento á su libro, de inmenso canavás en el que va á tejer con estrellas y con las flores más puras del pensamiento aleman ese cuadro estupendo en el que se destaca la figura cándida, sonriente y deliciosa de Margarita, ideal puramente plástico del glorioso jóven que acaba de matar á *Werther* de una plumada, preparándose para ir más allá de la vislumbre de la segunda, de la clásica Noche de Walpurgis.

He leído el diálogo de Margarita y lo he hallado deliciosamente cándido y como GOETHE, quiero decir, como *Fausto* era entónces un jóven que ya había sido viejo, muestra no haber adquirido aún ideas algo avanzadas respecto de Dios y de la Religion, el seductor filósofo aparece como un ateo en potencia y un creyente virtual, todo en versos muy lindos.... y nada más.

### VIII.

Precedido por la fama de autor del *Werther*, GOETHE llega á Italia donde su corazon y su pensamiento van á abrirse á nuevos horizontes, y donde muchos labios de granada van á dejar escapar para él, en sonrisas incendiarias, los fulgores que esconden, y grandes, hermosos ojos negros, van á envolverle con los calores y voluptuosidades de un amor que no estaba en sus libros empolvados de los archivos.

(1) En 1570 fué publicada por WIDMANN. Ha sido incluida bajo el título de *Légende de Fauste par WIDMANN, traduite en français, au seizième siècle, par PALMA CAYET*, en un tomo publicado por GÉRARD DE NERVAL en 1843 (ed. Charles Gosselin) y titulado *Faust de GOETHE suivi du Second Faust*, más una série de traducciones reunidas bajo el título de *Notice sur les poètes Allemands*.

El aire de la Italia, el cielo, los efectos mágicos de una luz que jamás había soñado entre las brumas del Norte; el brillo de los colores, la alegría, las canciones de los hijos de aquella tierra de fuego, el tipo de la belleza clásica conservado en la Lombardía que atraviesa al dirigirse á Roma, el suelo, los frutos, el vigor de la vida, la exhuberancia de las formas, la plasticidad de los cuerpos, el ardor y pasión en los actos, las estatuas antiguas, los cuadros, los teatros, los versos, la música, el idioma, el traje, las fiestas... todo, todo era distinto en la Alemania del Norte.

Su mirada, entre tanto, dirigida por un cerebro enciclopédico, se detiene con igual interés en la linda morena que lleva el cántaro á la fuente, que en la fuente, en el agua, en el cántaro y hasta en la piedra de que la fuente está construida. Todo lo observa, todo lo escudriña, y sus cartas, reunidas y publicadas mas tarde, contienen sus impresiones de todos los momentos.

En Roma se dedica á estudiar la escultura; pero despues de algunos meses de infructuosa tarea, se convence de que él no cantará la hermosura griega « en estrofas de Paros » y que sus dedos, indóciles para modelar una Helena de arcilla, paseando los esteqes en la creta, obedecerán ciegamente al sentimiento de su Helena mental, que ya entónces boceta, cuando, en vez de una sustancia impura, use, para los contornos inmortales, hemistiquios y hexámetros sonoros.

De regreso de Sicilia y en carta á HERDER (18 Mayo de 1787) escribe: « Te comunico en confianza que estoy á punto de penetrar, por fin, el misterio del nacimiento y de la organizacion de las plantas; las observaciones eficaces sólo pueden llevarse á cabo bajo este hermoso cielo. Ya sé dónde se encuentra el gérmen y entreveo lo demás; pero sólo en su conjunto, porque algunos puntos me faltan. La planta primitiva será la cosa mas singular del mundo, y que la misma Naturaleza me envidiará. Con este modelo y su llave, se podrá inventar una infinidad de plantas nuevas que, si no existen, podrian existir, y que, léjos de ser el reflejo de una imaginacion artística ó poética, tendrán una existencia íntima, verdadera y áun necesaria; y esta ley creadora podrá aplicarse á todo cuanto tiene vida. »

## IX

Muy léjos de mí la idea de pretender penetrar, siquiera sea con la intencion, cual fué el pensamiento último de GOETHE relativo al *Fausto* en conjunto. Hábiles críticos parecen haberlo resuelto, cuando menos considerándolo bajo una faz puramente racional, que satisface las mayores exigencias del buen sentido. Y creo que no podemos pasar mas allá, porque una intencion suprema, velada por una forma que escapa á todo lo que la costumbre, las preocupaciones ó las reglas exigen del intercambio diario de ideas, debe tener su límite en la mas alta expresion de la actividad intelectual del hombre: la razon — y ésta, traducida por ese buen sentido que todos tenemos en el fondo, como expresion genuina de los hechos adquiridos en la accion incesante de nuestra presencia en el desarrollo de la vida universal y de nuestra susceptibilidad de ser impresionados por el mundo ambiente en funcion. Ese buen sentido que es una verdad innegable, se condensa, por decirlo así, en la conciencia de personalidad que nos lleva al sentimiento de evidencia y que no puede ultrapasar los límites de sus adquisiciones sucesivas, ora sean éstas simples ó inmediatas, ora dependan de permutaciones generadas por la imaginacion. Así, cualesquiera que sean aquellas aptitudes, siempre habrá una intencion generadora de nuestros actos, una causa simple que determine el desenvolvimiento ulterior de las expresiones; pero, por eso mismo, escapa á la interpretacion comun, dejándonos siempre las manifestaciones ó efectos palpables, cuya síntesis puede ser la verdadera causa probable, ó simplemente uno de los eslabones de las causas encadenadas, inaccesibles.

Se afirma que cuando GOETHE dió comienzo al *Fausto* era muy jóven. Pero, es posible, es humanamente posible suponer que un muchacho travieso y alegre, que pasa la mayor parte de su tiempo juvenil entregado á la noble tarea de divertirse, vaya á concebir, y más que á concebir, á interpretar la primera parte de un poema que debe abarcar la humanidad entera, y los mas árduos problemas que la han agitado en todos los tiempos, dando á esa estrofa la significacion de la vida diaria, y que ella reclame luego torneos intelectuales, en la nacion que más ha pensado, y que la lance á su siglo, el siglo mas brillante del espíritu humano, como una niebla densa é impenetrable?

Quisiera creer, en mi entusiasmo, que el cerebro en cuya malla delicada se diseñó la imágen vaporosa y ya clásica de Margarita, fué capaz, desde muy temprano, de servir de matriz inmediatamente generadora al concepto de la suprema belleza y del *ewig weiblich*, esa divinidad humana del sentimiento indomable.

Quisiera convecerme de que el *Fausto* salió de la mente de GOETHE de una sola pieza, como Minerva del cráneo de Júpiter. Mas no puedo.

Y en la lucha de aquel entusiasmo con el sentido íntimo, sólo encuentro la obra de un poeta inmortal, pero nó el estremecimiento soberano del génio.

En el *Primer Fausto*, el autor se muestra misántropo, instruido, sensible, delicado quizá hasta el paroxismo; pero todo ésto no alcanza á hacer de él una entidad que escape á la aptitud intelectual de cualquier cerebro juvenil medianamente preparado, de cualquier corazon que ha palpitado en la lucha de pasiones sombrías ó gentiles, ya sea contemplando el sangriento panorama de la Francia desesperada que corta la cabeza de sus reyes seculares, que entrega el filo de la guillotina á un médico maniático y levanta en su fetiquismo inconsciente un altar á la Diosa Razon, ya sea persiguiendo las lindas y risueñas costureritas de las orillas del Maine, ó engolfándose en los problemas incompletamente resueltos por el filósofo de Kœnigsberg, ó dejándose arrebatar por el soplo de los deleites idílicos de Weimar.

¿Qué hay de sobrenatural en las dudas de Fausto, en el concepto de la intervencion milagrosa de Mefistófeles, única intervencion que podía alterar el curso natural de los años que privan á la vejez desconsolada de los estremecimientos juveniles, que entrega en brazos del amor lo que al amor pertenece y á la horca y á los cuervos á la madre criminal que mata á su hijo?

No hay siquiera en Margarita una coquetería elevada y difícil, ni en Fausto seductor un lenguaje que vaya mas allá del que empleaba quizá GOETHE jóven, estudiante, para vencer el candor de sus víctimas del Maine; — no hay allí un soplo de la galantería española, ni de la gentileza de los Franceses ó Italianos.

Si todo el drama se desenvuelve en estrofas perfectas, si el pensamiento de un hombre superior engalana las escenas con el brillo de una fantasía rica en imágenes, todo ello puede contribuir, cuando más, á dar vitalidad á la obra, á arrancarla del abismo en que tantas se hündieron para siempre, mas nó para que pensemos que ella

se encuentre fuera de los límites que se exigen á un libro que ha de durar, aparte de que, como argumento, no era completamente original.

Y aún suponiendo que GOETHE hubiese ocultado un pensamiento profundo como alma del *Primer Fausto* ¿cúal pudo ser el objeto de tal misterio?

¿Quiso representar en Fausto viejo á la humanidad, como lo quiere una de las opiniones mas aceptadas? ¿Quiso condensar en él todas las dudas, todas las angustias, todas las zozobras del pensamiento humano?

Pero esto es inverosímil, ó aún no sabemos lo que es humanidad! Millares, millones de sus componentes vacilan desde la cuna hasta el sepulcro sin experimentar una sola vez la constricción abrumadora de una duda, ni en todos los corazones destila el pensamiento el gérmen de una angustia que sólo alcance su cielo en la esperanza.

¿Quiso el poeta limitarse á cierto grupo de inteligencias, á los pensadores de todos los tiempos, á los príncipes de la idea, que sólo vivieron para adornar la corona de la superioridad física y moral de la especie con la flor gentilísima de sus creaciones?

Pero entónces Margarita nada prueba — y sólo podríamos comprender el pensamiento de GOETHE trazando con Charney en el muro del calabozo: « ciencia, talento, belleza, gloria, fortuna... todo esto es impotente para dar en la tierra la felicidad... » y agregando con la mano de Picciola: « *sans l'amour!* ».

O, en todo caso, si siempre dominaron las zozobras, las angustias y las dudas ¿tuvieron la misma causa, el mismo objeto?

Así se arguye, señores, cuando sólo se conoce el *Primer Fausto*, el *Fausto* que termina con la muerte de Margarita, y en el que el protagonista aparece y se desenvuelve, durante el drama, dominado por el peso del hastío y del desencanto intelectual.

Así se procura satisfacer la curiosidad sobre el desenlace de una obra, cuando apenas se ha llegado á la mitad de la exposicion y así se abre opinion con lo incompleto de un libro fundado en las consecuencias de una apuesta entre Dios y Mefistófeles.

¿Quién la ganó?

Para la Omnipotencia en concepto el problema no queda resuelto allí.

## X.

El *Fausto* fué para GOETHE el confidente de toda su vida. Terminado el *Primero*, el que acaba con la muerte de Margarita, y, para no apartarme, expresando lo que iría mas allá de lo que está escrito (aunque anticipe el desenlace del *Segundo*), con su entrada en las legiones celestes por la virtud suprema del arrepentimiento y del perdón, GOETHE no abandona casi un instante la elaboración del *Segundo Fausto*.

Hijo mimado de las Musas; factor importante de los esplendores de Weimar; amigo íntimo de SCHILLER el poeta entusiasta y ardiente con cuyos resplandores de fuego enlaza la posteridad las reverberaciones de su frente impasible, casi olímpica; — ligado por iguales vínculos con ALEJANDRO DE HUMBOLDT, ese otro GOETHE de la ciencia alemana, y con GUILLERMO su dignísimo hermano; en contacto frecuente con todo lo que el comienzo de este siglo ha ofrecido al culto futuro del pensamiento humano, el poeta colmado de honores, ministro de su rey, rey él mismo en los dominios intelectuales, se dedica con idéntico entusiasmo á las letras que han de ofrecerle una corona inmarcesible y á las ciencias que han de brindarle un pedestal y que ya le habían revelado preciosos secretos.

Se entrega desde entónces á la elaboración penosa del *Segundo Fausto* y digo penosa porque es lenta, porque deja pasar casi medio siglo desde que el coro de angeles arrebató el alma blanca de Margarita, hasta aquel en que los espirales del Infinito disuelven en la eterna sustancia al esclavo de Mefistófeles libertado por el supremo sentimiento de la personalidad.

El *Segundo Fausto* es el lacrimatorio que recoge las angustias de GOETHE; es el lienzo en que estampa las nuecas de la vida; la sátira que le sujieren las miserias humanas y en el que traza con líneas de fuego las vilezas que testifica desde el alto pedestal en que su patria y sus contemporáneos le colocan; es la urna de ágata en que deposita las conquistas de su vasta ciencia, y en la que se unen, á sus estudios de los clásicos griegos, sus investigaciones sobre las metamórfosis de las plantas, sus pesquisas sobre las leyes de la armonía en los colores, sus brillantes inducciones y deducciones de Anatomía comparada, todo ello ligado por el espíritu helénico de su propio idioma, y por el mas genial concepto de la belleza que sea humanamente posible desarrollar.

Y como si todo ésto no fuera suficiente para hacer su libro incomprendible á la generalidad de los lectores, se complace en rodear la expresion pura, que es la espada de la inteligencia, con una forma figurada hasta el absurdo, tanto, que no ha faltado crítico que trate de loco al autor de la *Noche Clásica de Walpurgis!*

Más aún: ha encerrado allí los grandes problemas de la época y como si todos ellos no hubieran sido entónces bastante oscuros, ha dejado manifiesta la intencion de que deseaba se lo interpretaran como expresiones de metafísica, ó de panteismo, ó de toda esa filosofía alemana de su época que tanto ridiculizó él tambien; esa filosofía que hubiera alcanzado á ser entónces lo que es ahora, si ciertas discusiones incompletamente desenvueltas por KANT no hubieran sido un semillero de sistemas, y un cráter que dejara fluir todo el fondo de idealismo que pugnaba por encarnarse en la soñadora Alemania, como el Homúnculus de Wagner, escapado del cristal, toma cuerpo en los mares al pasar sonriente Galatea.

¿Y es posible, despues de esto, suponer que una inteligencia tan brillante y tan serena, que un cerebro preparado para todas las cuestiones tanto literarias como filosóficas positivas, trabajara cincuenta años en su obra predilecta, para que así no mas, el primer venido, comprendiera cuanto había encerrado en ella? El mismo GOETHE lo lia dicho, en una carta á ZELTER, y si pensó que ella no sería publicada, no nos toca averiguarlo.

« Si el libro de *Fausto* no se inclina desde el comienzo hasta el fin al estado sublime, épico; si no obliga al lector á elevarse mas allá de sí mismo, no nos ocupemos mas de ello. Hasta ahora pienso que una buena inteligencia, un sentido recto y penetrante tendrán bastante que hacer para darse cuenta de todo lo que hay de secreto en él ».

¿Qué significa ésto?

¿No explica acaso claramente que el poeta tenía confianza en que su obra no sería considerada como un mito indescifrable, — y no indica á la vez los secretos personales que pueden determinar á un autor, sin que por ésto sea necesario que los explique ó irremediable que se los adivinen, y sin que ello afecte en lo mínimo la unidad del libro?

Y precisamente por ésto es difícil comprenderlo, y abrumadora su lectura, cuando se reduce á lo que está escrito, sobre todo en *La Noche clásica de Walpurgis*.

## XI.

Si GOETHE no fuera el primer poeta del siglo, su figura científica se destacaría en el Parnaso moderno como una de las mas brillantes, no sólo por la naturaleza de las investigaciones á que se dedicó, sinó tambien porque su nombre está ligado á una cuestion de ciencia que pone sello al siglo en que vivimos.

Pero — y lamento no recordar ahora quien lo dijo — « el poeta eclipsó al sábio ».

Pero ese eclipse no era total — lo fué solamente para las exterioridades de la gloria, porque aquellos que queman la mirra en el templo, no conciben las glorias complejas — y el incensario de las multitudes oscila ante el pedestal del sábio ó del poeta, mas nó del poeta-sábio.

Esta doble entidad de GOETHE debía traducirse necesariamente en su libro, en ese prodigio de incubacion que conocemos como *Segundo Fausto*, nó porque la obra de un poeta sábio tenga de por fuerza que ser científico-literaria, sinó porque era la obra que GOETHE amaba con toda la fuerza de su sentimiento de personalidad, porque en ella estaba él, con sus amores, sus entusiasmos, sus desengaños, sus conocimientos, sus temores, sus angustias, sus dudas, sus envidias y confianza — porque era la expresion de un amor subjetivo, el del padre genitor para su engendro porque es suyo, porque le pertenece, porque es una parte de sí mismo, porque es él mismo continuado, porque se contienen recíprocamente, porque parece como si no existiera para el padre y el hijo la dualidad impenetrable.

Por todo esto tenía que ser así el *Segundo Fausto*.

¿Se le ha considerado siempre de este modo ?

Temo que nó.

## XII.

El *Segundo Fausto* de GOETHE no puede ser debidamente interpretado ó mas bien criticado por un literato que no sepa ciencias, ni por un amante de éstas que no sea literato en toda la extension de la palabra.

Dados los adelantos que las ciencias han hecho desde la publi-

cacion de aquella obra (1831)(1) no me parece que sea estrictamente necesario poseerlas todas á fondo (lo que no se concibe cómo podría suceder), pero tener sí conocimientos científicos suficientemente amplios para no retroceder en la investigacion de cualquier problema que se vislumbre, ó, mas bien, para comprender la relacion que se señale entre un pasaje de la obra y un hecho ó teoría científica.

Esta exigencia de las circunstancias coloca en pésimas condiciones á la generalidad de los lectores del Fausto, — primero, porque todo el que toma ese libro para leerlo, sabe ya que es muy-dificil y áun « imposible » comprenderlo — lo cual no es animador — y, segundo, porque las ciencias y las letras, aunque siempre deben hermanarse éstas con aquellas, no siempre pueden figurar en nuestro caudal comun de riquezas acumuladas, ó, para no ser nebuloso, no todos los lectores del *Fausto* tienen la preparacion necesaria — y esta afirmacion terminante, que jamás discutiré, la consigno aquí nó como una expresion de petulancia ridícula, ni de pretension tan absurda como indigna de la estimacion propia, sinó porque estoy convencido de mi ignorancia en presencia de la majestad del *Segundo Fausto*, ignorancia que hago manifiesta á este auditorio, declarando que no me atrevo á interpretar todo el libro.

Lo único que afirmo es que, sin el concurso de las ciencias positivas, el *Segundo Fausto* es una fábula bastante incomprensible.

### XIII.

Fausto tiene un criado, una especie de confidente, algo como un ayudante, que recibe una parte de los rayos emanados de él, una pequeña porcion de la aureola que le circunda, el cual, anheloso de poseer siquiera un destello de la vasta ciencia de su amo, se entrega cierto dia á perseguir un fantasma científico, un espectro de los alquimistas.

Ese criado es Wagner; ese fantasma es *Homunculus*.

Sabido es que los alquimistas de los siglos pasados no buscaron

(1) He tenido á mi disposicion la edicion de F. A. Brockhaus, Leipzig, 1869, 2 ts.: *Faust. Eine Tragödie von JOHANN WOLFGANG VON GOETHE, mit Einleitung und Erläuterungen herausgegeben von MORRIZ CARRIÈRE.*

solamente la piedra filosofal, la transmutacion de todos los metales ú otros cuerpos en oro.

Su atencion, esa atencion y pertinacia incomparables de los padres de la gloriosa Química moderna, se aplicó tambien á la *Palíngenesia*, al *Homunculus* y al *Alcaest*.

Daban este último nombre á una sustancia hipotética, en cuya masa se disolverian todos los cuerpos conocidos. Inventado el nombre, que bien pudo ser otro, el inventor guardó el secreto de la etimología, y la idea, disparatada ó nó, excitó las investigaciones, que no dieron notable resultado. Pero los alquimistas eran pertinaces. No hallando el *alcaest* por las reacciones, por el empirismo, lo buscaron por la etimología. Sostuvieron los unos que derivaba del latin *alcali est* y esos no persiguieron más el disolvente universal sinó entre los álcalis. Los otros, sin embargo (y como sucede en todos los terrenos), opinaron que aquello era un error y que la palabra derivaba del sajón *al ghash, todo espíritu, ó puro espíritu*, y no quisieron buscar su *alcaest* sinó entre los gases.

Como en todos los casos en que hay discrepancia sin fundamento indiscutible, se trató de hallar una transaccion, y los ánimos se conciliaron cuando alguien sostuvo que, si tal sustancia hubiera de existir, mal podría prepararse, pues disolvería el vaso que la contuviera — y con ésto se dió fin á la pesquisa.

La *palíngenesia* era otra maravilla, fundada en la propiedad que tienen ciertas cristalizaciones de adoptar formas arborizadas (Arbol de Diana, de Saturno, Storm-glass) y de aquí la creencia de que las cenizas de una planta encierran en potencia la forma de ésta y que sólo es menester un medio adecuado para que la solucion de las mismas reproduzca la planta de que derivan — ó en otros términos: cristalizadas en cierto medio las cenizas de un rosal, de un naranjo ó de un cedro, deben reproducir el cedro, el naranjo y el rosal.

Pero el más importante de los tres objetivos á que he aludido era el *homunculus*.

Esta palabra es diminutivo de *homo*, y vale tanto como *hombrecillo*.

Tratábase nada ménos que de producir un hombre, aunque fuera un *hombrecillo*, por medios artificiales, esto es: mezclar todo género de sustancias, y revolver, calentar, destilar, precipitar, disolver, sublimar, filtrar, moler, quemar y obtener como último resultado un *homúnculo*, ni más ni ménos que si se tratara de hacer un buñuelo, un merengue ó un bizcocho.

Los disparates que se han cometido para realizar esta generacion espontánea de nuestra especie van más allá de lo que la imaginacion, preparada hoy en mejor terreno, puede modelar. Pero tal pretension, si bien absurda en lo que atañe al hombre, era una intuicion maravillosa de lo que la ciencia moderna acepta sin vacilar; y sirve de centro á lo que nuestro siglo ha discutido con calor y seguirá discutiendo en el terreno de los hechos, ya que para todos es un dogma en el de la teoría. Se trata nada ménos que de la generacion espontánea de la materia orgánica, surgiendo del mundo inorgánico, hecho que ya no es un mito para los químicos, como lo fuera de antaño.

Si los alquimistas hubiesen sido más moderados en su anhelo y se hubieran satisfecho con la perspectiva de obtener la materia orgánica por medio de la síntesis, y nó de golpe el *hombrecillo* á que aludía, no sería ménos gloriosa su ruda tarea, pero habrian conseguido algo más, mientras que, con tan vasto plan, sólo llegaron al triste resultado de que tal no era el medio más seguro de adquirir para la ciencia la forma del *hombrecillo*.

Y, para entrar de lleno ahora en la cuestion — si ellos hubieran descubierto la materia colóide que forma en el mar las vesículas de que estan compuestos los organismos segun OKEN; si por via sintética hubiesen preparado el *protoplasma* y con su pertinacia en la observacion y en el ensayo hubieran llegado á modelar una sola célula, que hubiesen alcanzado solamente á preparar las células de TRAUPE ¿no es verdad que podría perdonárseles la enormidad de su capricho de fabricar de golpe el *hombrecillo*?

Bien pues : esa historia maravillosa de la *Monera* que extiende sus brazos homogéneos para nutrirse; esos corpúsculos que tan prolijamente nos enseñan á conocer HAECKEL y todos los autores que siguen las huellas de DARWIN, esos Amibos y Mórulas y Gástrulas, no son sinó los primeros ensayos que hace la Naturaleza para bocetar el proyecto del Hombre, modelándolo definitivamente por la evolucion, la complicacion, la seleccion, la lucha por la vida.

Arrancar á la Naturaleza su secreto, ese secreto! no ha sido la obra de un momento. Ha sido la lucha sin trégua de Wagner, el criado de Fausto. Ha sido la lucha de los sábios pacientes que han visto encanecer su cabello, marchitarse su tez y encorvarse su espalda, persiguiendo sin cesar, junto al hornillo ardiente, al través de los cristales magnificantes, en la retorta ó en el vivero, la reac-

cion, el movimiento, la batalla de la sustancia con la sustancia, el *excelsior* de la forma simple en sus evoluciones y encadenamientos para revelarse al fin compleja.

Ese es Wagner — el hombre sin las grandes claridades interiores, el esclavo del empirismo, que no quiere concebir las condiciones de generacion espontánea del *homunculus*, sinó fabricarlo.

Fausto nó. ¿Quiere ser feliz? poseer á Margarita? recorrer el mundo?

¡Bah! promete su alma al diable y asunto concluido. Mefistófeles le concede todo. Y en ménos tiempo que el necesario para decirlo, Mefisto le transforma en gallardo jóven que, sin muy sólidas ideas respecto de Dios, pero con muy poco respeto por el circunloquio y con ménos habilidad que la de Borro para terminar con estrofas musicales el diálogo de Margarita, lanza á ésta la expresion definitiva de sus pretensiones, como si sólo se tratara de ofrecerle una flor ó regalarle un piporo.

*Elles ne parlent pas l'amour — elles le font*, decía con digusto un caballero andante de los cuentos de FLORIAN, y refiriéndose á las damas de la corte de su Rey. . . . .

Cuando todos estos episodios pasan, se siente levantar la figura de Mefistófeles y se recuerda el *Fausto* de DEL CAMPO, cuando dice :

Soltó una risa tan fiera  
Que toda la noche entera  
En mis orejas sonó.

Hay, pues, en la creacion de GOETHE haciendo de Wagner un alquimista que procura fabricar el *homunculus*, una ironía sangrienta contra los sábios pacientes que dedican toda su vida, toda su observacion, al estudio de un fenómeno.

Pero GOETHE olvidó que, sin tal paciencia, no habría podido confundir al célebre anatomista CAMPER cuando le probó que el Hombre tenía tambien en su cráneo el hueso intermaxilar.

#### XIV.

Me he ocupado anteriormente del viaje de Goethe á Italia y he recordado (p. 11) sus preocupaciones respecto de un ser hipotético que habia entrevisto á la luz de uno de esos relámpagos de génio

tan frecuentes en el autor del *Fausto*, en el creador de *La Noche clásica de Walpurgis*.

Se recordará que buscaba el prototipo de los vegetales: una forma que le permitiría modelar, por sus combinaciones, todas las formas imaginables de plantas, no sólo las existentes, sino muchas otras que la evolución de los organismos no ha producido aún.

Ese ser hipotético no lo descubrió GOETHE, por más que en sus cartas aludiera á su próxima adquisición.

Lo que GOETHE buscaba, era el *protoplasma*.

Era la sustancia colóide de que OKEN suponía formadas las células (sus infusorios) y que por cierto no conoció como la ha conocido HAECKEL, como la han estudiado otros sábios micróscopos de nuestros días.

La vida de GOETHE nos revela, despues de su viaje á Italia, una serenidad olímpica en su frente.

Pero esa serenidad inalterable no era interna y su corazón, agitado por diversas pasiones, latió mas de una vez con demasiada energía, para no convencerle de que su cráneo contenía el cerebro de un hombre, por más que en su trama nerviosa fulguraran las imágenes más brillantes que nuestro siglo haya encarnado en estrofas.

El padre glorioso que vela noche y dia junto á la cabecera del hijo amado que la muerte ha de arrebatárle en la flor de la vida; el Aleman que llora ante las miserias de su patria impotente para vencer al génio de la guerra y ahuyentar las águilas imperiales; el consejero íntimo que seguirá á su Príncipe en el destierro y en la miseria si Marte no domina los furros de Belona; el interlocutor acallado por la petulante verbosidad de Madame de STAEL — puede ser tan inalterable como se quiera, tan olímpico como se le desée, pero ese hombre tiene un corazón, tiene sentimientos, y por lo mismo no perdonará á los sábios pacientes que hayan descubierto lo que él, un coloso, un génio, un Fausto, no ha podido descubrir, y acariciando una idea perversa durante treinta años, satiriza á tales sábios en la célebre *Noche clásica de Walpurgis*, solamente porque ellos han descubierto el *protoplasma*... y él nó!

Pero es un hecho, y el más riguroso exámen le obliga á convenirse de que sólo con tal elemento se obtienen todas las formas de los organismos y ya que se conquista esta verdad para la ciencia, para la escuela transformista que en esa época celebra por SAINT-HILAIRE y CUVIER un torneo que tanto le entusiasma, tendrá al ménos

la satisfaccion de hacer brotar el *homunculus* de una retorta de Wagner.

Mas brota incorpóreo; es una idea que solamente tiene existencia, pero que necesita encarnarse, y, para encarnarse, menester es que concurran todas las fuerzas de la Naturaleza, y como un poeta de su talla no puede hacer figurar las fuerzas de la misma manera que lo haría un Wagner, denominando á la cohesion *cohesion* y *afinidad* á la afinidad, llama en su auxilio á todo el Olimpo, y las diosas, que no son sinó esas fuerzas, dan cuerpo á *homunculus*. El milagro queda realizado y *La Noche clásica de Walpurgis* se limita con la incomparable belleza que adquiere gradualmente, segun se va penetrando á mayor profundidad en la mente de este autor tan poderoso que llevó su estilo figurado hasta producir el delirio en sus lectores y que, para no caer en la prosa de las realidades científicas que convertía en poema, dió á la nutricion ó al alimento, por ejemplo, el nombre de Galatea, ó la personificó en ésta.

## XV.

(El autor expuso el argumento del *Segundo Fausto* y las opiniones emitidas por los críticos al respecto).

Por mi parte, adopto lisa y llanamente las palabras de GOETHE mismo en su carta á ZELTER, escrita en 1826 (el *Segundo Fausto* se publicó en 1831):

« Debo confiarte tambien » dice, « que he vuelto á ocuparme, por lo que se relaciona con el plan poético y nó con el desarrollo, de los trabajos preliminares de una obra importante á la cual no había prestado atencion desde la muerte de SCHILLER y que, sin el estímulo actual, habría quedado *in limbo patrum*. El carácter de esta obra se halla en la usurpacion de los dominios de la nueva literatura, y sin embargo, desafio á cualquiera en el mundo á que lo sospeche. Tengo motivo para creer que ocasionará una gran confusion, porque mentalmente la destino á resolver una querella. »

Esta querella no es otra cosa que la lucha entre el clasicismo y el romanticismo, y mientras el poeta persigue con teson el desenvolvimiento de su plan ó idea fundamental, agrupa en torno los accesorios poéticos que, sin herir en lo mínimo el desenvolvimiento de su obra, pueden representar los pequeños *kobbolds* de su pen-

samiento malicioso, así como el escenario de un teatro, bien ó mal dispuesto, con telones más ó menos bien pintados, quizá no dañe absolutamente á la magnificencia del drama. Por más que en *La Noche clásica de Walpurgis* (considerando así la mayor parte del 2º acto) la forma clásica ó romántica se adapte al plan poético, sirviendo así á la idea madre, ello no quita que, tomando sus elementos de no importa qué centro, haya el autor desahogado en tal forma un pequeño resentimiento científico.

Sea como fuere, despues de la lectura del *Segundo Fausto*, sólo nos resta exclamar con GUILLERMO DE HUMBOLDT, cuando GOETHE le hubo leído lo que corresponde al periodo griego de la obra: « Es algo maravillosamente hermoso », y, al trasmitir sus propias palabras á sus amigos, agregar con él: « parecía imposible que se pudiera ir tan lejos en una obra poética. »

Quédenos á lo ménos este consuelo á los que habiendo colocado tantas veces en los hospitales nuestra mano muerta sobre el cuerpo de Nana, tenemos en el fondo del corazon y del cerebro un altar en que todavía lanzan sus destellos los mármoles inmortales de la Grecia.

EDUARDO LADISLAO HOLMBERG.

# SOBRE ÁPIDOS NÓMADAS

DE LA REPÚBLICA ARGENTINA

## 3. *Brachynomada Argentina*, HOLMB., n. sp.

♀ ♂ *Nigri*, mesonoto antice, pronoti callo, tegulis, pedibus abdomine-  
que (hoc segmentis ultimis exceptis) ferrugineis, appresse albo-margi-  
natis; alis sublimpidis, margine postico infuscatis.

♀ ♂ Caput nigrum, appresse albido-villosum, argenteo-subseri-  
ceum; vertice subnudo; antennis sericeis, nigris, subtus piceis;  
clypeo ad apicem, labro mandibulisque saturate ferrugineis.  
Thorax dense minuteque punctatus, subnitidus, niger, sparse  
breviterque albo-pilosus, hic illic densius, ex gr.: in postscutello  
et in metaphragmatis angulis lateralibus; pronoti callo, pau-  
loque subter alas, mesonoti marginibus antico lateralibusque  
ferrugineis; tegulis nitidis, ferrugineis, inconspicue punctula-  
tis; alis sordidulis, dilute fusciscentibus, in disco dilutioribus,  
cellulæ radialis apice margineque postico paulo saturatiori-  
bus; venulis testaceo-piceis: pedibus albo-villosulis calcareque I  
ferrugineis; calcaribus II et III unguiculisque piceis; tarsis II  
et III supra paulo fusciscentibus. Abdomen parce punctatum,  
segmentorum margine (pubescentia sublata) nitido; segmentis 3  
basalibus dorsi ferrugineis, reliquis nigris, omnibus appresse  
albo-piloso-limbatis; epipygio albo-sericeo; ventre nitido, fu-  
sciscente, dimidio antico ferrugineo, segmentis albo-marginatis.

Long. (capite haud ext.)  $6\frac{1}{2}$  mm.; (cap. ext.) 7 mm.; alar. exp.:  
14 mm.; ala: 6 mm.; antenna:  $2\frac{3}{4}$  mm.

Mas: Abdomen segmentis duobus basalibus ferrugineis, reliquis ni-  
gris; pedes III fusco-nigri, femore ferrugineo. (Nisi varietas!)

Var. b. — Abdominis segmento 4° dorsi ferrugineo quoque.

» c. — Segmentis 3° et 4° piceis, tibiis III supra posticeque fuscis.

» d. — Tibiis III postice fuscis.

» e. — Mesopleuræ ferrugineæ; mesothorax lineis duabus paral-  
lelis ferrugineis percursus.

Sólo una vez, en Febrero de 1879, cacé de esta especie un ejem-  
plar ♀ posado en el suelo cerca de nidos de *Sphecodes*, en la con-  
fluencia de los Rios Caraguatá y Lujan. MANUEL OLIVEIRA CÉSAR,

que la descubrió, tuvo oportunidad de cazarla con frecuencia en *Las Conchas*.

El ♂ que he indicado procede de *Formosa* (Chaco), III, 1885.

#### 4. *Brachynomada Chacoënsis*, HOLMB., n. sp.

♀ *Br. Argentinae similis, nitidior tamen, eadem magnitudine, tota ferruginea; mesonoto nitidissimo distante punctato; capite nigro; antennis nigris subtus piceis, scapo, clypeo omnino, mandibularum apice, fusco-ferrugineis; scutello, metathorace ad basin, nec non abdominis apice, nigris; segmentis albolimbatis.*

Esta especie fué descubierta en *Formosa* (Chaco) á fines de Marzo de 1885 por CONSTANTINO SOLARI, Ayudante de la Comision Científica enviada por el Ministerio de la Guerra.

Se parece mucho á la anterior, pero la tengo por distinta.

NOTA. — In genere *Brachynomada* tarsorum ungues ad basin dente robusto armati, hoc dente in ♂ paulo robustiore. Scutellum 2-gibbosum.

#### n. g. 3. HYPOCHROTÆNIA, HOLMB.

Deriv. ὑπαχρος, un poco pálido; ταινία, banda, faja, cinturón, etc.

Characteres ut in *Nomada*, *alae anticae tamen cellulis cubitalibus clausis 2 tantum, 2<sup>a</sup> quarum nervulos ambos recurrentes accipiente: 1<sup>um</sup> post angulum anticum, 2<sup>um</sup> ante posticum, eodem fere modo ut in *Nomada* si nervulum transversum secundum deficiens non esset; cellulae submedialis et medialis in eodem puncto terminatae. Labrum, praeterea, fere planum; mandibulae simplices. Ungues dente teretiussculo truncato muniti.*

#### 5. *Hypochrotaenia parvula*, HOLMB., n. sp.

♀ *Nigra, nitida, orbitis ad partim, pronoti lineola transversa, macula mesopleurali, altera in coxa III, scutelli punctis duobus, postscutello, abdominis segmentis 1<sup>o</sup> et 2<sup>o</sup> fascia media, reliquis striolis lateralibus,*

*luteis; pronoto supra cum callo, tegulis, pedibus ad partim mesonoto-que parce punctato, saturate rufis.*

♀ *Caput nigrum, grosse denseque punctatum, sparse albido-villosum; orbitis antice late flavis, postice lineola lutea prope oculi segmentum superum; inter antenas macula obsoleta fusca; clypeo fusco basi nigra; labro fusco; mandibulis fuscescenti-piceis in medio nigricantibus; antennis testaceo-fuscis apicem versus sensim saturatoribus, supra obscurioribus. Thorax niger, capite instar punctatus, punctis tamen minoribus; mesonoto lineis tribus longitudinalibus late impressis munito; pronoto supra saturate ferrugineo, lineola transversa calloque luteis; mesonoto saturate rufo, ad marginem anticum anguste nigro; mesopleuris supra coxam macula lutea ad rufescenti-fuscum antrorsum obsolete vergente; tuberculis duobus vel scutelli partibus tumidis luteis, ferrugineo-circumfuis; postscutello luteo; metathorace in medio longitrorsum uni-lineato-impresso, utrinque albescenti-villoso; tegulis testaceo-piceis; alis dimidio antico fusco, altero dilutiori sordideque hyalino, venulis piceis, carpo testaceo; cellulis mediali et submediali in eodem puncto terminatis; alis posticis sordide hyalinis, ad apicem parce infuscatis; pedibus breviter sparseque albo-villosis: I subrufescenti-testaceis, femore, tronchantere coxaeque fuscis; calcare dilute testaceo; II fere aequalibus, ad basin tamen saturatoribus; III saturate fuscis, coxis extus luteis; calcariibus albescentibus; unguiculis piceis. Abdomen saturate piceum, segmentis 2° et reliquis pone eum dimidio basali dense minuteque punctatis, dimidio marginali depresso, nitido, omnibus parce villosis; 1° et 2° in medio vel ante partem depressam luteo-unifasciatis, fasciis latera versus sensim ampliatis, segmentorum partem deflexam non occupantibus; segmenti dorsali 1° parte deflexa nitidissima, 3°, 4° et 5° utrinque tantum flavo-pictis; ventre piceo, segmentorum margine late subpellucido, nitidiore, fere testaceo, omnibus albido-villosis; 3° et 4° in medio virgula lutea, transversa, procurva, utrinque ornatis.*

*Long.: 7 mm.; alar. exp.: 12  $\frac{1}{2}$  mm.; ala: 5  $\frac{1}{2}$  mm.; antenna: 3 mm.*

Hallé esta especie en *Formosa* (Chaco), revoloteando sobre las flores de una *Sinantérea* (III, 1885).

## n. g. 4. TROPHOCLEPTRIA, HOLMB.,

Deriv.: τροφή, alimento; κλέπτρια, ladrona.

(Charact. ♂ tantum).

Caput rotundatum, paulo latius quam altum, vertice utrinque tumidulum, thorace angustius, genisque depressis.

Ocelli in linea paulo curvata (lateralium tangente antica, alterum in medio secante).

Antennae filiformes, breves, scutelli basin haud attingentes, apicem versus inconspicue fere incrassatae; scapo segmentis basalibus flagelli tantum crassiore; segm. 1<sup>o</sup> flagelli nodoso, 2<sup>o</sup> et 3<sup>o</sup> et reliquis aequalibus, ultimo tamen parce longiore.

Labrum ad basin utrinque tumidulum, fere rotundatum, ad apicem emarginatum, ad angulis emarginationis breve unidentatum.

Clypeus parce productus, ad latera deflexus, ad apicem fere transversus, modice convexus.

Mandibulae simplices oculos attingentes.

Lingua, palpique maxillares et labiales ut in Doeringiella.

Paraglossae ut in Brachynomada.

Thorax cubicus, postice truncatus atque vix declivis; scutellum scabrum in medio emarginatum; utrinque (ut in genere «Cælioxys») spinis duabus (illis gen. «Doeringiella» longioribus) munitum; postscutellum brevissimum, ab scutello obtectum.

Alae anticae cellulis cubitalibus clausis 3: 1<sup>a</sup> dimidio longiore quam altiore, 2<sup>am</sup> et 3<sup>am</sup> conjunctim aequante; 2<sup>a</sup> ad radialem magis constricta, fere triangulari; 3<sup>a</sup> parcius constricta; 2<sup>a</sup> et 3<sup>a</sup> nervulos recurrentes inter medium et angulum posticum accipientibus; cellula radialis ovato-oblonga, dimidio basali paulo latior, apice rotundato a venula costali separato, ejusdem parte e cubitalibus libera altera longiore; venula transversomedialis recta; cellula submedialis medialem superans. Alae posticae ut in Brachynomada.

Pedes *ut in* *Brachynomada parcius verum robusti*; *unguibus dente brevi basali donatis.*

Abdomen *fere duplo longius quam latius, segmentis 1° ad apicem et 2° reliquis latoribus*; *picturis haud tegumentariis*; *reliquo ut in* *Brachynomada.*

Facies *Epeoli et Nomadae.*

Mores: *fere ignotae, ad flores Lippiae et Lagerstrœmiæ marem singulum, nunc lustratum, vidi.*

Este género presenta afinidades marcadasísimas con *Doeringiella*, pero se diferencia por el escape antenal del ♂ que no es monstruoso, como en aquel género; por la escultura de la cabeza y del tórax, fina en *Doeringiella* y cicatricosa y muy unida en *Trophocleptria*; por los caracteres de la radial mas angosta que en *Doeringiella* y con la parte no ocupada por las cubitales mas larga (en la figura del ala de *Doeringiella* esta proporcion es un poco defectuosa); por el escudete y por la espina que lleva á cada lado como en *Cælixys*, y que tambien se encuentra en *Doeringiella*, pero mucho mas corta en ésta.

## 6. *Trophocleptria variolosa*, HOLMB., n. sp.

♂. *Caput nigrum, antennis, pedibus thoraceque rufis*; *mesonoto vitta media lata nigra*; *abdomine piceo ad basin rufescente, segmento primo albido-luteo-strato-piloso late limbato.*

♂. *Caput nigrum pilis brevissimis squamiformibus, furfuraceis, albescens, haud densis, omnino vestitum, in vertice fulvescentibus, in antennarum foveis longioribus, haud squamosis*; *dense punctatum*; *post oculi segmentum superum satis tumidum, parciusque antice*; *inter antenas carinato-tuberculatum*; *antennarum foveis elongatis*; *genis postice carinatis*; *antennis ferrugineis, apicem versus supra sensim nigricantibus, subtus sensim fusciscentibus*; *clypeo piceo margine rufescente*; *labro ferrugineo-piceo utrinque dilutiori*; *mandibulis saturate ferrugineis apice obscurioribus*; *partibus oris fulvis. Thorax rufo-ferrugineus fortiter crebreque punctatus, capite eodem modo squamuloso-pilosus, in suturis omnibus squamulis densioribus*;

*post-scutello utrinque longe parceque albido-villoso; mesonoto antice nigro marginato atque vitta media, lata, nigra, longitudinali, ornato; fovea mesonoto-pleurali nigricante; mesosterno dense albo-squamuloso, squamulis sublatis tegumento nigricante; scutello fere plano ut thorace reliquo opaco ac grosse et creberrimè punctato, varioloso vel cicatricoso, in medio margine dentibus duobus latis, obtusis, mucrone acuto extus carinato scutello longiore utrinque (ut in genere «Cælixys») munito; metathorace subter postscutellum macula basali nigricante ornato; tegulis rufo-ferrugineis, punctatis, inter punctos punctulatis, ad basim paulo furfuraceis; alis fuscis, circa cellula cubitalis 3<sup>a</sup> angulum posticum nubecula subhyalina ornatis, linea altera subhyalina venula submediali adjuncta donatis; venulis piceis; alis præterea vitreo-micantibus, posticis et ad anticarum marginem iridescentibus; pedibus fuscescenti-ferrugineis, III paulo saturatoribus, brevissime albo-hirtulis, parciusque squamulosis; scopulis auratis; calcare I fulvo, velo fere omnino percurso, apice libero brevi acuminato; calcare II fuscescenti-fulvo; calcaribus III fuscis; unguiculis omnibus piceis basi ferrugineis. Abdomen piceum, subopacum, dense punctatum, segmentorum margine fusco, nitidiorè; segmento 1<sup>o</sup> ad basin (ad latera potius) carinam lateralem et partem deflexam includente, macula ferruginea utrinque ornato, ad marginem posticum fascia latiuscula albido-lutea apresse squamulosa quoque donato; 2<sup>o</sup> dimidio basali squamulis parce conspicuis tegumento concoloribus munito; reliquis squamulis minutissimis albidis subobtectis; 6<sup>o</sup> sparse albido-ciliato; epipygio basi fusca, reliquo piceo, carina parabolica acutiuscula nigra, nitidula, limitato; ventre ferrugineo-piceo, dorso eodem modo punctato densiusque tamen albo-furfuraco; segmentis ad marginem posticum late subpellucidis, fulvescenti-fuscis; 2<sup>o</sup> indistincte emarginato; 3<sup>o</sup> et reliquis fortius; 3<sup>o</sup> dense breviterque albido-villoso; 4<sup>o</sup> et 5<sup>o</sup> longe fuscescenti-fulvo-ciliatis, cilis verum introrse curvatis; 6<sup>o</sup> breviter; ultimo ad apicem piceo.*

Long. (capite haud extenso):  $7\frac{1}{2}$  mm.; alar. exp.:  $15\frac{1}{2}$  mm.; ala:  $6\frac{1}{2}$  mm.; antenna:  $2\frac{3}{4}$  mm.

Hallé esta bonita especie en Flores (Provincia de Buenos Aires)

entre los corimbos de un Egistre (*Lagerstrœmia Indica*) de los cuales se alejó para revolotear en torno de las flores de un Cedrin (*Lippia*), donde la cacé. « Febr. 25, 1880. »

g. 5. DOERINGIELLA, HOLMB.

(1886) *Himenópteros*, en Viajes al Tandil y á La Tinta. — Actas de la Academia de Ciencias de la República Argentina, T. V, p. 151.

SPECIERUM SYNOPSIS.

1	{	Abdominis dorsi segmentis 1° et 2° ad marginem fascia lutescente ornatis.....	3
		Abdominis dorsi segmentis 2° ad marginem lutescenti-fasciato, 1° in medio, ante marginem.....	2
2	{	Abdominis dorsi segmentis omnibus aurantio-fasciatis, ultimis ferrugineis; mesonoto antice maculis 2 ejusdem coloris destituito; labro utrinque pedibusque ferrugineis. 4 (10) <b>D. nemoralis.</b>	
		Eisdem segmentis albido-luteo-fasciatis; mesonoto antice maculis duabus donato.....	5 (11) <b>D. indecissa.</b>
3	{	Segmenti 1 <sup>i</sup> fascia utrinque antrorsum ampliata. 2 (8) <b>D. variegata.</b>	
		Fascia haud ampliata.....	4
4	{	Major (14 mm.); mesonoto antice vittis duabus lutescentibus, longitroris, ornato, callo nigro; abdominis segmentis dorsi 3° et 4° lutescenti-haud-marginatis.....	1 (7) <b>D. bizonata.</b>
		Minor (7 mm.): mesonoto antice ino margine macula brevissima lutea; callo ferrugineo; abdominis segmentis dorsi 3° et 4° luteo-marginatis.....	3 (9) <b>D. silvatica.</b>

7. *Doeringiella bizonata*, HOLMB.

(1886) *Himenópteros*, op. c., p. 153, n. 16.

He descrito ambos sexos.

Existe en la Provincia de Buenos Aires: *Flores, La Tinta, Arrecifes*; tambien ha sido hallada en la Provincia de Santa Fé, cerca del Chaco, de donde poseo un ejemplar ♀ cazado por el Dr. NICANOR ELIA.

8. *Doeringiella variegata*, HOLMB.

(1886) *Himenópteros*, op. c., p. 154. — Sólo el nombre.

♀ *Nigra; thorace luteo-variegato, abdominis segmentis 1° et 2° dorso luteo-marginatis, fasciis his squamulosis, illa segmenti primi utrinque juxta carinam lateralem antrorsum ampliata atque in pruinositate subplumbea evanescente; 3° pallide flavo-marginato; 4° indistincte; pedibus rufescentibus femoribus obscurioribus.*

*Long. (capite haud extenso): 10  $\frac{1}{2}$  mm.; alarum exp.: 17  $\frac{3}{4}$  mm.; ala: 7  $\frac{1}{2}$  mm.; antenna: 4  $\frac{1}{2}$  mm.*

Es muy semejante á la anterior, pero más pequeña y esbelta; sus manchas son de un amarillo un poco mas vivo. En la *D. bizonata* hay dos rayitas paralelas que nacen en la márgen anterior del mesonoto; en la *D. variegata* son dos manchitas redondeadas; la base del flagelo en ésta y la del escapo así como las tíbias y tarsos anteriores son ferruginosos; pero, lo que verdaderamente la distingue es la ampliacion hácia adelante de la banda de escamillas en el primer segmento abdominal.

No conozco el macho. He examinado cinco hembras de distintas procedencias: las primeras que obtuve lo fueron durante una excursion entomológica que hice á principios de Enero de 1881, por el Riachuelo de Barracas, con EDUARDO D. EDE y ENRIQUE LYNCH ARRIBÁLZAGA; una de ellas (como ya lo he hecho notar: *Actas*, T. V, p. 154) fué cazada en momentos en que volaba alrededor de la cueva de una Antoforina no determinada aún. Otras dos por mis compañeros, al vuelo; un 4° ejemplar procedente de «*Chacabuco, Noviembre de 1879, — FÉLIX LYNCH ARRIBÁLZAGA*», con esta anotacion de su hermano ENRIQUE; un 5°, finalmente, lo he cazado yo en el Chaco, *Formosa*, en Marzo de 1885.

9. *Doeringiella silvatica*, HOLMB., n. sp.

♀ *Nigra, capite obsolete sericeo, antennarum foveis appresse aurantio-villosis; antennis piceis scapo flagellique segmento secundo antice saturate ferrugineis; labro ferrugineo; mandibulis fer-*

*rugineis apice fusco; pronoti margine postico in medio interrupte aurantio-squamuloso; callo ferrugineo; mesonoto in medio antico macula abbreviata transversa aurantiaca ornato; mesonoti margine postico, scutello in medio postico, postscutello in margine postico, macula mesopleurali obliqua alteraque ad angulos metaphragmatis, appresse pubescentibus, aurantiacis; tegulis fuscis, antice ferrugineis, alis fere hyalinis, paulo violaceo-nitentibus, iridescentibus, ad marginem infuscatis, cellulae radialis dimidio costali quoque, venulis piceis; thorax praeterea dense minuteque punctatus, subtus albido-sericeus; pedibus rufescenti-piceis, femoribus tibiisque magnam ad partem nigricantibus, albido-sericeis; tarsorum segmento 5° nigro; scopulis auratis; calcaribus ferrugineis; unguiculis nigris basi rufescentibus. Abdomen nigrum, dorsi segmentis quatuor primis margine postico appresse squamuloso-fasciatis, fasciis luteo-aurantiacis; ventre piceo, subsericeo, segmentorum margine fusciscenti (segmento 5° condito!).*

Long. ♀: 7 mm.; alar. exp.:  $13 \frac{3}{4}$  mm.; ala: 6 mm.; antenna: 3 mm.

Especie cazada en el Chaco, en los alrededores de Formosa (III, 23, 85).

#### 10. *Doeringiella nemoralis*, HOLMB., n. sp.

♀ *Nigra, vultu subaurichalceo-strato-piloso, antennarum segmentis tribus primis, venulis, abdominis segmentis duobus ultimis pedibusque ferrugineis; abdominis segmento 1° dorsi fascia media in medio magis angustata lutea, 2° 3° et 4°, ad marginem late aurantiaco-squamuloso-fasciatis; 5° omnino aurantiaco-squamuloso; 6° supra sparse lateribus densius aureo-villoso; ventre sericeo, segmentis albido-luteo-marginatis; thorace subsericeo suturis omnibus sordide albo brevissime apressequae villosis; mesonoti maculis anticis deficientibus.*

Long.  $10 \frac{1}{2}$  mm.; ala:  $8 \frac{1}{2}$  mm.; alarum exp.: 20 mm.; antenna:  $4 \frac{1}{2}$  mm.

He cazado esta especie en Marzo de 1885 en el Chaco, Formosa.

11. **Doeringiella indecissa**, HOLMB., n. sp.

♂ ♀. *Præcedenti similes antennarum segmento 3º antice ferrugineo, pedibus nigris vel nigricantibus, abdominis apice aut nigro aut piceo; mesonoti maculis duabus anticis haud deficientibus, punctiformibus; abdominis fasciis stratis albido-luteis.*

♂. *Vulto et clypeo (subter antenas interdum piccas) dense albobilosus et sub-sericeis.*

*Long. 12 mm.; alar. exp.: 22 ½ mm.; ala: 9 ½ mm.; antenna: 3 mm.*

♀. *Eodem loco vulto pilis minutissimis sordide albido-sericeis vestito; juxta basin antennae utrinque virgula dense albo-sericea ornato.*

*Long. 10 ¾ mm.; alar. exp.: 21 ½ mm.; ala: 9 mm.; antenna: 5 ½ mm.*

Especie subtropical que ha sido hallada en *Formosa* por FEDERICO SCHULTZ y por mí en Marzo y Abril de 1885, los machos en flores de *Sinantéreas*, las hembras revoloteando cerca del suelo.

g. 6. **LEIOPODUS**, F. SMITH.

(1854) *Cat. Hym. Brit. Mus., Apidae, Pt. II, p. 252, n. 24.*

\* (1883) TASCENBERG, DR. E. L., *Die Gattungen der Bienen*, Berliner entom. Zeitsch., XXVII, p. 69, n. 72.

12. **Leiopodus lacertinus**, F. SMITH.

(1854) *Catalogue etc., II, p. 252, Pl. VIII, f. 2, et Pl. IX, ff. 14-16.*

SMITH cita esta especie de «South-America»; debe ser de acá.

La descubrí en la Isla de Antequera (situada en la embocadura del Paraná) en Febrero de 1879. Acompañada de *Epeolus* y de *Cælioxyys*, visitaba los muy abundantes nidos de *Megachile* abiertos en las paredes de barro de los ranchos.

En 1885 (III y IV) fué cazada en *Formosa* (Chaco) por los ayudantes de la Comisión Científica y por mí. También volaba cerca de nidos de *Megachile* y de *Colletes*.

La descripción que SMITH ha dado del abdomen es incompleta, y su dibujo (Pl. VIII, f. 2) lo representa mejor. Me parece indudable que su ejemplar no era fresco, aparte de que las manchitas blancas se borran muy pronto, por lo caedizo de los pelitos apretados que las forman.

Todos los segmentos posteriores llevan á los lados manchitas blancas de pelos; y así son los del vientre, con un disco negro, desnudo, á cada lado.

### g. 7. EPEOLUS, LATR.

(1809) *Gen. Crust. et Ins.*, IV, 171.

#### SPECIERUM SYNOPSIS.

- |   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | { | Subter alas macula magna albo-pilosa: thoracis partibus depressis albo-pilosis; scutelli tuberculis rufescentibus. 13. <b>E. viperinus.</b>           |
|   |   | Pleuris nigro-pilosis, pilis nonnullis saltem albidis: thorace nigro, supra albo-piloso; scutello nigro, nigro-setuloso..... 14. <b>E. bufoninus.</b> |

### 13. *Epeolus viperinus*, HOLMB.

(1886) Himenópt., *Abejas*, en Viajes al Tandil y á La Tinta, *Act. Acad. de Cienc. de la Rep. Argent.*, T. V, p. 155, n. 17.

Esta especie ha sido obtenida en diferentes puntos de la República.

El macho, que no ha sido detalladamente descrito, se parece completamente á la hembra, aunque tiene las antenas y el pigidio más rojizos; su tamaño es menor.

Las localidades de donde poseo los representantes de la especie son:

Provincia de Buenos Aires: *Tandil*, I, 29, 83. E. L. H. *Tipo*.

» » *Arrecifes*, MANUEL OLIVEIRA CÉSAR.

Provincia de Buenos Aires:	<i>Chacabuco</i> , FÉLIX LYNCH ARRIBÁLZAGA.
»	» <i>Baradero</i> , ENRIQUE LYNCH ARRIBÁLZAGA.
»	» <i>Chivilcoy</i> , JUSTO GONZALEZ ACHA.
»	» <i>Mercedes</i> , ELINA GONZALEZ ACHA.
»	» <i>Belgrano</i> , ELINA GONZALEZ ACHA.
»	» <i>San Fernando</i> , E. L. H.
»	» <i>Flores</i> , E. L. H.
Provincia de Córdoba:	<i>Córdoba</i> (Capital), DR. ADOLFO DOERING.
Provincia de San Luis:	JUSTO GONZALEZ ACHA.
Provincia de Mendoza:	JUSTO GONZALEZ ACHA.
Paraguay:	<i>Asunción</i> , CÁRLOS AMEGHINO.

#### 44. *Epeolus bufoninus*, HOLMB., n. sp.

♀ Caput nigrum, pilis concoloribus hirtum, nonnullis tamen post verticem griseis, in vultu albis, brevibus et appressis; antennis piceis subtus dilutioribus, scapo nigro, flagelli segmenti 2º rufescente ut reliquis supra ad apicem; clypeo labroque dense punctatis; mandibulis ad apicem saturate rufescentibus. Thorax niger dense punctatus, atque pilis sat longis laxisque nigris vestitus, in dorso albicantibus, in scutello tamen nigris, setuliformibus brevioribusque; tegulis nigris, nitidulis, punctulatis imo apice piceis; alis limpidis margine fuscescentibus, venulis nigris; pedibus nigris; coxis trochanteribusque ad apicem, femore II postice, III supra, pilis albidis tomentosissimis vestitis; segmentis illis omnibus tibiisque ad apicem parce rufescentibus veluti tarsorum articulis omnino; scopulis, calcaribus unguicularumque basi saturate ferrugineis; prope tibiarum basin postice, tibia III supra prope apicem, apice imo quoque, atque ad tarsorum segmentorum extremitatem maculis albis e pilis brevissimis, appressis, constitutis, ornatis. Abdomen dense punctatum, nitidulum; dorsi segmentis 1º, 2º, 3º et 4º ad marginem maculis 2 albis subsemicircularibus, in 1º fere copulatis, in reliquis magis separatis, munitis; 1º utrinque striola alba, in 2º, utrinque quoque, macula reliquis majori, irregulari, introrsum 4-lobata, extrorsum obliquè 3-lobata, in 3º macula irregulariter quadrangulari introrsum paulo emarginata, in 4º altera triangulari, in 5º postremò, oblonga; ventre nigro, longitrorsum elevato, segmentis ultimis nigro-pi-

*ceis, omnibus margine piceo; 2º, 3º et 4º imo margine utrinque albo-pilosis, pilis brevibus appressisque.*

*Long. ♀ (capite h. e.): 8½ mm.; alar. exp.: 18 mm.; ala: 7½ mm.; antenna: 4 mm.*

Esta especie fué cazada en *Las Conchas* (Provincia de Buenos Aires) por MANUEL OLIVEIRA CÉSAR y por mí en Febrero de 1879.

El ejemplar que he descrito y medido es el tipo intermedio. En uno de los que tengo, hay pelitos blancos, poco visibles y en extremo pequeños, alrededor del callo; en otro, unos pocos pelos negros y laxos de las pleuras llevan el ápice agrisado.

#### n. g. 8. PSEUDEPEOLUS, HOLMB.

(Charact. ♂ tantum).

Caput transversum, latius quam altum, thorace æque latum.

Ocelli ut in *Brachynomada*.

Antennae filiformes, scutelli basin attingentes; scapo segmento 2º flagelli duplo longiore; flagelli segmento 1º nodoso; 2º et 3º æque longis.

Labrum semicirculare, ad apicem paululum ampliatur.

Clypeus fere planus, apice truncatus.

Mandibulae simplices, oculos attingentes.

Palpi maxillares ut in *Doeringiella*.

Palpi labiales 4-articulati, segmento 1º 2º plus duplo longiore (5½: 2½); 3º obconico, ad apicem 2º oblicuè inserto, paulo elongato, 4º 3º vix longiore, fusiformi, hoc et illo brevibus.

Paraglossae ut in *Brachynomada*.

Lingua ut in *Doeringiella*.

Thorax ut in *Brachynomada*.

Alae anticae cellulis cubitalibus clausis 2: 2ª tamen paulo majori,

*ad radialem parce constricta, et breve appendiculata, nervulos ambos recurrentes accipiente, inter insertiones vestigium transversi alteri, insertione recurrentis primi inter originem cellulae primae et vestigium, illa recurrentis secundi magis ad apicem cellulae appropinquata; c. radialis oblonga, apice rotundato, appendicis vestigio minuto, dinidio basali apicali indistincte latiori; ejusdem parte e cubitalibus libera altera minori; v. transverso-medialis recta; c. submedialis medialem superans, Alae posticae ut in Brachynomada.*

*Pedes normales, haud elongatis, calcaribus brevibus, acutis, tertiusculus, externo III interno longiore; unguiculis bifidis dente infero brevior truncatoque.*

*Abdomen ut in Doeringiella.*

#### 15. **Pscudepeolus fasciatus**, HOLMB., n. sp.

♂. *Caput nigrum, dense punctatum, vertice tomento fuscescente brevissimo, in genis strato, albido, in orbita postica albo apressoque, ornatum; vultu, foveis inclusis, pilis albido-subaurichalceis stratis, appressis, sericeis, ornato; antennis subsericeis, piceis, supra nigricantibus, scapo flagellique segmento 2º fuscescenti-ferrugineis; clypeo albido sericeo vestito, margine saturate rufo; mandibulis saturate ferrugineis apice nigro-piceo. Thorax niger, dense punctatus, subopacus, in mesopleuris pilis brevissimis squamiformibus sericeis albidis, in pectore densis, vestitus, pronoti callo fuscescenti-ferrugineo, squamulis albido-luteis limbato, pronoti quoque margine postico squamulis lutescentibus oblecto; mesonoto striis duabus subparallelis, luniformibus, longitroris, ad marginem anticum exorientibus, lutescentibus, squamulosis, munito, ejusdem margine postico fascia simili, utrinque verum sensim ampliata, antrorsum juxta tegulam qua parte interrupta usque ad angulum anticum abeunte; pone alas atque scutello et postscutello in medio lutescenti-squamulosis; metanoto fere verticali, subopaco, triangulari, utrinque macula pilosa alba; metaphragmate nitido, punctulato, utrinque dense albo-breviterque sericeo-piloso; tegulis ferrugineis, tomento brevissimo, concolore, munitis, punctulatis; alis subhyalinis, vitreo-nitentibus, margine postico fuscescente atque iridescente, venulis nigris ima basi*

*rufescentibus, carpo piceo; pelibus saturate ferrugineis, coxis, trochanteribus femoribus tibiisque ad partim saturatioribus, fere piceis, breviter albido-subsquamuloso-vestitis, scopulis auratis; calcare I fuscescenti-ferrugineo, curvato, apice brevi, acuto, velo angusto; II et III nigricantibus apice rufescentibus; unguibus nigris, basi ferrugineis. Abdomen nigrum segmentis margine piceo; 1° dorsi squamulis albido-lutescentibus, ad marginem curvatim deficientibus, et in medio fascia lata transversa, tegumentaria nigra, qua parte pilis minutissimis tegumentum haud velantibus, donato; 2° et 3° conspicuè, 3° et 4° angustius, fascia postica lutescenti-alba, squamulosa, ornatis; epipygio semiovali, nitido, sparse ciliato, subconcavo, nigro rufo, carina acuta dorso limitato; ventre nigro-piceo, segmentis marginibus paulo dilutioribus, 2°, 3° parcius, et 4° cinereo-albido-fimbriatis.*

Long. ♂ : 7; alar. exp.: 12 mm.; ala: 5 mm.; antenna: 2  $\frac{3}{4}$  mm.

El único ejemplar de que he podido disponer, y que me he visto obligado á mutilar en parte para el exámen del aparato trófico y porque los últimos segmentos abdominales estaban completamente encajados los unos en los otros. *Formosa*, IV, 83.

NOTA. Figuran en mi coleccion dos *Nomadinas* negras que, desde ha tiempo, había determinado como *Eurytis*, y que adscribí, despues de reconocer la identidad de este género con *Hopliphora*, á *H. velutina*, la una, y á especie nueva la otra.

En el momento de trazar la sinópsis de los géneros (v. p. 233) cometí un descuido que no me perdono y es que, en vez de tomar la *H. velutina* para examinar el espolon de la tibia II, tomé la que consideraba nueva y no me fijé en la otra. De aquí ha resultado la falsa colocacion del género *Hopliphora* en la proposicion «*C. (El espolon de las tibias intermedias es simple)*» porque *Hopliphora* no tiene así el espolon, sino bifurcado en el extremo y con el «*Lobe extérieur de l'épine des jambes intermédiaires portant trois petites dents*», como dice muy bien SAINT FARGEAU (II, p. 458) y como no lo consigna SMITH (l. c.). Con *Ctenioschelus* pasa otro tanto, pues DE ROMAND representó mal el espolon II. *Hopliphora* debe pasar, pues, al lado de *Melissa*. La otra especie constituye un nuevo género que explicaré en un breve Apéndice, junto con otro género del Chaco y de Misiones, inmediato á *Doeringiella*, y que pasó desapercibido al hacer la sinópsis. Estas deficiencias serán salvadas al fin, donde daré tambien una nueva sinópsis latina, con las enmiendas y observaciones del caso.

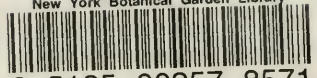
(Continuará)

E. L. HOLMBERG.





New York Botanical Garden Library



3 5185 00257 8571

